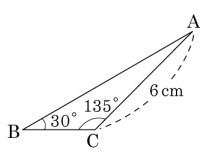
1. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle ACB = 135°$, $\overline{AC} = 6\text{cm}$ 이다. $\overline{AB}$ 의 길이를 구하면?



① $6\,\text{cm}$ ② $6\sqrt{2}\,\text{cm}$ ③ $6\sqrt{3}\,\text{cm}$
④ $7\,\text{cm}$ ⑤ $7\sqrt{2}\,\text{cm}$

해설

$\cos 45° = \dfrac{\overline{CH}}{6}$

$\overline{CH} = 6\cos 45° = 6 \times \dfrac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}\,(\text{cm})$

$\overline{AH} = \overline{CH} = 3\sqrt{2}\ (\text{cm})$

$\sin 30° = \dfrac{\overline{AH}}{\overline{AB}}$

$\therefore\ \overline{AB} = 3\sqrt{2} \div \dfrac{1}{2} = 6\sqrt{2}\ (\text{cm})$

2. 다음 삼각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

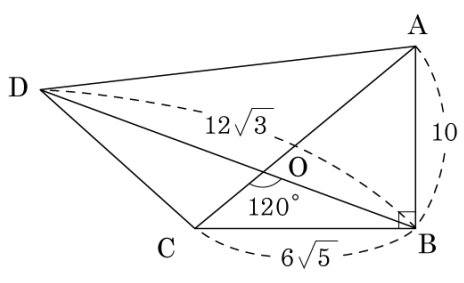
▷ 정답 : 9

해설

△ABC 의 넓이를 S 라 하면,

$$S = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{BC} \times \sin 30°$$
$$= \frac{1}{2} \times 9 \times 4 \times \frac{1}{2} = 9$$

3. 다음 사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 10$, $\overline{BC} = 6\sqrt{5}$, $\overline{BD} = 12\sqrt{3}$일 때, □ABCD 의 넓이는?

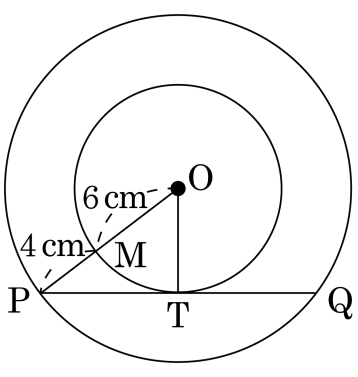


① $16\sqrt{70}$ ② $18\sqrt{70}$ ③ $20\sqrt{70}$
④ $21\sqrt{70}$ ⑤ $24\sqrt{70}$

해설

$\overline{AC} = \sqrt{10^2 + (6\sqrt{5})^2} = \sqrt{100 + 180} = 2\sqrt{70}$
□ABCD의 넓이
$= \frac{1}{2} \times 12\sqrt{3} \times 2\sqrt{70} \times \sin(180° - 120°)$
$= \frac{1}{2} \times 12\sqrt{3} \times 2\sqrt{70} \times \sin 60°$
$= \frac{1}{2} \times 12\sqrt{3} \times 2\sqrt{70} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 18\sqrt{70}$

4. 다음 그림과 같이 중심이 같은 두 원에서 $\overline{OP}$ 가 작은 원과 만나는 점을 M , 큰 원의 현 $\overline{PQ}$ 가 작은 원과 만나는 점을 T 라 하자. $\overline{OM} = 6\,\text{cm}, \overline{PM} = 4\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이는?

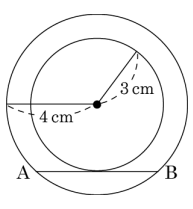


① 13 cm ② 14 cm ③ 15 cm ④ 16 cm ⑤ 17 cm

해설

$\overline{OT} = 6(\text{cm})$ 이고 $\angle OTP = 90°$ 이므로 $\overline{PT} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8(\text{cm})$ 이다.
따라서 $\overline{PQ} = 2 \times 8 = 16(\text{cm})$ 이다.

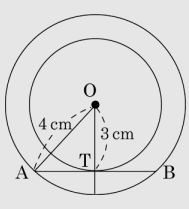
5. 다음 그림에서 두 동심원의 반지름의 길이는 각각 3cm, 4cm 이고 현 AB가 작은 원의 접선일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



① $\sqrt{7}$ cm ② $2\sqrt{7}$ cm ③ $4\sqrt{7}$ cm

④ $6\sqrt{7}$ cm ⑤ $3\sqrt{7}$ cm

해설



동심원의 중심을 O , $\overline{AB}$ 와 작은 원의 접점을 T 라 하면 $\overline{AT}^2 = \overline{AO}^2 - \overline{OT}^2 = 4^2 - 3^2 = 7(\text{cm})$

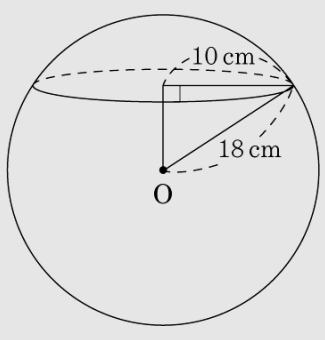
$\therefore \overline{AT} = \sqrt{7}$ cm, $\overline{AB} = 2\sqrt{7}$ cm

6. 어떤 구의 반지름은 18 cm 라고 한다. 이 구를 평면으로 잘랐더니 반지름이 10 cm 인 원이 나왔을 때, 이 평면과 구의 중심과의 거리는 몇 cm 인가?

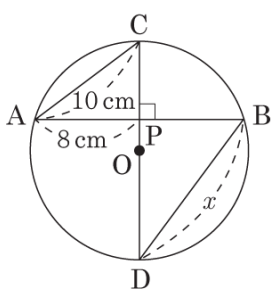
① $4\sqrt{14}$ cm ② $3\sqrt{14}$ cm ③ $2\sqrt{14}$ cm
④ $\sqrt{14}$ cm ⑤ $\frac{\sqrt{14}}{2}$ cm

해설

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{18^2 - 10^2} \\ &= \sqrt{324 - 100} \\ &= \sqrt{224} \\ &= 4\sqrt{14}\ (\text{cm}) \end{aligned}$$



7. 다음 그림과 같이 원의 두 현 AB, CD 의 교점을 P라 할 때, $\overline{AP} = 8\,\text{cm}$, $\overline{AC} = 10\,\text{cm}$, $\angle CPB = 90°$ 이다. $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.

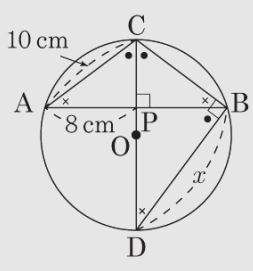


▶ 답: cm

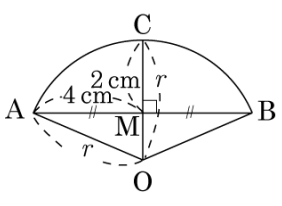
▷ 정답: $\frac{40}{3}$ cm

해설

$\overline{AP} = \overline{BP} = 8\ (\text{cm})$
$\triangle CAP \equiv \triangle CBP$(SAS합동)
$\triangle BCD$ 에서
$\angle CBD = 90°$ 이므로
$\triangle PCA \backsim \triangle PBD$(AA닮음)
$\overline{CP} = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{36} = 6\ (\text{cm})$
$\overline{PC} : \overline{PB} = \overline{CA} : \overline{BD}$ 에서
$6 : 8 = 10 : x$
$6x = 80$
$\therefore\ x = \frac{40}{3}\ (\text{cm})$



8. 다음 그림은 원의 일부이다. $\overline{AM} = \overline{BM} = 4\,\text{cm}$, $\overline{CM} = 2\,\text{cm}$, $\overline{AB} \perp \overline{CM}$ 일 때, 원의 반지름의 길이를 구하여라.



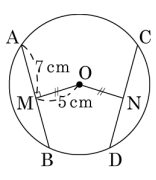
▶ 답: cm

▷ 정답: 5 cm

해설

직각삼각형 AOM 에서
$r^2 = (r-2)^2 + 4^2$, $r = 5\,\text{cm}$

9. 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{AB} \perp \overline{OM}$, $\overline{CD} \perp \overline{ON}$ 이고 $\overline{OM} = \overline{ON} = 5\text{cm}, \overline{AM} = 7\text{cm}$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



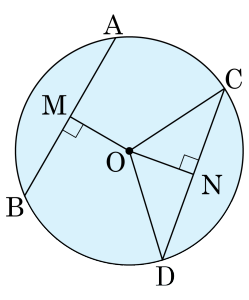
▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 14 cm

해설

$\overline{AB} \perp \overline{OM}$ 이면 $\overline{AB} = 2\overline{AM} = 2 \times 7 = 14(\text{cm})$ 이고 $\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로 $\overline{CD} = \overline{AB} = 14(\text{cm})$ 이다.

10. 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{AB} \perp \overline{OM}$ 이고 $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이다. $\overline{AM} = 6\text{cm}$, $\overline{OM} = \sqrt{5}\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이는?



① $41\pi\text{cm}^2$ ② $49\pi\text{cm}^2$ ③ $56\pi\text{cm}^2$

④ $60\pi\text{cm}^2$ ⑤ $64\pi\text{cm}^2$

해설

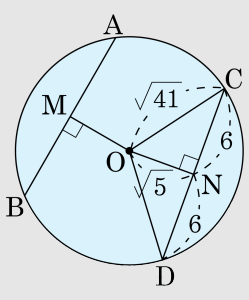
$\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{OM} = \overline{ON} = \sqrt{5}\text{cm}$ 이다.

피타고라스 정리에 의해

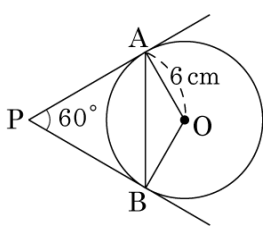
$\overline{OC} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 6^2} = \sqrt{41}\,\text{cm}$

따라서 원의 넓이는

$\pi(\sqrt{41})^2 = 41\pi(\text{cm}^2)$ 이다.



11. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이다. $\angle P = 60°$, $\overline{OA} = 6\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABP$ 의 넓이는?

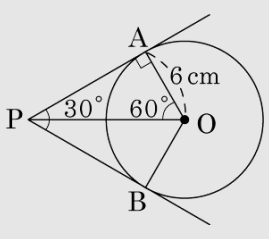


① 24cm^2 ② $27\sqrt{3}\text{cm}^2$ ③ $12\sqrt{6}\text{cm}^2$

④ $40\sqrt{3}\text{cm}^2$ ⑤ 54cm^2

해설

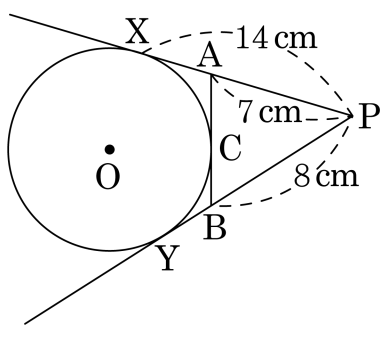
$\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\triangle ABP$ 는 모든 각의 크기가 같은 정삼각형이다.



$\overline{PO}$ 를 그으면 위와 같은 그림이 된다.
따라서 $\overline{PA} : \overline{AO} = 1 : \sqrt{3} = 6 : \overline{PA}$ 이다.

$\therefore \overline{PA} = 6\sqrt{3}\,\text{cm}$, $\frac{\sqrt{3}}{4} \times (6\sqrt{3})^2 = 27\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

12. 다음 그림에서 반직선 PX , PY 는 각각 점 X, Y 에서 접하는 원 O 의 접선이고, 호 XY 위의 점 C 를 접점으로 하는 원 O 의 접선과 $\overrightarrow{PX}$, $\overrightarrow{PY}$ 와의 교점을 각각 A, B 라 한다. 이 때, 선분 AB 의 길이를 구하여라.



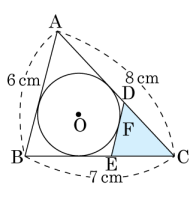
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 13 cm

해설

$\overline{AX} = \overline{AC} = 14 - 7 = 7(\text{cm})$
$\overline{PX} = \overline{PY} = 14(\text{cm})$
$\overline{BY} = \overline{BC} = 14 - 8 = 6(\text{cm})$
$\therefore \overline{AB} = \overline{AC} + \overline{BC} = 7 + 6 = 13(\text{cm})$

13. 다음 그림에서 원 O는 △ABC의 내접원이고, 점 F가 원 O의 접점일 때, △CDE 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 9 cm

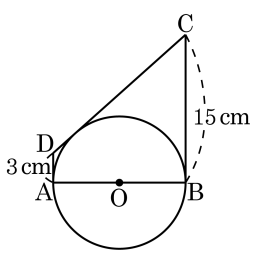
해설

원 O와 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ 와의 교점을 T, T′ 라 하고, $\overline{CT} = \overline{CT'} = x\,(\mathrm{cm})$ 라 하면

$(8-x)+(7-x)=6 \;\therefore\; x=\frac{9}{2}$

$(\therefore \triangle CDE \text{ 의 둘레의 길이}) = \overline{CT}+\overline{CT'} = 2x = 2\times\frac{9}{2} = 9\,(\mathrm{cm})$

14. 다음 그림에서 $\overline{AD}$, $\overline{DC}$, $\overline{BC}$ 는 반원 O 의 접선이다. $\overline{AD} = 3\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 15\,\text{cm}$ 일 때, 지름 AB 의 길이를 구하여라.

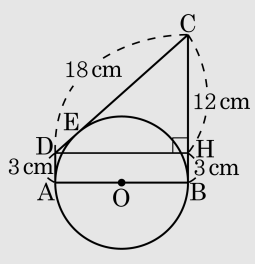


▶ 답 : cm

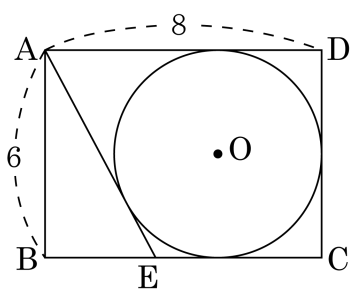
▷ 정답 : $6\sqrt{5}$ cm

해설

$\overline{DC}$와 원 O가 만나는 점을 E라 하면 $\overline{DE} = \overline{DA} = 3\text{cm}, \overline{CE} = \overline{CB} = 15\text{cm}$ 이다.
또한, 점 D 에서 내린 수선의 발을 H 라 하면
$\overline{DH} = \overline{AB}$ 이다.
$\overline{AB} = \overline{DH} = \sqrt{18^2 - 12^2} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}\,(\text{cm})$



15. 다음 그림에서 □ABCD 는 $\overline{AB} = 6$, $\overline{AD} = 8$ 직사각형이다. 원 O 가 □AECD 에 내접할 때, $\overline{BE}$ 의 길이를 구하여라.

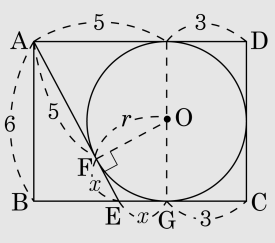


▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{16}{5}$

해설

원 O 의 반지름의 길이를 r 라 하면



$2r = 6$, $r = 3$

$\overline{FE} = \overline{EG} = x (x < 5)$ 라 하면

$\overline{BE} + \overline{EC} = 8$ 이므로 $\overline{BE} = 5 - x$ 이다.

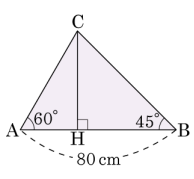
△ABE 에서

$(5 + x)^2 = (5 - x)^2 + 36$, $20x = 36$

$\therefore x = \frac{9}{5}$

$\therefore \overline{BE} = 5 - \frac{9}{5} = \frac{16}{5}$

16. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{CH}$ 의 길이는?



① $10(3-\sqrt{3})$cm ② $20(3-\sqrt{3})$cm ③ $30(3-\sqrt{3})$cm
④ $40(3-\sqrt{3})$cm ⑤ $50(3-\sqrt{3})$cm

해설

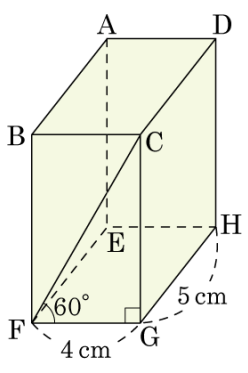
$$\tan(90°-60°)=\frac{\overline{AH}}{\overline{CH}},\ \tan(90°-45°)=\frac{\overline{BH}}{\overline{CH}}$$

$$\overline{CH}=\frac{80}{\tan(90°-60°)+\tan(90°-45°)}$$

$$=\frac{80}{\frac{\sqrt{3}}{3}+1}$$

$$=40(3-\sqrt{3})(\text{cm})$$

17. 다음 그림과 같이 $\overline{FG} = 4\,\text{cm}$, $\overline{GH} = 5\,\text{cm}$, $\angle CFG = 60°$ 인 직육면체가 있다. 이 직육면체의 부피는?



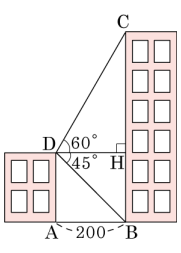
① $80\,\text{cm}^3$ ② $\frac{80}{3}\,\text{cm}^3$ ③ $120\,\text{cm}^3$

④ $80\sqrt{3}\,\text{cm}^3$ ⑤ $160\,\text{cm}^3$

해설

직육면체의 높이는 $4 \cdot \tan 60° = 4\sqrt{3}(\text{cm})$
따라서 직육면체의 부피는
$4 \times 5 \times 4\sqrt{3} = 80\sqrt{3}(\text{cm}^3)$

18. 다음 그림과 같이 간격이 200m 인 두 건물이 있다. 왼쪽의 낮은 건물의 옥상에서 다음 건물을 올려다 본 각도는 $60°$ 이고 내려다 본 각도는 $45°$ 일 때, 다음 건물의 높이를 구하여라.



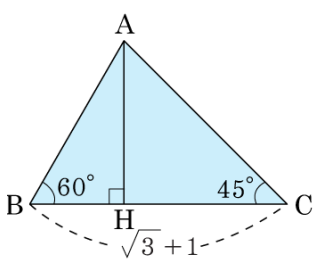
① $200\,\mathrm{m}$
② $200\left(1+\sqrt{2}\right)\mathrm{m}$
③ $200\left(1+\sqrt{3}\right)\mathrm{m}$
④ $200\left(1+\sqrt{5}\right)\mathrm{m}$
⑤ $200\left(1+\sqrt{6}\right)\mathrm{m}$

해설

$\overline{\mathrm{BH}}=200(\mathrm{m}),\ \overline{\mathrm{DH}}=200(\mathrm{m})$

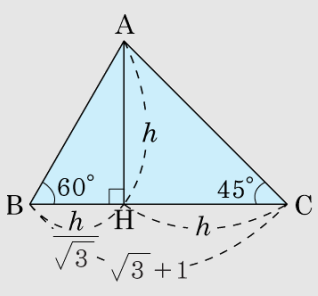
$\overline{\mathrm{CH}}=\tan 60°\times\overline{\mathrm{DH}}$
$=\sqrt{3}\times 200=200\sqrt{3}(\mathrm{m})$
$\therefore \overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{BH}}+\overline{\mathrm{CH}}$
$=200+200\sqrt{3}$
$=200\left(1+\sqrt{3}\right)(\mathrm{m})$

19. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle ABH = 60°$, $\angle ACH = 45°$, $\overline{BC} = \sqrt{3}+1$ 일 때, $\overline{AH}$ 의 길이를 x 라 하면 x^2 을 구하면?



① 2.2 ② 3 ③ 3.5 ④ 4 ⑤ 4.5

해설



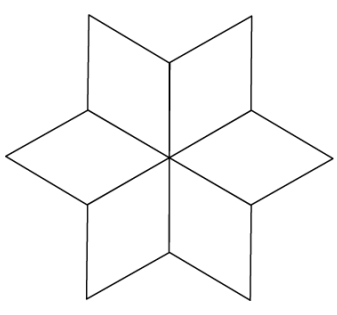
$\overline{AH} = h$ 라 하면 $\frac{h}{\sqrt{3}} + h = \sqrt{3}+1$

양변에 $\sqrt{3}$ 을 곱하면,

$(1+\sqrt{3})h = (\sqrt{3}+1) \times \sqrt{3}$

$\therefore\ h = \overline{AH} = \sqrt{3}$, $\overline{AH}^2 = 3$ 이다.

20. 다음 그림은 한 변의 길이가 3cm 인 여섯 개의 합동인 마름모로 이루어진 별모양이다. 별의 넓이가 $a\sqrt{b}\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.(단, b는 최소의 자연수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

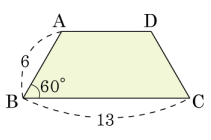
$360^\circ \div 6 = 60^\circ$ 이므로 마름모 한 개의 넓이는

$3 \times 3 \times \sin 60^\circ = \frac{9}{2}\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

따라서, 별의 넓이는 $\frac{9}{2}\sqrt{3} \times 6 = 27\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore a+b = 27+3 = 30$ 이다.

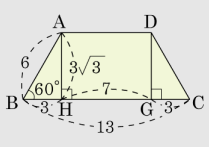
21. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD 의 넓이는?



① $10\sqrt{2}$ ② $20\sqrt{2}$ ③ $20\sqrt{3}$ ④ $30\sqrt{2}$ ⑤ $30\sqrt{3}$

해설

점 A 와 D 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 H, G 라 할 때



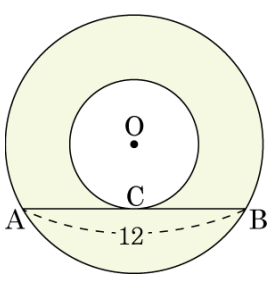
$\overline{AH} = 6 \times \sin 60° = 6 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$

$\overline{BH} = 6 \times \cos 60° = 6 \times \dfrac{1}{2} = 3$

$\overline{CG} = 3$ 이므로 $\overline{HG} = \overline{AD} = 7$

□ABCD 넓이$= \dfrac{1}{2} \times (7 + 13) \times 3\sqrt{3} = 30\sqrt{3}$ 이다.

22. 다음 그림과 같이 두 개의 동심원이 있다. 큰 원의 현 AB 가 작은 원에 접하고, $\overline{AB} = 12$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하면?



① 20π ② 25π ③ 30π ④ 36π ⑤ 40π

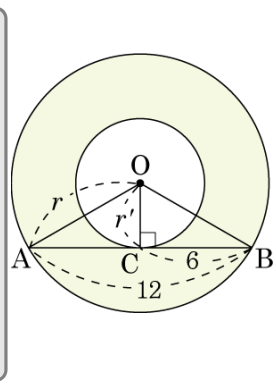
해설

큰 원의 반지름의 길이를 r, 작은 원의 반지름의 길이를 r'이라고 하자.

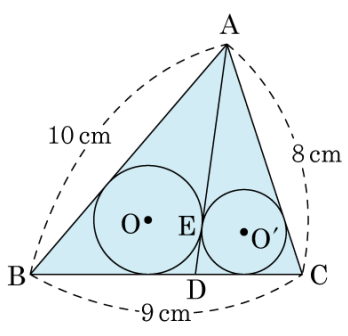
$\overline{AB}$ 는 작은 원의 접선이므로 $\overline{OC} \perp \overline{AB}$, $\overline{AC} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 6$

직각삼각형 $\triangle ACO$ 에서 $r^2 - r'^2 = 6^2$

(색칠한 부분의 넓이)$= \pi r^2 - \pi r'^2 = \pi(r^2 - r'^2) = 36\pi$



23. 그림과 같이 $\overline{AB} = 10\,\text{cm}, \overline{BC} = 9\,\text{cm}, \overline{AC} = 8\,\text{cm}$ 인 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$ 의 내접원을 그리면 이 두 원이 한 점 E 에서 접할 때, $\overline{AE} - \overline{ED}$ 의 길이는?



① 2 cm ② 2.3 cm

③ 3.8 cm ④ 4 cm

⑤ 4.5 cm

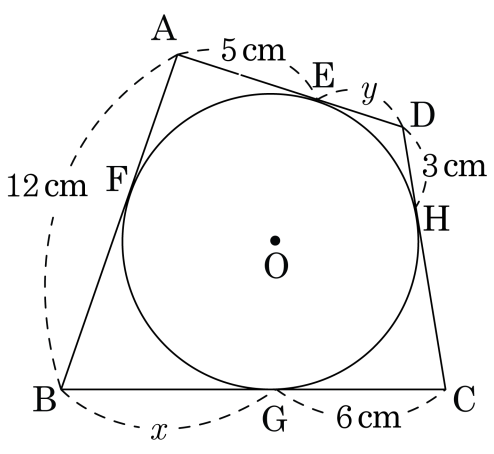
해설

$10 - \overline{AE} + 8 - \overline{AE} + 2\overline{ED} = 9$

$18 - 2\overline{AE} + 2\overline{ED} = 9$

$\therefore \overline{AE} - \overline{ED} = \dfrac{9}{2} = 4.5(\,\text{cm})$

24. 다음 그림과 같이 □ABCD가 원 O에 외접할 때, $x+y$의 값은?

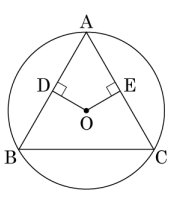


① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$\overline{AF} = \overline{AE} = 5(\text{cm})$
$\overline{DH} = \overline{ED} = 3(\text{cm})$
$\overline{BF} = \overline{BG} = 7(\text{cm})$
따라서 $x = 7(\text{cm}),\ y = 3(\text{cm})$

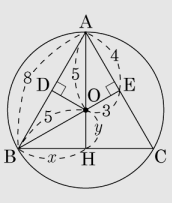
25. 다음 그림에서 $\overline{OD} = \overline{OE} = 3$, $\overline{AC} = 8$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{768}{25}$

해설



$\overline{OD} = \overline{OE}$ 이므로 $\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{AC} = 8$ 인 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{AO} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하고 $\overline{BH} = \overline{HC} = x$,$\overline{OH} = y$ 라 하면

$\overline{AB^2} = \overline{BH^2} + \overline{AH^2} \cdots ①$

$\overline{OB^2} = \overline{BH^2} + \overline{OH^2} \cdots ②$

① 에서 $64 = x^2 + (5+y)^2 \cdots ③$

② 에서 $25 = x^2 + y^2 \cdots ④$

④ 를 ③ 에 대입하여 풀면

$10y = 14,\ y = \frac{7}{5}$

$x^2 = 25 - \left(\frac{7}{5}\right)^2 = \frac{576}{25} \quad \therefore x = \frac{24}{5}$

$(\triangle ABC\text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AH} = \frac{1}{2} \times \frac{48}{5} \times \frac{32}{5} = \frac{768}{25}$