

1. 이차함수 $f(x) = 2x^2 - 4x + 3$ 에서 $f(a) = 3$ 일 때, a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

▷ 정답 : 2

해설

$f(a) = 2a^2 - 4a + 3 = 3$, $2a(a - 2) = 0$ 이므로 $a = 0$, $a = 2$ 이다.

2. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프가 제 3사분면 위의 점 $(a, 3a)$ 를 지날 때, $2a$ 의 값은?

① -3 ② 3 ③ -4 ④ 4 ⑤ -2

해설

$$3a = -2a^2, 2a \left(a + \frac{3}{2} \right) = 0$$

$$\therefore a = 0 \text{ 또는 } a = -\frac{3}{2}$$

따라서 점 $(a, 3a)$ 가 제 3 사분면 위의 점이므로 $2a = 2 \times \left(-\frac{3}{2} \right) = -3$ 이다.

3. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 조건을 만족할 때, 상수 b 의 값을 구하여라.

(가) 상수 m, n 에 대하여 $m - n = 6$ 이다.
(나) 두 점 $(1, m)$ 과 $(-1, n)$ 을 지난다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

두 점 $(1, m)$ 과 $(-1, n)$ 을 함수식에 대입하면 $m = a + b + c$, $n = a - b + c$
두 식을 연립하여 풀면 $m - n = 2b$, $m - n = 6$ 이므로 $2b = 6$ $\therefore b = 3$

4. 이차함수 $y = x^2$ 에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 그래프는 원점을 지나고 아래로 볼록한 포물선이다.
- ② x 가 어떤 값을 갖더라도 y 의 값은 양수 또는 0 이다.
- ③ x 축에 대하여 대칭이다.
- ④ $x > 0$ 일 때, x 값이 증가하면, y 값도 증가한다.
- ⑤ $x < 0$ 일 때, x 값이 증가하면, y 값은 감소한다.

해설

③ y 축에 대하여 대칭이다.

5. 이차함수 $y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시켰더니 점 $(a, 10)$ 을 지났다. a 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨

함수의 식은 $y = \frac{4}{3}x^2 - 2$ 이고, 점 $(a, 10)$ 을 지나므로

$$10 = \frac{4}{3}a^2 - 2, \quad a = \pm 3$$

$a > 0$ 이므로 $a = 3$ 이다.

6. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동 한 그래프에서 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 함수의 식은 $y = -3(x - 2)^2$ 이다.
- ② 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 $(2, 0)$ 이다.
- ④ 위로 볼록한 그래프이다.
- ⑤ $x > 2$ 인 범위에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가한다.

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x-p)^2$ 이므로 $y = -3(x-2)^2$ 이다. 꼭짓점의 x 좌표는 2이고 y 좌표는 0이므로 $(2, 0)$ 이고, x 축으로 평행이동하면 축의 방정식이 $x = p$ 로 변하므로 $x = 2$ 이다. 위로 볼록한 그래프이고 축의 방정식이 $x = 2$ 이므로 $x > 2$ 인 범위에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소한다.

7. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동시키면 점 $(3, m)$ 을 지난다. m 의 값은?

① 8 ② 12 ③ 18 ④ 20 ⑤ 32

해설

$y = 2(x-1)^2$ 의 그래프가
점 $(3, m)$ 을 지나므로
 $m = 2(3-1)^2, m = 8$ 이다.

8. 이차함수 $y = 5x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동시키면 점 $(1, a)$ 을 지난다. 이때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$y = 5(x+1)^2$ 의 그래프가
점 $(1, a)$ 을 지나므로
 $a = 5(1+1)^2, a = 20$ 이다.

9. 이차함수 $y = 3(x - 1)^2 + 4$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 얼마만큼 평행이동하면 점 $(2, 8)$ 을 지나는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$y = 3(x - 1)^2 + 4$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면

$y = 3(x - 1)^2 + 4 + q$ 이고, 점 $(2, 8)$ 을 지나므로

$$8 = 3(2 - 1)^2 + 4 + q$$

$$\therefore q = 1$$

10. 이차함수 $y = x^2 - 4x + 1$ 그래프의 꼭짓점이 일차함수 $y = ax + 1$ 의 그래프 위를 지날 때, a 의 값은?

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$y = x^2 - 4x + 1 = (x - 2)^2 - 3$ 이다.
꼭짓점 $(2, -3)$ 이 $y = ax + 1$ 위에 있으므로 $-3 = 2a + 1$ 이다.
 $\therefore a = -2$

11. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x+2)^2$ 의 그래프에서 x 값이 증가함에 따라 y 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > 0$

② $x < 2$

③ $x > 2$

④ $x > -2$

⑤ $x < -2$

해설

꼭짓점이 $(-2, 0)$ 이고 위로 볼록한 그래프이다. $x < -2$ 일 때, x 가 증가하면 y 도 증가한다.

12. 이차함수 $y = a(x + 2)^2$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 후 다시 y 축에 대하여 대칭이동하면 점 $(3, -3)$ 을 지난다. 이 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

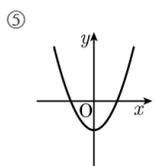
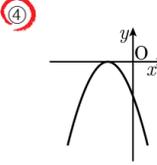
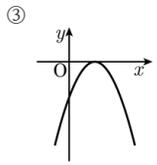
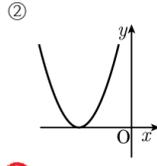
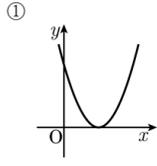
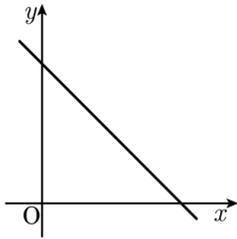
x 축에 대하여 대칭이동하면, $y = -a(x + 2)^2$

y 축에 대하여 대칭이동하면, $y = -a(-x + 2)^2 = -a(x - 2)^2$

점 $(3, -3)$ 을 대입하면, $-3 = -a$

$\therefore a = 3$

13. 다음은 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프이다. 이차함수 $y = a(x + b)^2$ 의 그래프는 어느 것인가?



해설

일차함수 $y = ax + b$ 에서 기울기는 음수이고 y 절편은 양수이므로 $a < 0, b > 0$ 이다.

$y = a(x + b)^2$ 에서 $a < 0$ 이므로 위로 볼록하고, 꼭짓점 $(-b, 0)$ 에서 $b > 0$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표가 음이면서 x 축에 접하는 그래프이다.

따라서 ④번 그래프가 적당하다.

14. 다음 보기의 조건을 만족하는 이차함수식은 $y = \frac{1}{a}(x+b)^2 + c$ 의 꼴이다. 이 때, $a+b+c$ 를 구하여라.

보기

- ㉠ 이차함수 $y = -\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프와 폭이 같다.
- ㉡ 꼭짓점은 $(-1, 1)$ 이다.
- ㉢ 아래로 볼록하다.
- ㉣ y 절편이 양수이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$y = -\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프와 폭이 같은 것은 이차항의 계수가 $\frac{1}{4}$ 이고 아래로 볼록하므로 $a = 4$ 이다.

꼭짓점이 $(-1, 1)$ 이므로 $b = 1, c = 1$ 이다.

따라서 $a+b+c = 6$ 이다.

15. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + 3$ 과 $y = x^2 + ax + b$ 의 꼭짓점의 좌표가 일치할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 - 4x + 3 \\ &= 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3 \\ &= 2(x-1)^2 - 2 + 3 \\ &= 2(x-1)^2 + 1\end{aligned}$$

꼭짓점의 좌표: (1, 1)

꼭짓점의 좌표가 일치하므로

$$\begin{aligned}y = x^2 + ax + b &= (x-1)^2 + 1 \\ &= x^2 - 2x + 2\end{aligned}$$

$$\therefore a = -2, b = 2, a + b = 0$$

16. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x + k$ 의 y 의 값의 범위가 $y \leq 2$ 일 때, 상수 k 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} y &= -2x^2 + 4x + k = -2(x-1)^2 + k + 2 \\ k + 2 &= 2 \\ \therefore k &= 0 \end{aligned}$$

17. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 1$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 값의 범위를 구하면?

- ① $x > 1$ ② $x > 2$ ③ $x > 3$ ④ $x < 2$ ⑤ $x < 1$

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2 - 3x + 1 = \frac{1}{2}(x^2 - 6x) + 1 \\ &= \frac{1}{2}(x-3)^2 - \frac{9}{2} + 1 \\ &= \frac{1}{2}(x-3)^2 - \frac{7}{2} \end{aligned}$$

축이 $x = 3$ 이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 범위는 $x > 3$ 이다.

18. 다음 보기의 이차함수 중 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나는 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2$

㉡ $y = -3x^2 + 6x + 2$

㉢ $y = x^2 - 2x + 3$

㉣ $y = 2x^2 + 4x + 5$

㉤ $y = -x^2 + 4x$

㉥ $y = -x^2 + 2x + 2$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉢

▷ 정답: ㉥

해설

㉠ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2$, 꼭짓점이 (0,2) 인 위로 볼록한 그래프가 그려진다.

∴ x 축과 두 점에서 만난다.

㉡ $y = -3(x-1)^2 + 5$, 꼭짓점이 (1,5) 인 위로 볼록한 그래프가 그려진다.

∴ x 축과 두 점에서 만난다.

㉢ $y = (x-1)^2 + 2$, 꼭짓점이 (1,2) 인 아래로 볼록한 그래프가 그려진다.

∴ x 축과 만나지 않는다.

㉣ $y = 2(x+1)^2 + 3$, 꼭짓점이 (-1,3) 인 아래로 볼록한 그래프가 그려진다.

∴ x 축과 만나지 않는다.

㉤ $y = -(x-2)^2 + 4$, 꼭짓점이 (2,4) 인 위로 볼록한 그래프가 그려진다.

∴ x 축과 두 점에서 만난다.

㉥ $y = -(x-1)^2 + 3$, 꼭짓점이 (1,3) 인 위로 볼록한 그래프가 그려진다.

∴ x 축과 두 점에서 만난다.

∴ x 축과 서로 다른 두 점에서 만나는 것은

㉠,㉡,㉢,㉥

19. 이차함수의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나는 것을 모두 고르면?

① $y = 4x^2 - 4x + 1$

② $y = x^2 - 3x + 2$

③ $y = 2x^2 + 3x + 4$

④ $y = -2x^2 + 4x - 3$

⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 1$

해설

② $D = 3^2 - 4 \times 2 > 0$

⑤ $D = (-1)^2 - 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) > 0$

20. 다음 중 이차함수 $y = x^2 - 4x + 2$ 에 대한 설명으로 옳은 것은?

- ① 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \leq -2$ 이다.
- ② 그래프는 위로 볼록한 포물선이다.
- ③ y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 4)$ 이다.
- ④ 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.
- ⑤ $x > 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

$$y = (x - 2)^2 - 2$$

- ① 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \geq -2$ 이다.
- ② 아래로 볼록하다.
- ③ y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 2)$ 이다.
- ⑤ y 도 증가한다.

21.

삼차방정식 $36x^3 - 36x^2 + 4x + k = 0$ 이 세 개의 실근 α, β, γ 를 갖고 $\alpha < \beta < \gamma$, $\beta = \frac{\alpha + \gamma}{2}$ 를 만족할 때, 상수 k 의 값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$



22. 두 함수 $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$ 과 $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$ 이 모두 y 가 x 에 관한 이차함수가 되도록 상수 a 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

- i) $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$ 이 x 에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $a^2 - 3a + 2 = 0$ 이어야 하므로 $(a - 1)(a - 2) = 0$
 $\therefore a = 1$ 또는 $a = 2$
- ii) $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$ 이 x 에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $2a^2 - 8 \neq 0$ 이어야 하므로 $a \neq \pm 2$
- i), ii) 에 의하여 $a = 1$ 이다.

23. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프는 점 $(a, 12)$ 를 지나고, 이차함수 $y = bx^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다. 이 때, ab 의 값은?

- ① ± 2 ② ± 3 ③ ± 5 ④ ± 6 ⑤ ± 7

해설

$y = 3x^2$ 에 $(a, 12)$ 를 대입하면 $a = \pm 2$ 이다.
 x 축과 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이므로 $b = -3$ 이다.
 $\therefore ab = \pm 6$

24. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{3}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고,
 $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, 음수 a 의 값의 범위는?

- ① $-\frac{3}{2} < a < 2$ ② $-\frac{3}{2} < a < -2$ ③ $\frac{3}{2} < a < 2$
④ $-2 < a < -\frac{3}{2}$ ⑤ $-2 < a < \frac{3}{2}$

해설

$$\frac{3}{2} < |a| < 2$$

$\frac{3}{2} < a < 2$ 또는 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이고, a 가 음수이므로 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이다.

25. 다음의 이차함수의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

$$\begin{aligned} \text{(가)} & y = \frac{1}{2}x^2 \\ \text{(나)} & y = -2x^2 \\ \text{(다)} & y = 2x^2 \\ \text{(라)} & y = -\frac{1}{4}x^2 \end{aligned}$$

- ① (나)와 (다)의 그래프는 폭이 같다.
- ② 아래로 볼록한 포물선은 (가)와 (다)이다.
- ③ 폭이 가장 넓은 그래프는 (라)이다.
- ④ (나)와 (다)의 그래프는 x 축에 대하여 서로 대칭이다.
- ⑤ x 축 아래쪽에 나타나지 않는 그래프는 (나), (라)이다.

해설

- ① $|a|$ 이 같으므로 두 그래프는 폭이 같다.
- ② $a > 0$ 이므로 아래로 볼록이다.
- ③ $|a|$ 가 작을 수록 폭이 넓다.
- ④ a 의 부호가 반대이면 x 축 대칭이다.
- ⑤ (나), (라)는 $a < 0$ 이므로 x 축 아래에 나타난다.

26. 이차함수 $y = -\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 a 만큼 평행이동하면 점 $(-\sqrt{2}, \frac{1}{2})$ 을 지난다고 할 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$y = -\frac{1}{4}x^2 + a$ 에 점 $(-\sqrt{2}, \frac{1}{2})$ 을 대입하면

$$\frac{1}{2} = -\frac{1}{4}(-\sqrt{2})^2 + a$$

$$\therefore a = 1$$

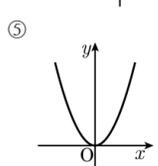
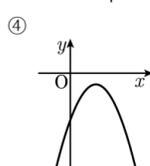
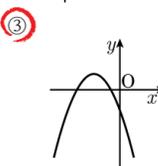
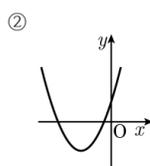
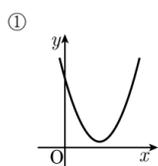
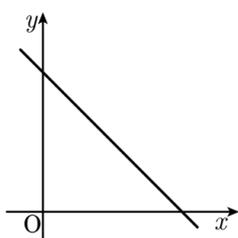
27. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(5, -2)$ 가 되도록 평행이동하면 점 $(k, -3)$ 을 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 곱하면?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{74}{3}$ ④ $-\frac{80}{3}$ ⑤ -10

해설

$y = -3x^2$ 을 꼭짓점의 좌표가 $(5, -2)$ 가 되도록 평행이동하면 $y = -3(x - 5)^2 - 2$ 이고
 $y = -3(x - 5)^2 - 2$ 가 점 $(k, -3)$ 을 지나므로 대입하면 $-3 = -3(k - 5)^2 - 2$, $3k^2 - 30k + 74 = 0$ 이다.
상수 k 의 값의 곱은 $3k^2 - 30k + 74 = 0$ 의 두 근의 곱과 같으므로 $\frac{74}{3}$ 이다.

28. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = a(x + b)^2 - a$ 의 그래프로 적당한 것은?



해설

그래프가 오른쪽 아래를 향하므로 $a < 0$ 이고 (y 절편) > 0 이므로 $b > 0$ 이다. 따라서 $y = a(x + b)^2 - a$ 의 그래프는 위로 볼록하고, $-b < 0$, $-a > 0$ 이므로 꼭짓점이 제 2 사분면 위에 있는 그래프이다.

29. 이차함수 $y = x^2 + 2x + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하였더니 $x = -2$ 일 때, 최솟값 3 을 가졌다. 이 때, a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

▷ 정답 : $b = 1$

해설

$y = x^2 + 2x + 3 = (x + 1)^2 + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면

$$y = (x + 1 - a)^2 + 2 + b = (x + 2)^2 + 3$$

$$\therefore a = -1, b = 1$$

30. 다음 이차함수의 그래프 중 4 번째로 폭이 좁은 것은?

① $y = -(x-2)^2$

② $y = \frac{2x(x-1)(x+1)}{x-1}$

③ $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}$

④ $y = -3x^2 + x$

⑤ $y = -\frac{5}{2}x^2$

해설

a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

a 의 절댓값을 각각 구하면

① 1

② 2

③ $\frac{1}{3}$

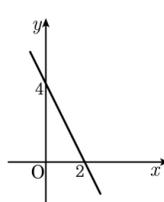
④ 3

⑤ $\frac{5}{2}$

이므로 폭이 좁은 순서는 ④, ⑤, ②, ①, ③이다. 따라서 네 번째로 폭이 좁은 것은 ①이다.

31. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3$ 의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

- ① $(-2, 7)$ ② $(-2, -7)$
③ $(7, 2)$ ④ $(-7, 2)$
⑤ $(2, 7)$



해설

$a = -2, b = 4$ 이므로

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3 \\ &= -x^2 + 4x + 3 \\ &= -(x-2)^2 + 7 \end{aligned}$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, 7)$ 이다.

32. 포물선 $y = x^2 + 2ax + a - \frac{1}{2}$ 이 x 축과 만나는 두 점의 사이의 거리가 1 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2}$

해설

$$y = x^2 + 2ax + a - \frac{1}{2} \text{ 의}$$

x 절편을 α, β ($\alpha > \beta$) 라고 하면

$$\alpha + \beta = -2a, \alpha\beta = a - \frac{1}{2} \text{ 이다.}$$

$\alpha - \beta = 1$ 이므로

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta \text{ 이다.}$$

$$1 = 4a^2 - 4a + 2$$

$$4a^2 - 4a + 1 = 0$$

$$(2a - 1)^2 = 0$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}$$

33. 포물선 $y = -2x^2 - bx + c$ 에서 $b < 0$, $c > 0$ 이면 꼭짓점은 제 몇 사분면 위에 있는가?

- ① 원점 ② 제1 사분면 ③ 제2 사분면
④ 제3 사분면 ⑤ 제4 사분면

해설

$$y = -2x^2 - bx + c = -2\left(x + \frac{b}{4}\right)^2 + \frac{b^2}{8} + c = -2\left(x + \frac{b}{4}\right)^2 + \frac{b^2 + 8c}{8}$$

$$\therefore \text{꼭짓점의 좌표는 } \left(-\frac{b}{4}, \frac{b^2 + 8c}{8}\right)$$

$$\text{그런데 } b < 0, c > 0 \text{ 이므로 } -\frac{b}{4} > 0, \frac{b^2 + 8c}{8} > 0$$

\therefore 제 1 사분면

34. 직선 $x = 1 - y$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 A, 포물선 $y = px^2$, $y = qx^2$ 의 그래프와 1 사분면에서 만나는 점을 각각 B, C, y 축과 만나는 점을 D 라 하고 B 점의 x 좌표값이 $\frac{1}{2}$ 일 때, $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CD} = 3 : a : 1$ 의 비례식이 성립되기 위한 상수 p, q 에 대하여 pq 의 값을 구하여라.(단, $q > p > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

A(1, 0), D(0, 1) 이고 $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CD} = 3 : a : 1$ 이고 B 점의 x 좌표값이 $\frac{1}{2}$ 이므로

비례식 $1 : \frac{1}{2} = (3k + ak + k) : (k + ak)$ 이 성립한다.

$\therefore a = 2$

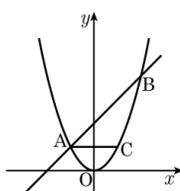
따라서 점 B 의 좌표는 $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$, C $(\frac{1}{6}, \frac{5}{6})$

$y = px^2$ 가 B $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ 를 지나므로 $p = 2$

$y = qx^2$ 가 C $(\frac{1}{6}, \frac{5}{6})$ 를 지나므로 $q = 30$

$\therefore pq = 60$

35. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 과 직선 $y = x + 4$ 의 교점을 A, B 라 하고 삼각형 ABC 의 넓이가 12 가 되는 이차곡선 위의 한 점을 C 라 하자. 점 C 를 지나고 삼각형 ABC 의 넓이를 2 등분하는 직선의 기울기를 구하여라. (단, 점 C 는 1 사분면에 위치한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

두 그래프의 교점을 구하면

$$\frac{1}{2}x^2 = x + 4, x^2 - 2x - 8 = 0 \text{ 이므로}$$

교점 A, B 는 $(-2, 2)$, $(4, 8)$ 이다.

점 C 의 좌표를 $(a, \frac{1}{2}a^2)$ 이라 하면

$$\Delta ABC = \frac{1}{2} \times (2 + 8) \times 6 - \frac{1}{2} \left(2 + \frac{1}{2}a^2 \right) (a + 2)$$

$$- \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}a^2 + 8 \right) (4 - a)$$

$$= -\frac{3}{2}a^2 + 3a + 12 = 12$$

$\therefore a = 2$ ($\because x > 0$)

따라서 점 C 의 좌표는 $(2, 2)$

점 C 를 지나고 삼각형 ABC 의 넓이를 2 등분하는 직선은 선분 AB 의 중점인 $(1, 5)$ 를 지난다.

따라서 이 직선의 기울기는 -3 이다.