

1. 이차함수 $y = -x^2 + 4x$ 의 최댓값 또는 최솟값과 그 때의 x 의 값은?

- ① $x = 2$ 일 때, 최댓값은 4 ② $x = -2$ 일 때, 최댓값은 4
③ $x = 4$ 일 때, 최댓값은 4 ④ $x = 2$ 일 때, 최솟값은 4
⑤ $x = 4$ 일 때, 최솟값은 0

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 4x \\ &= -(x-2)^2 + 4 \end{aligned}$$

따라서 $x = 2$ 일 때, 최댓값 4를 갖는다.

2. $a > b > 1$ 인 실수 a, b 에 대하여 다음 중 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ ② $\frac{a}{1-a} > \frac{b}{1-b}$ ③ $a+3 < b+3$
④ $a-1 < b-1$ ⑤ $\frac{a}{1+a} < \frac{b}{1+b}$

해설

- ① 양변에 ab 를 곱하면 주어진 조건과 다르게 나온다.
- ② $1-a < 0, 1-b < 0$ 에서 $(1-a)(1-b) > 0$ 이므로 양변에 $(1-a)(1-b)$ 를 곱하면 $a(1-b) > b(1-a), a-ab > b-ab, a > b$ 주어진 조건에 만족한다.
- ③ 양변에 3을 빼주면 주어진 조건에 만족하지 않는다.
- ④ 양변에 1을 더해주면 주어진 조건에 만족하지 않는다.
- ⑤ $1+a > 0, 1+b > 0$ 이므로 $(1+a)(1+b)$ 를 양변에 곱하면 $a(1+b) < b(1+a)$
 $a+ab < b+ab$
 $a < b$
주어진 조건을 만족하지 않는다.

3. 연립부등식 $\begin{cases} 3x^2 + 4x - 4 \geq 0 \\ (x+1)^2 < 4 \end{cases}$ 을 풀면?

- ① $-2 < x \leq -1, \frac{2}{3} < x < 1$ ② $-1 < x \leq -3, \frac{2}{3} \leq x < 2$
③ $-2 < x \leq 0, \frac{1}{3} < x < 1$ ④ $-3 < x \leq -2, \frac{2}{3} \leq x < 1$
⑤ $-4 < x \leq -2, \frac{1}{3} < x < 1$

해설

$$\begin{cases} 3x^2 + 4x - 4 \geq 0 \cdots (가) \\ (x+1)^2 < 4 \cdots (나) \end{cases}$$

(가)에서 $(x+2)(3x-2) \geq 0$ 이므로

$$x \leq -2 \text{ 또는 } x \geq \frac{2}{3}$$

(나)에서 $-2 < x+1 < 2,$

$$-3 < x < 1 \text{ 이므로}$$

$$-3 < x \leq -2, \frac{2}{3} \leq x < 1$$

4. 좌표평면 위의 두 점 A(1, 2), B(4, -2)를 1 : 2로 외분하는 점을 C(a, b)라 할 때, a + b의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\text{외분점은 } C\left(\frac{1 \cdot 4 - 2 \cdot 1}{1 - 2}, \frac{1 \cdot (-2) - 2 \cdot 2}{1 - 2}\right)$$

$$\text{즉, } C(-2, 6) \text{ 이므로 } a + b = -2 + 6 = 4$$

5. 직선 $y = 2x + 3$ 을 x 축 방향으로 1, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행 이동한 도형의 방정식을 $y = ax + b$ 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 9 ② 7 ③ 5 ④ 3 ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned}y &= 2x + 3 \\ \Rightarrow y + 2 &= 2(x - 1) + 3 \\ \Rightarrow y &= 2x - 1 \\ \therefore a + b &= 1\end{aligned}$$

6. 두 집합 $A = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } a \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, a 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$A = B$ 이면 두 집합의 모든 원소가 같다. 집합 A 를 조건제시법으로 나타내면,
 $A = \{2, 4, 6, 8, \dots\} = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\} = B$ 이다. 따라서 $a = 2$ 이다.

7. $A = \{a, b, c, d, e\}$ 에서 원소 a 를 포함하고 b 는 포함하지 않은 부분집합의 개수는?

- ① 4개 ② 7개 ③ 8개 ④ 9개 ⑤ 16개

해설

$$2^{5-1-1} = 2^3 = 8(\text{개})$$

8. 두 집합 $A = \{x|x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 28 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $n(A \cap B)$ 를 구하여라.

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

$$B = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$$

$$A \cap B = \{1, 2, 4\}$$

$$n(A \cap B) = 3$$

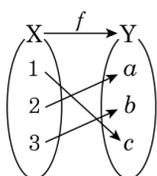
9. 다음 중 명제가 아닌 것은?

- ① 6과 18의 최대공약수는 3이다.
- ② 설악산은 제주도에 있다.
- ③ $x = 2$ 이면 $3x = 6$ 이다.
- ④ $x + 1 < 0$
- ⑤ 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180° 이다.

해설

명제는 참과 거짓을 명확하게 판단할 수 있는 문장이나 식을 말한다. ①, ②는 거짓 명제이고, ③, ⑤는 참인 명제이다. 그러나 ④는 x 의 값에 따라서 참일 수도 있고 거짓일 수도 있으므로 명제가 아니다.

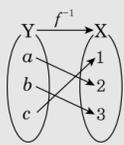
10. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{a, b, c\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow Y$ 가 그림과 같이 주어질 때, $f^{-1}(a) + f^{-1}(c)$ 의 값은 얼마인가?



- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

역함수 f^{-1} 는 그림과 같으므로



$$f^{-1}(a) + f^{-1}(c) = 2 + 1 = 3$$

11. $a > 0$, $x = a - \frac{1}{a}$ 일 때, $\sqrt{x^2 + 4} - x$ 를 a 로 나타내면?

- ① $\frac{2}{a}$ ② $-\frac{2}{a}$ ③ a ④ $2a$ ⑤ $-2a$

해설

$$\sqrt{x^2 + 4} = \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 4} = \sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2}$$

그런데 $a > 0$ 이므로 $\sqrt{x^2 + 4} = a + \frac{1}{a}$

$$\therefore \sqrt{x^2 + 4} - x = \left(a + \frac{1}{a}\right) - \left(a - \frac{1}{a}\right) = \frac{2}{a}$$

12. 다항식 $f(x)$ 를 $(x+3)(x-6)$ 으로 나누었을 때의 나머지가 $x-2$ 이었다.
 $f(x)$ 를 $(x+3)$ 으로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

$$f(x) = (x+3)(x-6)Q(x) + x-2 \text{이므로}$$

$$f(-3) = -5$$

13. $x^4 + 3x^2 + 4 = (x^2 + x + 2)(x^2 + ax + b)$ 일 때, 상수 a, b 의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌 변}) &= (x^2 + 2)^2 - x^2 \\ &= (x^2 + x + 2)(x^2 - x + 2) \\ \therefore a &= -1, b = 2 \\ \therefore ab &= -1 \times 2 = -2\end{aligned}$$

14. $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해 하였더니 $(x + ay)(x - by + c)$ 가 된다고 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2x - y^2 + 2y \\ &= (x^2 - y^2) - 2(x - y) \\ &= (x + y - 2)(x - y) \\ &= (x + ay)(x - by + c) \end{aligned}$$

계수를 비교하면
 $a = -1, b = -1, c = -2$
 $\therefore a + b + c = -1 - 1 - 2 = -4$

15. 이차함수 $y = x^2 - 6x - 10$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -19

해설

$$y = x^2 - 6x - 10 = (x - 3)^2 - 19$$

$x = 3$ 일 때, 최솟값은 -19 이다.

16. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 점 $(1, 5)$ 를 지나고, $x = -1$ 일 때 최솟값 -3 을 가진다. 이 때, abc 의 값은?

- ① -10 ② -8 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

해설

$y = a(x+1)^2 - 3$ 에 $(1, 5)$ 를 대입하면 $a = 2$
따라서 $y = 2(x+1)^2 - 3$ 을 전개하면
 $y = 2x^2 + 4x - 1$ 이므로 $a = 2, b = 4, c = -1$
 $\therefore abc = -8$

17. 점 (3, 4)를 y축, x축, 원점에 대하여 대칭이동하는 것을 순서에 관계 없이 임의로 반복할 때, 좌표평면 위에 나타나지 않는 점은?

① (3, -4)

② (-3, 4)

③ (-3, -4)

④ (4, 3)

⑤ (3, 4)

해설

x축대칭은 y의 부호를 반대로, y축대칭은 x의 부호를 반대로, 원점대칭은 x, y부호를 각각 반대로 해주면 된다.

18. 실수 x, y 에 대하여 $f(xy) = f(x)f(y)$ 이고 f 가 일대일대응일 때, $f(0)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

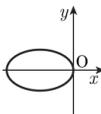
▷ 정답 : 0

해설

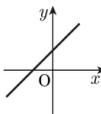
0이 아닌 x 에 대하여 $y = 0$ 을
 $f(xy) = f(x)f(y)$ 에 대입하자.
 $f(0) = f(x)f(0) \Leftrightarrow f(0) - f(0)f(x) = 0$
 $\Leftrightarrow f(0)[1 - f(x)] = 0 \Leftrightarrow f(0) = 0$ 또는 $f(x) = 1$
만일 $f(x) = 1$ 이면
 $f(0) = 1, f(1) = 1, f(2) = 1, \dots$ 이다.
위는 $f(x)$ 가 일대일대응이라는 것과 모순이므로
 $f(x) = 1$ 은 부적당
 $\therefore f(0) = 0$

19. 다음 그래프 중 역함수를 갖는 것은?

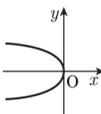
①



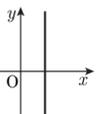
②



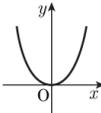
③



④



⑤



해설

역함수를 갖는 것은 일대일 대응이다. ⇒ ②

20. 다음 식을 간단히 하면 $\frac{a}{x(x+b)}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 상수)

$$\frac{\frac{1}{x(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+4)} + \frac{1}{(x+4)(x+6)} + \frac{1}{(x+6)(x+8)} + \frac{1}{(x+8)(x+10)}}{}$$

▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

$\frac{1}{AB} = \frac{1}{B-A} \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B} \right)$ 임을 이용하여 부분분수로 변형하여
 풀다.

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} \right) \\ &+ \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+6} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+8} \right) \\ &+ \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+8} - \frac{1}{x+10} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+10} \right) \\ &= \frac{5}{x(x+10)} \end{aligned}$$

$a = 5, b = 10$ 이므로 $a + b = 15$

21. 남학생 4 명, 여학생 6 명 중에서 반장 1 명, 부반장 1 명을 뽑는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 90가지

해설

$${}_{10}P_2 = 90$$

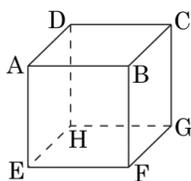
22. 남학생 4 명, 여학생 3 명이 한 줄로 서서 등산을 할 때, 특정한 2 명이 이웃하여 서는 방법은 몇 가지인가?

- ① 7! ② $7! \times 2!$ ③ $6! \times 2!$
④ 6! ⑤ $5! \times 2!$

해설

특정한 2 명을 한 묶음으로 생각하여 6 명을 일렬로 세우는 방법의 수가 6!,
묶음 안에서 2 명이 자리를 바꾸는 방법의 수가 2!이므로, 구하는 경우의 수는 $6! \times 2!$ (가지)

23. 다음 그림의 정육면체에서 모서리를 따라 꼭짓점 A 에서 G 까지의 최단경로의 수를 구하시오.



▶ 답: 개

▷ 정답: 6개

해설

A 에서 가는 방법은 B, D, E 의 3 가지 이고 B, D, E 에서 G 로 가는 방법은 각각 2 가지
(예를 들어 $B \rightarrow C \rightarrow G$ 또는 $B \rightarrow F \rightarrow G$, 2 가지)
 \therefore 따라서 최단경로는 $3 \times 2 = 6$ (가지)

해설

$A \rightarrow B$ 와 같이 가는 경우를 a ,
 $A \rightarrow D$ 와 같이 가는 경우를 b ,
 $A \rightarrow E$ 와 같이 가는 경우를 c 라 하면,
 $A \rightarrow G$ 로 가는 최단경로의 수는 a, b, c 의 배열과 같다.
 $\therefore 3! = 6$ (가지)

24. $x^4 - 3x^2 + 1$ 을 인수분해 하면?

- ① $(x^2 + x - 1)(x^2 - x - 1)$ ② $(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$
③ $(x^2 + 2x - 1)(x^2 - x - 1)$ ④ $(x^2 + x - 1)(x^2 - 2x - 1)$
⑤ $(x^2 + x + 1)(x^2 - 2x + 1)$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 3x^2 + 1 &= x^4 - 2x^2 + 1 - x^2 \\ &= (x^2 - 1)^2 - x^2 \\ &= (x^2 + x - 1)(x^2 - x - 1)\end{aligned}$$

25. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 2(m-a+1)x + m^2 + a^2 - 2b = 0$ 이 m 의 값에 관계없이 항상 중근을 갖도록 a, b 의 값을 정하면?

① $a = -1, b = \frac{1}{2}$

② $a = 1, b = \frac{1}{2}$

③ $a = -1, b = -\frac{1}{2}$

④ $a = 1, b = -\frac{1}{2}$

⑤ $a = 1, b = -1$

해설

$$\frac{D}{4} = 0 \text{이므로}$$

$$(m-a+1)^2 - (m^2 + a^2 - 2b) = 0,$$

m 에 관하여 정리하면

$$2(-a+1)m - 2a + 2b + 1 = 0$$

m 에 관계없이 성립하므로

$$2(-a+1) = 0, -2a + 2b + 1 = 0$$

$$\therefore a = 1, b = \frac{1}{2}$$

26. $f(2x-1) = \frac{x-5}{x-1}$ 일 때, $f(-1)$ 의 값을 구하면?

- ① 5 ② $\frac{7}{2}$ ③ 0 ④ -5 ⑤ -7

해설

$2x-1 = -1$ 에서 $x = 0$
 $\therefore f(-1) = 5$

27. 50 원, 100 원, 500 원짜리 동전만 사용할 수 있는 자동판매기에서 400 원짜리 음료수 3 개를 선택하려고 한다. 세 종류의 동전을 모두 사용하여 거스름돈 없이 자동판매기에 동전을 넣는 방법의 수는? (단, 동전을 넣는 순서는 고려하지 않는다.)

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

500 원을 기준으로 생각한다. 100 원을 A , 50 원을 B 라 하면,
(1) 500 원 1 개 :
 $(A, B) = (6, 2), (5, 4), (4, 6),$
 $(3, 8), (2, 10), (1, 12)$
(2) 500 원 2 개 : $(A, B) = (1, 2)$
∴ 총 7 가지

28. 남학생 5명, 여학생 n 명을 일렬로 세울 때, 남학생끼리 이웃하여 서는 경우의 수가 8640가지이다. 이 때, n 의 값은?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

남학생을 하나로 보면 $n + 1$ 명을 일렬로 세우는 방법과 같다 :

$(n + 1)!$

여기에 남학생끼리 자리를 바꾸는 방법을 곱해준다. $\therefore (n + 1)! \times$

$5! = 86400$

$$\therefore (n + 1)! = \frac{86400}{120} = 720 = 6!$$

$\therefore n = 5$

29. 자연수 n 에 대하여 원소가 $2n$ 개인 집합 S 에서 2 개의 원소를 뽑는 경우의 수 ${}_{2n}C_2$ 를 다음과 같은 방법으로 구하였다.

S 를 원소가 n 개이고 서로소인 두 집합 A 와 B 로 나누고, 다음과 같은 경우를 생각한다.
 (i) A 와 B 중 한 집합에서만 두 개의 원소를 뽑는 경우
 (ii) A 와 B 각 집합에서 원소를 뽑는 경우
 (i) 의 경우의 수는 (가) 이고 (ii) 의 경우의 수는 (나) 이다.
 (i) 과 (ii) 둘 중에서 한 가지 경우만 일어날 수 있으므로 합의 법칙에 의하여 ${}_{2n}C_2 = (\text{가}) + (\text{나})$ 이다.

위에서 (가), (나) 에 알맞은 것을 차례로 적으면?

- ① ${}_nC_2 \times {}_nC_2, {}_nC_1 \times {}_nC_1$ ② ${}_{2n}C_2, {}_nC_1 \times {}_nC_1$
 ③ $3{}_nC_2, {}_nC_1 \times {}_nC_1 - {}_nC_2$ ④ ${}_{2n}C_2, {}_nC_1 \times {}_{n-1}C_1$
 ⑤ ${}_nC_2 - {}_nC_1, {}_{2n}C_2$

해설

30. 집합 $X = \{a, b, c, d\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 일대일 대응의 개수는?

- ① 16 개 ② 24 개 ③ 30 개 ④ 42 개 ⑤ 54 개

해설

집합 X 의 원소를 나열하는 방법의 수와 같다.
 ${}_4P_4 = 24(\text{개})$

31. 초속 50m 로 지상에서 곧바로 위로 던진 돌의 x 초 후의 높이를 y m 라고 하면 x 와 y 사이에는 $y = 40x - 5x^2$ 의 관계식이 성립한다. 돌이 최고의 높이에 도달하는 것은 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: 초 후

▷ 정답: 4초 후

해설

$$y = 40x - 5x^2$$

$$y = -5(x - 4)^2 + 80$$

$x = 4$ 일 때, 최댓값 80 을 갖는다.

32. 연립방정식 $x+y+z = -\frac{1}{2}$, $xy+yz+zx = -\frac{5}{2}$, $xyz = -1$ 을 만족시키는
해의 쌍 (x, y, z) 의 개수는?

- ① 3개 ② 4개 ③ 5개 ④ 6개 ⑤ 7개

해설

근과 계수와의 관계에서
 x, y, z 를 세 근으로 하는
삼차방정식을 만들면

$$t^3 + \frac{1}{2}t^2 - \frac{5}{2}t + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2t^3 + t^2 - 5t + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (t-1)(2t-1)(t+2) = 0$$

$\therefore (x, y, z) =$

$$\left(1, \frac{1}{2}, -2\right), \left(1, -2, \frac{1}{2}\right),$$

$$\left(\frac{1}{2}, 1, -2\right), \left(\frac{1}{2}, -2, 1\right),$$

$$\left(-2, 1, \frac{1}{2}\right), \left(-2, \frac{1}{2}, 1\right)$$

33. 연립부등식 $\begin{cases} 6 < -x + 2 < -2x - 1 \\ |x| < a \end{cases}$ 의 해가 없을 때, 양수 a 의 값의 범위를 구하여라.

- ① $3 < a \leq 4$ ② $0 < a \leq 3$ ③ $0 < a < 3$
 ④ $0 < a \leq 4$ ⑤ $0 < a < 4$

해설

$$\begin{cases} 6 < -x + 2 < -2x - 1 \cdots \text{㉠} \\ |x| < a \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠에서 $6 < -x + 2$ 의 해는 $x < -4$

$-x + 2 < -2x - 1$ 의 해는 $x < -3$

$\therefore x < -4$

㉡에서 $|x| < a$ 는 $-a < x < a$ 두 연립부등식의 해가 없으려면

$-a \geq -4, a \leq 4,$

그런데 a 는 양수이므로 a 의 값의 범위는 $0 < a \leq 4$ 이다.

34. $A = \{1, \{2, 3\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\{2, 3\} \in A$ ② $\{2, 3\} \subset A$ ③ $\{1, \{2, 3\}\} \subset A$
④ $1 \in A$ ⑤ $\{2, 3\} \in A$

해설

② $\{2, 3\} \not\subset A$

