

1. 이차함수  $f(x) = 2x^2 - 4x + 3$  에서  $f(a) = 3$  일 때,  $a$  의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

▷ 정답 : 2

해설

$f(a) = 2a^2 - 4a + 3 = 3$  ,  $2a(a - 2) = 0$  이므로  $a = 0$  ,  $a = 2$  이다.

2. 이차함수  $y = -2x^2$  의 그래프가 제 3사분면 위의 점  $(a, 3a)$  를 지날 때,  $2a$  의 값은?

① -3

② 3

③ -4

④ 4

⑤ -2

해설

$$3a = -2a^2, 2a \left( a + \frac{3}{2} \right) = 0$$

$$\therefore a = 0 \text{ 또는 } a = -\frac{3}{2}$$

따라서 점  $(a, 3a)$  가 제 3 사분면 위의 점이므로  $2a = 2 \times \left( -\frac{3}{2} \right) = -3$  이다.

3. 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  의 그래프가 다음 조건을 만족할 때, 상수  $b$  의 값을 구하여라.

(가) 상수  $m, n$  에 대하여  $m - n = 6$  이다.

(나) 두 점  $(1, m)$  과  $(-1, n)$  을 지난다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

두 점  $(1, m)$  과  $(-1, n)$  을 함수식에 대입하면  $m = a + b + c$ ,  $n = a - b + c$

두 식을 연립하여 풀면  $m - n = 2b$ ,  $m - n = 6$  이므로  $2b = 6$   $\therefore b = 3$

4. 이차함수  $y = x^2$  에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 그래프는 원점을 지나고 아래로 볼록한 포물선이다.
- ②  $x$  가 어떤 값을 갖더라도  $y$  의 값은 양수 또는 0 이다.
- ③  $x$  축에 대하여 대칭이다.
- ④  $x > 0$  일 때,  $x$  값이 증가하면,  $y$  값도 증가한다.
- ⑤  $x < 0$  일 때,  $x$  값이 증가하면,  $y$  값은 감소한다.

해설

③  $y$  축에 대하여 대칭이다.

5. 이차함수  $y = \frac{4}{3}x^2$  의 그래프를  $y$  축의 방향으로  $-2$  만큼 평행이동시켰더니 점  $(a, 10)$  을 지났다.  $a$  의 값을 구하여라. (단,  $a > 0$  )

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = \frac{4}{3}x^2$  의 그래프를  $y$  축의 방향으로  $-2$  만큼 평행이동시킨

함수의 식은  $y = \frac{4}{3}x^2 - 2$  이고, 점  $(a, 10)$  을 지나므로

$$10 = \frac{4}{3}a^2 - 2, \quad a = \pm 3$$

$a > 0$  이므로  $a = 3$  이다.

6. 이차함수  $y = -3x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로 2만큼 평행이동 한 그래프에서 다음 중 옳지 않은 것은?

① 함수의 식은  $y = -3(x-2)^2$  이다.

② 축의 방정식은  $x = 2$  이다.

③ 꼭짓점의 좌표는  $(2, 0)$  이다.

④ 위로 볼록한 그래프이다.

⑤  $x > 2$  인 범위에서  $x$  의 값이 증가할 때  $y$  의 값도 증가한다.

해설

$y = ax^2$  의 그래프를  $x$  축으로  $p$  만큼 평행이동하면  $y = a(x-p)^2$  이므로  $y = -3(x-2)^2$  이다. 꼭짓점의  $x$  좌표는 2 이고  $y$  좌표는 0 이므로  $(2, 0)$  이고,  $x$  축으로 평행이동하면 축의 방정식이  $x = p$  로 변하므로  $x = 2$  이다. 위로 볼록한 그래프이고 축의 방정식이  $x = 2$  이므로  $x > 2$  인 범위에서  $x$  의 값이 증가할 때  $y$  의 값은 감소한다.

7. 이차함수  $y = 2x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로 1 만큼 평행이동시키면 점  $(3, m)$  을 지난다.  $m$  의 값은?

① 8

② 12

③ 18

④ 20

⑤ 32

해설

$y = 2(x - 1)^2$  의 그래프가  
점  $(3, m)$  을 지나므로  
 $m = 2(3 - 1)^2$  ,  $m = 8$  이다.

8. 이차함수  $y = 5x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $-1$  만큼 평행이동시키면 점  $(1, a)$  을 지난다. 이때,  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$y = 5(x + 1)^2$  의 그래프가

점  $(1, a)$  을 지나므로

$a = 5(1 + 1)^2$  ,  $a = 20$  이다.

9. 이차함수  $y = 3(x - 1)^2 + 4$ 의 그래프를  $y$ 축의 방향으로 얼마만큼 평행이동하면 점  $(2, 8)$ 을 지나는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$y = 3(x - 1)^2 + 4$ 의 그래프를  $y$ 축의 방향으로  $q$ 만큼 평행이동하면

$y = 3(x - 1)^2 + 4 + q$ 이고, 점  $(2, 8)$ 을 지나므로

$$8 = 3(2 - 1)^2 + 4 + q$$

$$\therefore q = 1$$

10. 이차함수  $y = x^2 - 4x + 1$  그래프의 꼭짓점이 일차함수  $y = ax + 1$  의 그래프 위를 지날 때,  $a$  의 값은?

①  $-1$

②  $-2$

③  $-3$

④  $-4$

⑤  $-5$

해설

$y = x^2 - 4x + 1 = (x - 2)^2 - 3$  이다.

꼭짓점  $(2, -3)$  이  $y = ax + 1$  위에 있으므로  $-3 = 2a + 1$  이다.

$\therefore a = -2$

11. 이차함수  $y = -\frac{1}{3}(x+2)^2$  의 그래프에서  $x$  값이 증가함에 따라  $y$  값도 증가하는  $x$ 의 값의 범위는?

①  $x > 0$

②  $x < 2$

③  $x > 2$

④  $x > -2$

⑤  $x < -2$

해설

꼭짓점이  $(-2, 0)$  이고 위로 볼록한 그래프이다.  $x < -2$  일 때,  $x$ 가 증가하면  $y$ 도 증가한다.

12. 이차함수  $y = a(x + 2)^2$  의 그래프를  $x$  축에 대하여 대칭이동한 후 다시  $y$  축에 대하여 대칭이동하면 점  $(3, -3)$  을 지난다. 이 때, 상수  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

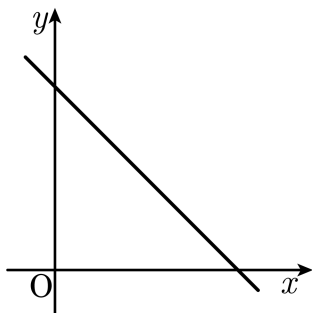
$x$  축에 대하여 대칭이동하면,  $y = -a(x + 2)^2$

$y$  축에 대하여 대칭이동하면,  $y = -a(-x + 2)^2 = -a(x - 2)^2$

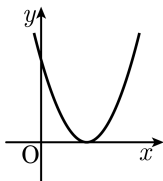
점  $(3, -3)$  을 대입하면,  $-3 = -a$

$\therefore a = 3$

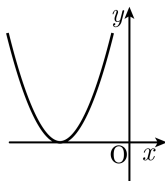
13. 다음은 일차함수  $y = ax + b$  의 그래프이다. 이차함수  $y = a(x + b)^2$  의 그래프는 어느 것인가?



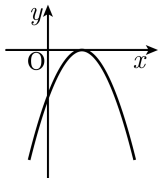
①



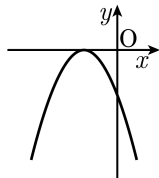
②



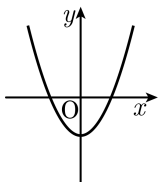
③



④



⑤



### 해설

일차함수  $y = ax + b$  에서 기울기는 음수이고  $y$  절편은 양수이므로  $a < 0$ ,  $b > 0$  이다.

$y = a(x + b)^2$  에서  $a < 0$  이므로 위로 볼록하고, 꼭짓점  $(-b, 0)$  에서  $b > 0$  이므로 꼭짓점의  $x$  좌표가 음이면서  $x$  축에 접하는 그래프이다.

따라서 ④번 그래프가 적당하다.

14. 다음 보기의 조건을 만족하는 이차함수식은  $y = \frac{1}{a}(x+b)^2 + c$  의 꼴이다. 이 때,  $a+b+c$  를 구하여라.

보기

- ㉠ 이차함수  $y = -\frac{1}{4}x^2$  의 그래프와 폭이 같다.
- ㉡ 꼭짓점은  $(-1, 1)$  이다.
- ㉢ 아래로 볼록하다.
- ㉣  $y$  절편이 양수이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$y = -\frac{1}{4}x^2$  의 그래프와 폭이 같은 것은 이차항의 계수가  $\frac{1}{4}, -\frac{1}{4}$

이고 아래로 볼록하므로  $a = 4$  이다.

꼭짓점이  $(-1, 1)$  이므로  $b = 1, c = 1$  이다.

따라서  $a+b+c = 6$  이다.

15. 이차함수  $y = 2x^2 - 4x + 3$  과  $y = x^2 + ax + b$  의 꼭짓점의 좌표가 일치할 때,  $a + b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 - 4x + 3 \\&= 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3 \\&= 2(x - 1)^2 - 2 + 3 \\&= 2(x - 1)^2 + 1\end{aligned}$$

꼭짓점의 좌표 : (1, 1)

꼭짓점의 좌표가 일치하므로

$$\begin{aligned}y &= x^2 + ax + b = (x - 1)^2 + 1 \\&= x^2 - 2x + 2\end{aligned}$$

$$\therefore a = -2, b = 2, a + b = 0$$

16. 이차함수  $y = -2x^2 + 4x + k$  의  $y$ 의 값의 범위가  $y \leq 2$  일 때, 상수  $k$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$y = -2x^2 + 4x + k = -2(x-1)^2 + k + 2$$

$$k + 2 = 2$$

$$\therefore k = 0$$

17. 이차함수  $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 1$  의 그래프에서  $x$  의 값이 증가할 때,  $y$  의 값도 증가하는  $x$  값의 범위를 구하면?

①  $x > 1$

②  $x > 2$

③  $x > 3$

④  $x < 2$

⑤  $x < 1$

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2 - 3x + 1 = \frac{1}{2}(x^2 - 6x) + 1 \\ &= \frac{1}{2}(x - 3)^2 - \frac{9}{2} + 1 \\ &= \frac{1}{2}(x - 3)^2 - \frac{7}{2} \end{aligned}$$

축이  $x = 3$  이므로  $x$  의 값이 증가할 때,  $y$  의 값도 증가하는 범위는  $x > 3$  이다.

18. 다음 보기의 이차함수 중  $x$  축과 서로 다른 두 점에서 만나는 것을 모두 골라라.

보기

㉠  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2$

㉡  $y = -3x^2 + 6x + 2$

㉢  $y = x^2 - 2x + 3$

㉣  $y = 2x^2 + 4x + 5$

㉤  $y = -x^2 + 4x$

㉥  $y = -x^2 + 2x + 2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉥

해설

㉠  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2$  , 꼭짓점이  $(0, 2)$  인 위로 볼록한 그래프가 그려진다.

$\therefore x$  축과 두 점에서 만난다.

㉡  $y = -3(x-1)^2 + 5$  , 꼭짓점이  $(1, 5)$  인 위로 볼록한 그래프가 그려진다.

$\therefore x$  축과 두 점에서 만난다.

㉢  $y = (x-1)^2 + 2$  , 꼭짓점이  $(1, 2)$  인 아래로 볼록한 그래프가 그려진다.

$\therefore x$  축과 만나지 않는다.

㉣  $y = 2(x+1)^2 + 3$  , 꼭짓점이  $(-1, 3)$  인 아래로 볼록한 그래프가 그려진다.

$\therefore x$  축과 만나지 않는다.

㉤  $y = -(x-2)^2 + 4$  , 꼭짓점이  $(2, 4)$  인 위로 볼록한 그래프가 그려진다.

$\therefore x$  축과 두 점에서 만난다.

㉥  $y = -(x-1)^2 + 3$  , 꼭짓점이  $(1, 3)$  인 위로 볼록한 그래프가 그려진다.

$\therefore x$  축과 두 점에서 만난다.

$\therefore x$  축과 서로 다른 두 점에서 만나는 것은

㉠, ㉡, ㉤, ㉥

19. 이차함수의 그래프가  $x$  축과 두 점에서 만나는 것을 모두 고르면?

①  $y = 4x^2 - 4x + 1$

②  $y = x^2 - 3x + 2$

③  $y = 2x^2 + 3x + 4$

④  $y = -2x^2 + 4x - 3$

⑤  $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 1$

해설

②  $D = 3^2 - 4 \times 2 > 0$

⑤  $D = (-1)^2 - 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) > 0$

20. 다음 중 이차함수  $y = x^2 - 4x + 2$  에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 모든  $x$ 의 값에 대하여  $y$ 의 값의 범위는  $y \leq -2$ 이다.

② 그래프는 위로 볼록한 포물선이다.

③  $y$  축과 만나는 점의 좌표는  $(0, 4)$  이다.

④ 축의 방정식은  $x = 2$  이다.

⑤  $x > 2$  일 때,  $x$ 의 값이 증가하면  $y$ 의 값은 감소한다.

해설

$$y = (x - 2)^2 - 2$$

① 모든  $x$ 의 값에 대하여  $y$ 의 값의 범위는  $y \geq -2$ 이다.

② 아래로 볼록하다.

③  $y$  축과 만나는 점의 좌표는  $(0, 2)$  이다.

⑤  $y$ 도 증가한다.

21.

삼차방정식  $36x^3 - 36x^2 + 4x + k = 0$ 이 세 개의 실근  $\alpha, \beta, \gamma$ 를 갖고  $\alpha < \beta < \gamma$ ,  $\beta = \frac{\alpha + \gamma}{2}$ 를 만족할 때, 상수  $k$ 의 값은?

①  $\frac{1}{3}$

②  $\frac{2}{3}$

③ 1

④  $\frac{4}{3}$

⑤  $\frac{5}{3}$

해설

22. 두 함수  $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$ 과  $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$ 이 모두  $y$ 가  $x$ 에 관한 이차함수가 되도록 상수  $a$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

- i)  $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$ 이  $x$ 에 관한 이차함수가 되기 위해서는  $a^2 - 3a + 2 = 0$  이어야 하므로  $(a - 1)(a - 2) = 0$   
 $\therefore a = 1$  또는  $a = 2$
- ii)  $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$ 이  $x$ 에 관한 이차함수가 되기 위해서는  $2a^2 - 8 \neq 0$  이어야 하므로  $a \neq \pm 2$
- i), ii)에 의하여  $a = 1$  이다.

23. 이차함수  $y = 3x^2$  의 그래프는 점  $(a, 12)$  를 지나고, 이차함수  $y = bx^2$  과  $x$  축에 대하여 대칭이다. 이 때,  $ab$  의 값은?

①  $\pm 2$

②  $\pm 3$

③  $\pm 5$

④  $\pm 6$

⑤  $\pm 7$

해설

$y = 3x^2$  에  $(a, 12)$  를 대입하면  $a = \pm 2$  이다.

$x$  축과 대칭인 함수는  $x^2$  의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이므로  $b = -3$  이다.

$$\therefore ab = \pm 6$$

24. 이차함수  $y = ax^2$  의 그래프가  $y = -\frac{3}{2}x^2$  의 그래프보다 폭이 좁고,  
 $y = 2x^2$  의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, 음수  $a$  의 값의 범위는?

①  $-\frac{3}{2} < a < 2$

②  $-\frac{3}{2} < a < -2$

③  $\frac{3}{2} < a < 2$

④  $-2 < a < -\frac{3}{2}$

⑤  $-2 < a < \frac{3}{2}$

해설

$$\frac{3}{2} < |a| < 2$$

$\frac{3}{2} < a < 2$  또는  $-2 < a < -\frac{3}{2}$  이고,  $a$  가 음수이므로  $-2 < a < -\frac{3}{2}$  이다.

25. 다음의 이차함수의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

(가)  $y = \frac{1}{2}x^2$

(나)  $y = -2x^2$

(다)  $y = 2x^2$

(라)  $y = -\frac{1}{4}x^2$

- ① (나)와 (다)의 그래프는 폭이 같다.
- ② 아래로 볼록한 포물선은 (가)와 (다)이다.
- ③ 폭이 가장 넓은 그래프는 (라)이다.
- ④ (나)와 (다)의 그래프는  $x$  축에 대하여 서로 대칭이다.
- ⑤  $x$  축 아래쪽에 나타나지 않는 그래프는 (나), (라)이다.

해설

- ①  $|a|$  이 같으므로 두 그래프는 폭이 같다.
- ②  $a > 0$ 이므로 아래로 볼록이다.
- ③  $|a|$ 가 작을 수록 폭이 넓다.
- ④  $a$ 의 부호가 반대이면  $x$  축 대칭이다.
- ⑤ (나), (라)는  $a < 0$  이므로  $x$  축 아래에 나타난다.

26. 이차함수  $y = -\frac{1}{4}x^2$  의 그래프를  $y$  축 방향으로  $a$  만큼 평행이동하면 점  $(-\sqrt{2}, \frac{1}{2})$  을 지난다고 할 때,  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$y = -\frac{1}{4}x^2 + a$  에 점  $(-\sqrt{2}, \frac{1}{2})$  을 대입하면

$$\frac{1}{2} = -\frac{1}{4}(-\sqrt{2})^2 + a$$

$$\therefore a = 1$$

27. 이차함수  $y = -3x^2$  의 그래프를 꼭짓점의 좌표가  $(5, -2)$  가 되도록 평행이동하면 점  $(k, -3)$  을 지난다. 이 때, 상수  $k$  의 값을 모두 곱하면?

①  $\frac{1}{3}$

②  $-\frac{1}{3}$

③  $\frac{74}{3}$

④  $-\frac{80}{3}$

⑤  $-10$

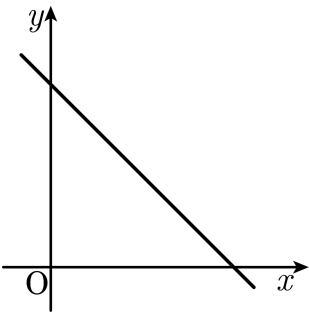
해설

$y = -3x^2$  을 꼭짓점의 좌표가  $(5, -2)$  가 되도록 평행이동하면  
 $y = -3(x - 5)^2 - 2$  이고

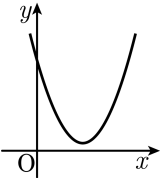
$y = -3(x - 5)^2 - 2$  가 점  $(k, -3)$  을 지나므로 대입하면  $-3 = -3(k - 5)^2 - 2$ ,  $3k^2 - 30k + 74 = 0$  이다.

상수  $k$  의 값의 곱은  $3k^2 - 30k + 74 = 0$  의 두 근의 곱과 같으므로  
 $\frac{74}{3}$  이다.

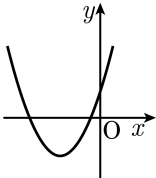
28. 일차함수  $y = ax + b$  의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수  $y = a(x + b)^2 - a$  의 그래프로 적당한 것은?



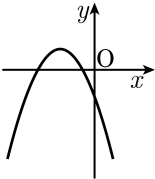
①



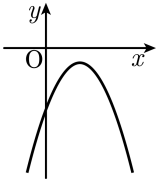
②



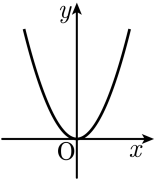
③



④



⑤



### 해설

그래프가 오른쪽 아래를 향하므로  $a < 0$  이고 ( $y$ 절편)  $> 0$  이므로  $b > 0$  이다. 따라서  $y = a(x + b)^2 - a$  의 그래프는 위로 볼록하고,  $-b < 0$ ,  $-a > 0$  이므로 꼭짓점이 제 2 사분면 위에 있는 그래프이다.

29. 이차함수  $y = x^2 + 2x + 3$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $a$  만큼,  $y$  축의 방향으로  $b$  만큼 평행이동하였더니  $x = -2$  일 때, 최솟값 3 을 가졌다. 이 때,  $a, b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = -1$

▷ 정답 :  $b = 1$

해설

$y = x^2 + 2x + 3 = (x + 1)^2 + 2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $a$  만큼,  $y$  축의 방향으로  $b$  만큼 평행이동하면

$$y = (x + 1 - a)^2 + 2 + b = (x + 2)^2 + 3$$

$$\therefore a = -1, b = 1$$

30. 다음 이차함수의 그래프 중 4 번째로 폭이 좁은 것은?

①  $y = -(x-2)^2$

②  $y = \frac{2x(x-1)(x+1)}{x-1}$

③  $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}$

④  $y = -3x^2 + x$

⑤  $y = -\frac{5}{2}x^2$

### 해설

$a$ 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

$a$ 의 절댓값을 각각 구하면

① 1

② 2

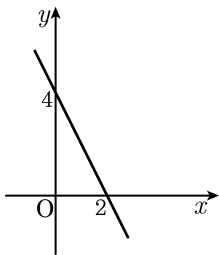
③  $\frac{1}{3}$

④ 3

⑤  $\frac{5}{2}$

이므로 폭이 좁은 순서는 ④, ⑤, ②, ①, ③이다. 따라서 네 번째로 폭이 좁은 것은 ①이다.

31. 일차함수  $y = ax + b$  의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수  $y = \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3$  의 꼭짓점의 좌표를 구하면?



- ①  $(-2, 7)$                       ②  $(-2, -7)$   
③  $(7, 2)$                       ④  $(-7, 2)$

⑤  $(2, 7)$

해설

$a = -2, b = 4$  이므로

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3 \\ &= -x^2 + 4x + 3 \\ &= -(x-2)^2 + 7 \end{aligned}$$

따라서 꼭짓점의 좌표는  $(2, 7)$  이다.

32. 포물선  $y = x^2 + 2ax + a - \frac{1}{2}$  이  $x$  축과 만나는 두 점의 사이의 거리가 1 일 때,  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 :  $\frac{1}{2}$

해설

$$y = x^2 + 2ax + a - \frac{1}{2} \text{ 의}$$

$x$  절편을  $\alpha, \beta$  ( $\alpha > \beta$ ) 라고 하면

$$\alpha + \beta = -2a, \alpha\beta = a - \frac{1}{2} \text{ 이다.}$$

$$\alpha - \beta = 1 \text{ 이므로}$$

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta \text{ 이다.}$$

$$1 = 4a^2 - 4a + 2$$

$$4a^2 - 4a + 1 = 0$$

$$(2a - 1)^2 = 0$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}$$

33. 포물선  $y = -2x^2 - bx + c$  에서  $b < 0$ ,  $c > 0$  이면 꼭짓점은 제 몇 사분면 위에 있는가?

① 원점

② 제1 사분면

③ 제2 사분면

④ 제3 사분면

⑤ 제4 사분면

해설

$$y = -2x^2 - bx + c = -2\left(x + \frac{b}{4}\right)^2 + \frac{b^2}{8} + c = -2\left(x + \frac{b}{4}\right)^2 + \frac{b^2 + 8c}{8}$$

$$\therefore \text{꼭짓점의 좌표는 } \left(-\frac{b}{4}, \frac{b^2 + 8c}{8}\right)$$

$$\text{그런데 } b < 0, c > 0 \text{ 이므로 } -\frac{b}{4} > 0, \frac{b^2 + 8c}{8} > 0$$

$\therefore$  제 1 사분면

34. 직선  $x = 1 - y$  의 그래프가  $x$  축과 만나는 점을 A, 포물선  $y = px^2$ ,  $y = qx^2$  의 그래프와 1 사분면에서 만나는 점을 각각 B, C,  $y$  축과 만나는 점을 D 라 하고 B 점의  $x$  좌표값이  $\frac{1}{2}$  일 때,  $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CD} = 3 : a : 1$  의 비례식이 성립되기 위한 상수  $p, q$  에 대하여  $pq$  의 값을 구하여라.(단,  $q > p > 0$ )

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

#### 해설

A(1, 0), D(0, 1) 이고  $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CD} = 3 : a : 1$  이고 B 점의  $x$  좌표값이  $\frac{1}{2}$  이므로

비례식  $1 : \frac{1}{2} = (3k + ak + k) : (k + ak)$  이 성립한다.

$$\therefore a = 2$$

따라서 점 B 의 좌표는  $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ , C  $\left(\frac{1}{6}, \frac{5}{6}\right)$

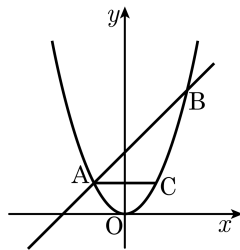
$y = px^2$  가 B  $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$  를 지나므로  $p = 2$

$y = qx^2$  가 C  $\left(\frac{1}{6}, \frac{5}{6}\right)$  를 지나므로  $q = 30$

$$\therefore pq = 60$$

35.

다음 그림과 같이 이차함수  $y = \frac{1}{2}x^2$  과 직선  $y = x + 4$  의 교점을 A, B 라 하고 삼각형 ABC 의 넓이가 12 가 되는 이차곡선 위의 한 점을 C 라 하자. 점 C 를 지나고 삼각형 ABC 의 넓이를 2 등분하는 직선의 기울기를 구하여라. (단, 점 C 는 1 사분면에 위치한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : -3

## 해설

두 그래프의 교점을 구하면

$$\frac{1}{2}x^2 = x + 4, \quad x^2 - 2x - 8 = 0 \text{ 이므로}$$

교점 A, B 는  $(-2, 2)$ ,  $(4, 8)$  이다.

점 C 의 좌표를  $\left(a, \frac{1}{2}a^2\right)$  이라 하면

$$\begin{aligned} \triangle ABC &= \frac{1}{2} \times (2 + 8) \times 6 - \frac{1}{2} \left(2 + \frac{1}{2}a^2\right) (a + 2) \\ &\quad - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}a^2 + 8\right) (4 - a) \\ &= -\frac{3}{2}a^2 + 3a + 12 = 12 \end{aligned}$$

$$\therefore a = 2 (\because x > 0)$$

따라서 점 C 의 좌표는  $(2, 2)$

점 C 를 지나고 삼각형 ABC 의 넓이를 2 등분하는 직선은 선분 AB 의 중점인  $(1, 5)$  를 지난다.

따라서 이 직선의 기울기는 -3 이다.