

1. 전체집합 $U = \{10, 20, 30, 40, 50, 60\}$ 의 두 부분집합 A, B 가 $A \cup B = U$, $A \cap B = \{30, 50\}$ 을 만족한다. 집합 A, B 의 원소의 합을 각각 $S(A), S(B)$ 라고 할 때, $S(A) + S(B)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

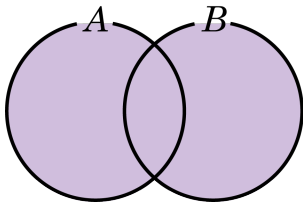
▷ 정답 : 290

해설

$S(A) + S(B)$ 의 값을 구하는 것이므로
각 원소를 아무렇게 배열해도 원소의 합은 같다.

$$\therefore 10 + 20 + 30 + 40 + 50 + 60 + (30 + 50) = 290$$

2. 두 집합 $A = \{1, 2, 4, 8, 16, 24\}$, $B = \{4 \times x \mid x \in A\}$ 에 대하여 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합의 원소의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 96

해설

$B = \{4 \times x \mid x \in A\}$ 는 집합 A 의 원소를 x 에 대입한 수들의 집합이다.

원소나열법으로 고쳐보면,

$B = \{4, 8, 16, 32, 64, 96\}$ 이 된다.

색칠한 부분의 원소는 $\{1, 2, 4, 8, 16, 24, 32, 64, 96\}$ 이다.

이때, 가장 큰 원소는 96이다.

3. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 연산 과정 중 처음으로 잘못된 곳을 찾아라.

$$\begin{array}{ccccccc} B^c - A^c & = & B^c \cap (A^c)^c & = & B^c \cap A & = & B - A = (A \cap B) \\ & & \textcircled{\neg} & & \textcircled{\sqsubset} & & \textcircled{\sqsupset} & & \textcircled{\supset} \end{array}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\textcircled{\sqsupset}$

해설

$B^c \cap A = A - B$ 이다. 따라서 처음으로 잘못된 곳은 $\textcircled{\sqsupset} B - A$ 이다.

4. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때, $(A - B) \cup X = X$, $(A \cup B) \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

$$A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{이하의 홀수}\}$$

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개 ④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

$$(A - B) \cap X = X \text{이므로 } (A - B) \subset X$$

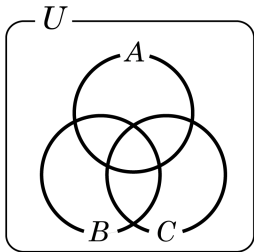
$$(A \cup B) \cap X = X \text{이므로 } X \subset (A \cup B)$$

$$\{2, 4, 8\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 8\}$$

집합 X 는 집합 $A \cup B$ 의 부분집합 중 원소 2, 4, 8을 반드시 포함하는 집합이다.

$$\therefore 2^{6-3} = 2^3 = 8(\text{개})$$

5. 집합 A, B, C 가 전체집합 U 의 부분집합으로서 다음 그림과 같이 주어졌다. 두 집합 P, Q 에 대하여 $P \circ Q$ 를 $P \circ Q = (P - Q) \cup (Q - P^c)$ 와 같이 정의할 때, $A \circ A$ 의 값을 구하면?



- ① A ② B ③ C ④ $\emptyset$ ⑤ $A - B$

해설

$P \circ Q = (P - Q) \cup (Q - P^c)$ 이므로

$A \circ A = (A - A) \cup (A - A^c) = \emptyset \cup A = A$ 이다.

6. 세 권의 책 A, B, C가 있다. A를 읽은 학생은 5명, B를 읽은 학생은 4명, C를 읽은 학생은 7명, A와 B를 모두 읽은 학생은 3명, 세 권을 모두 읽은 학생은 2명일 때, C만 읽은 학생의 수가 가장 적을 경우는 몇 명인가?

① 1명

② 2명

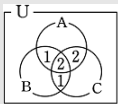
③ 3명

④ 4명

⑤ 5명

해설

집합 A, B, C를 각각 책 A, B, C를 읽은 학생들의 집합이라 하면 $n(A) = 5$, $n(B) = 4$, $n(C) = 7$, $n(A \cap B) = 3$, $n(A \cap B \cap C) = 2$
C만 읽는 학생수가 가장 적을 때는 A와 C, B와 C를 읽은 학생수가 가장 많은 경우로 벤다이어그램에서



$$7 - (2 + 2 + 1) = 2(\text{명})$$

7. 전체집합이 $U = \{x \mid 1 \leq x \leq 10, x \text{는 정수}\}$ 이고, $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$, $S \cap A^c = \emptyset$, $n(S \cap B) = 3$ 일 때, 집합 S 의 개수는 ?

① 4 개

② 8 개

③ 16 개

④ 32 개

⑤ 64 개

해설

$S \cap B$ 는 $\{1, 2, 3\}$, $\{1, 2, 4\}$, $\{1, 3, 4\}$, $\{2, 3, 4\}$ 가 될 수 있다.

$S \cap A^c = S - A = \emptyset$ 이므로, $S \subset A$

따라서 $S \cap B = \{1, 2, 3\}$ 인 경우, S 는 1, 2, 3 을 원소로 갖고 4 를 원소로 갖지 않는 A 의 부분집합이 되어 그 개수는 집합 $\{5, 6\}$ 의 부분집합의 개수와 같다.

$S \cap B = \{1, 2, 4\}$, $\{1, 3, 4\}$, $\{2, 3, 4\}$ 인 경우도 같은 수만큼의 부분집합이 있으므로

S 의 개수는 $2^2 \times 4 = 16$ (개) 이다.

8. 집합 $U = \{x|x \leq 10, x \text{는 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 가 있다.
 $A \cap B = \emptyset, A \cup B = U$ 이고, A 의 모든 원소의 합은 15 일 때, 집합 B 의 모든 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

$$U = \{x|x \leq 10, x \text{는 자연수}\} = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$$

$A \cap B = \emptyset, A \cup B = U$ 집합 A, B 는 서로소이고, 전체집합 U 의 모든 원소를 나누어 가진다.

전체집합 U 의 모든 원소의 합은 $1 + 2 + 3 + \dots + 10 = 55$ 이고,
 A 의 모든 원소의 합은 15 이므로

$$\text{집합 } B \text{ 의 모든 원소의 합은 } 55 - 15 = 40$$

9. 집합 $N = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분 집합 $A_n = \{x \mid x \text{는 } n \text{의 배수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

- ㉠ $A_2 \subset A_4$
 ㉡ $A_3 \subset A_4 = A_{12}$
 ㉢ $A_4 \cup A_6 \subset A_2$
 ㉣ $(A_2 \cap A_3) \cup (A_3 \cap A_4) = A_{12}$
 ㉤ $n(A_4) > n(A_2)$
 ㉥ $A_3 - A_4 = A_3 - A_{12}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉥

해설

$$\text{㉠ } A_2 \subset A_4 \rightarrow A_4 \subset A_2$$

$$\text{㉡ } A_3 \subset A_4 = A_{12} \rightarrow \text{옳다.}$$

$$\text{㉢ } A_4 \cup A_6 \subset A_2 \rightarrow A_4 \subset A_2 \text{ 이고 } A_6 \subset A_2 \text{ 이므로 옳다.}$$

$$\text{㉣ } (A_2 \cap A_3) \cup (A_3 \cap A_4) = A_{12} \rightarrow A_6 \cup A_{12} = A_6 \text{ 이므로 옳지 않다.}$$

$$\text{㉤ } n(A_4) > n(A_2) \rightarrow A_4 \subset A_2 \text{ 이므로 옳지 않다.}$$

$$\text{㉥ } A_3 - A_4 = A_3 - A_{12} \rightarrow 3 \text{ 의 배수에서 } 4 \text{ 의 배수인 것을 제외한 집합은, } 3 \text{ 의 배수에서 } 12 \text{ 의 배수를 제외한 집합과 같으므로 옳다.}$$

10. 전체집합 $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 9\}$, $A - (A - B) = \{1\}$ 을 만족하는 집합 B 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답: 8개

해설

$$\begin{aligned} A - (A - B) &= A \cap (A \cap B^C)^C \\ &= A \cap (A^C \cup B) \\ &= (A \cap B) = \{1\} \end{aligned}$$

$A = \{1, 9\}$, $(A \cap B) = \{1\}$, $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 을 만족하는 집합 B 는 원소 1 을 반드시 포함하고 원소 9 를 반드시 포함하지 않으므로

집합 B 의 개수는 $2^3 = 8(\text{개})$