

1.  $(5x^a)^b = 125x^9$  일 때,  $a + b$  의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$5^b = 125 = 5^3, b = 3$$

$$x^{ab} = x^9$$

$$ab = 9$$

$$a = 3$$

$$\therefore a + b = 6$$

2.  $\frac{4^3 + 4^3}{3^2 + 3^2 + 3^2} \times \frac{9^2 + 9^2 + 9^2}{2^6 + 2^6}$  을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$4^3 + 4^3 = 2^6 + 2^6 = 2 \times 2^6 = 2^7$$

$$3^2 + 3^2 + 3^2 = 3 \times 3^2 = 3^3$$

$$9^2 + 9^2 + 9^2 = 3^4 + 3^4 + 3^4 = 3 \times 3^4 = 3^5$$

$$2^6 + 2^6 = 2 \times 2^6 = 2^7$$

$$\therefore \frac{2^7}{3^3} \times \frac{3^5}{2^7} = 9$$

3.  $n < m < 10$  인 자연수  $m, n$  에 대하여  $\frac{m^n n^m}{m^m n^n} = \left(\frac{n}{m}\right)^8$  을 만족하는  $m + n$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\frac{m^n n^m}{m^m n^n} = \frac{n^m}{m^m} \times \frac{m^n}{n^n} = \left(\frac{n}{m}\right)^m \times \left(\frac{m}{n}\right)^n = \left(\frac{n}{m}\right)^m \times \left(\frac{n}{m}\right)^{-n} = \left(\frac{n}{m}\right)^{m-n}$$

따라서  $n < m < 10$  이고  $m - n = 8$  을 만족하는 자연수  $m, n$  은  $m = 9, n = 1$  이다.

$$\therefore m + n = 10$$

4.  $x + y = 3$  이고,  $A = 2^{2x}$ ,  $B = 2^{2y}$  일 때,  $AB$  의 값은?

- ①  $2^2$       ②  $2^4$       ③  $2^6$       ④  $2^8$       ⑤  $2^{10}$

해설

$$AB = 2^{2x} \times 2^{2y} = 2^{2x+2y} = 2^{2(x+y)} = 2^{2 \times 3} = 2^6 \text{ 이다.}$$

5. 다음 중 알맞은 수를 찾아  $A+B+C-D$ 의 값을 구하여라.

$$\left(\frac{x^A y^B}{Cz^2}\right)^D = \frac{x^{12} y^{20}}{16z^8}$$

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$$\left(\frac{x^A y^B}{Cz^2}\right)^D = \frac{x^{12} y^{20}}{16z^8}$$

$$(z^2)^D = z^8, D = 4$$

$$\left(\frac{x^3 y^5}{2z^2}\right)^4$$

$$A = 3, B = 5, C = 2$$

$$\therefore A + B + C - D = 3 + 5 + 2 - 4 = 6$$

6.  $3^3$  을  $B$  라고 할 때,  $9^2 \times \frac{1}{81^2} \div \left(\frac{1}{27}\right)^3$  을  $B$  를 써서 나타내면?

- ①  $3B$       ②  $3B^2$       ③  $9B^2$       ④  $9B$       ⑤  $\frac{B}{9}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 3^4 \times \frac{1}{3^8} \div \left(\frac{1}{3^3}\right)^3 \\ &= 3^4 \times \frac{1}{3^8} \times 3^9 \\ &= 3^5 = 3^2 \times 3^3 = 9B\end{aligned}$$

7.  $3^x$ 의 일의 자리의 숫자가 1,  $3^y$ 의 일의 자리의 숫자가 3일 때,  $81^x \div 9^y$ 의 일의 자리의 숫자를 구하면? (단,  $x, y$ 는  $x > y$ 인 자연수)

- ① 1      ② 3      ③ 9      ④ 7      ⑤ 2

해설

$3^k$  ( $k$ 는 자연수)의 일의 자리는  
3, 9, 7, 1, 3, 9, 7, 1, ...  
 $\therefore x = 4k_1, y = 4k_2 - 3$   
(단,  $k_2 \leq k_1, k_1, k_2$ 는 자연수이다.)

$$\begin{aligned} 81^x \div 9^y &= 3^{4x-2y} \\ &= 3^{16k_1-8k_2+6} \\ &= 3^{2(8k_1-4k_2+3)} \\ &= 9^{8k_1-4k_2+3} \end{aligned}$$

$9^k$  ( $k$ 는 자연수)의 일의 자리는 9, 1, 9, 1, ...  
 $k_1, k_2$ 가 자연수이므로  $8k_1, 4k_2$ 는 짝수이다.  
따라서  $8k_1 - 4k_2 + 3$ 은 홀수이므로  
 $81^x \div 9^y$ 의 일의 자리는 9이다.

8.  $3^{x+1} \times 9^{x+1} = 81^{x-1}$  일 때,  $x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$3^{x+1} \times 3^{2(x+1)} = 3^{4(x-1)}$$

$$x + 1 + 2(x + 1) = 4(x - 1)$$

$$\therefore x = 7$$

9.  $243^5 \div 81^n = 27^3$  일 때,  $n$  의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

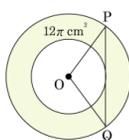
해설

$$(3^5)^5 \div 3^{4n} = 3^{25-4n} = 3^9$$

$$25 - 4n = 9$$

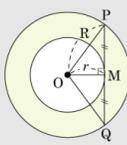
$$\therefore n = 4$$

10. 다음 그림에서 두 동심원 사이의 넓이가  $12\pi$  이다. 작은 원에 접하는 큰 원의 현 PQ 의 길이를 구하면?



- ①  $5\sqrt{3}$     ②  $4\sqrt{3}$     ③  $3\sqrt{3}$     ④  $2\sqrt{3}$     ⑤  $\sqrt{3}$

해설



큰 원과 작은 원의 반지름을 각각  $R, r$  이라 하면, (큰 원의 넓이)-(작은 원의 넓이) =  $12\pi$  이다.

$$\pi R^2 - \pi r^2 = 12\pi, \quad R^2 - r^2 = 12$$

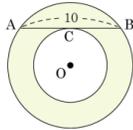
또, 점 O 에서 현 PQ 에 내린 수선의 발을 M 이라 하면,  $\overline{PM}^2 =$

$$\overline{OP}^2 - \overline{OM}^2 = R^2 - r^2 = 12$$

$$\therefore \overline{PM} = 2\sqrt{3}$$

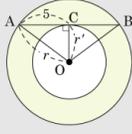
$$\therefore \overline{PQ} = 4\sqrt{3}$$

11. 다음 그림과 같이 두 개의 동심원이 있다. 큰 원의 현 AB가 작은 원에 접하고,  $AB = 10$  일 때, 색칠한 부분의 넓이는?



- ①  $10\pi$     ②  $15\pi$     ③  $20\pi$     ④  $25\pi$     ⑤  $30\pi$

해설



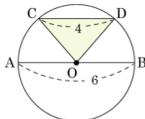
큰 원의 반지름의 길이를  $r$ , 작은 원의 반지름의 길이를  $r'$  라고 하자.

$\overline{AB}$  는 작은 원의 접선이므로  $\overline{OC} \perp \overline{AB}$ ,  $\overline{AC} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 5$  이다.

직각삼각형  $\triangle ACO$  에서  $r^2 - r'^2 = 5^2$  이다.

색칠한 부분의 넓이  $= \pi r^2 - \pi r'^2 = \pi(r^2 - r'^2) = 25\pi$  이다.

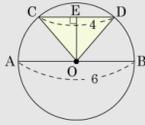
12. 다음 그림에서  $\overline{AB}$ 는 원 O의 지름이다.  $\overline{AB} = 6$ ,  $\overline{CD} = 4$ 이고  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 일 때,  $\triangle COD$ 의 넓이는?



- ①  $\sqrt{3}$     ②  $\sqrt{5}$     ③  $2\sqrt{3}$     ④  $2\sqrt{5}$     ⑤ 3

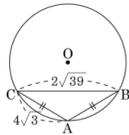
해설

$\overline{OC} = 3$ ,  $\overline{CE} = 2$  이므로  $\overline{OE} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$  이다.



따라서  $\triangle COD = \frac{1}{2} \times 4 \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$  이다.

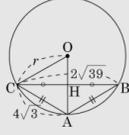
13. 다음 그림과 같은  $\overline{AB} = \overline{AC} = 4\sqrt{3}$ ,  $\overline{BC} = 2\sqrt{39}$  인 이등변삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설



$\overline{OA}, \overline{OC}$  를 그어  $\overline{OC}$  의 길이를  $r$  이라 하고  $\overline{OA}$  와  $\overline{CB}$  의 교점을 H 라 하면  $\overline{OA}$  는  $\overline{BC}$  를 수직이등분하므로  $\overline{HC} = \sqrt{39}$

$$\triangle HCA \text{ 에서 } \overline{HA} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 - (\sqrt{39})^2} = 3$$

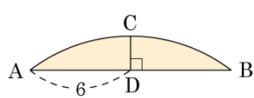
$$\triangle OCH \text{ 에서 } \overline{OC}^2 = \overline{HC}^2 + \overline{OH}^2$$

$$r^2 = (\sqrt{39})^2 + (r-3)^2 = 39 + r^2 - 6r + 9$$

$$6r = 48$$

$$\therefore r = 8$$

14. 다음 그림에서  $\widehat{AB}$ 는 반지름의 길이가 10인 원의 일부이다.  $\overline{AD} = 6$ 일 때,  $\overline{CD}$ 의 길이는?



- ① 1      ②  $\sqrt{2}$       ③  $2\sqrt{2}$       ④ 2      ⑤  $\sqrt{5}$

**해설**

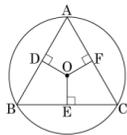
원의 중심 O 과 점 D, 점 A를 연결한다.

$\triangle AOD$ 에서

$$\overline{OD} = \sqrt{\overline{AO}^2 - \overline{AD}^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$$

$$\therefore \overline{CD} = \overline{OC} - \overline{OD} = 10 - 8 = 2$$

15. 다음 그림과 같은 원 O에서  $\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$  이고  $\overline{AB} = 6\text{cm}$  일 때, 원 O의 넓이를 구하여라.



▶ 답:  $\underline{\hspace{1cm}} \text{cm}^2$

▷ 정답:  $12\pi \text{cm}^2$

해설

$$\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF} \text{ 이므로 } \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$$

$$\triangle ABC \text{ 가 정삼각형이므로 } \overline{AB} : \overline{AE} = 2 : \sqrt{3}$$

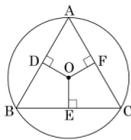
$$\overline{AE} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3} (\text{cm})$$

정삼각형의 외심은 내심이며, 또 무게중심이므로

$$\overline{OA} = \frac{2}{3} \overline{AE} = \frac{2}{3} \times 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3} (\text{cm})$$

$$(\text{원의 넓이}) = \pi \times (2\sqrt{3})^2 = 12\pi (\text{cm}^2)$$

16. 다음 그림과 같은 원 O에서  $\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$  이고  $\overline{AB} = 4\sqrt{3}$  일 때, 원 O의 넓이를 구하여라.



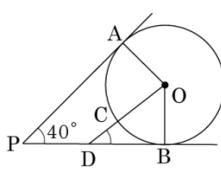
▶ 답 :

▷ 정답 :  $16\pi$

해설

$\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$  이므로  $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$   
 $\triangle ABC$ 가 정삼각형이므로  $\overline{AB} : \overline{AE} = 2 : \sqrt{3}$   
 $\overline{AE} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4\sqrt{3} = 6$   
 정삼각형의 외심은 내심이며, 또 무게중심이므로  
 $\overline{OA} = \frac{2}{3}\overline{AE} = \frac{2}{3} \times 6 = 4$  (cm)  
 (원의 넓이)  $= \pi \times (4)^2 = 16\pi$

17. 다음 그림에서 두 직선 PA 와 PB 는 원 O 의 접선이고,  $\angle APB = 40^\circ$  이다.  $5.0\text{pt}\widehat{AC} : 5.0\text{pt}\widehat{CB} = 3 : 2$  인 점 C 를 잡아  $\overline{OC}$  의 연장선과  $\overline{PB}$  와의 교점을 D 라고 할 때,  $\angle ODB = (\quad)^\circ$  이다. (  $\quad$  )안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 34

해설

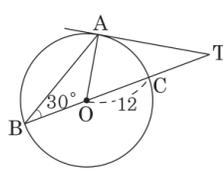
$\angle A = \angle B = 90^\circ$  이므로  $\angle AOB = 140^\circ$  이다.

$5.0\text{pt}\widehat{AC} : 5.0\text{pt}\widehat{CB} = 3 : 2$  이므로

$\angle DOB = 140^\circ \times \frac{2}{3+2} = 56^\circ$  이다.

$\therefore \angle ODB = 90^\circ - 56^\circ = 34^\circ$

18. 그림에서  $\widehat{AT}$ 는 반지름의 길이가 12인 원 O의 접선이고 점 A는 접점이다.  $\angle ABC = 30^\circ$ 일 때,  $\overline{CT}$ 의 길이를 구하면?



- ① 7      ② 9      ③ 10  
 ④ 12      ⑤ 13

해설

$$\begin{aligned} \angle AOC &= 60^\circ, \angle ATC = 30^\circ, \overline{OA} = 12 \\ 1 : 2 &= 12 : \overline{OT} \quad \therefore \overline{OT} = 24 \\ \therefore \overline{CT} &= 24 - 12 = 12 \end{aligned}$$

19.  $20^a = 4$ ,  $20^b = 3$  일 때,  $5^{\frac{a+b}{1-a}}$  을 계산하여라.

▶ 답 :

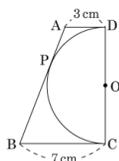
▷ 정답 : 12

해설

$$5 = \frac{20}{4} = \frac{20}{20^a} = 20^{1-a}$$

$$5^{\frac{a+b}{1-a}} = (20^{1-a})^{\frac{a+b}{1-a}} = 20^{a+b} = 20^a \times 20^b = 4 \times 3 = 12$$

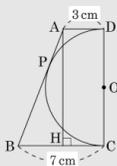
20. 다음 그림에서 점 A, B는 원 O 위의 한 점 P에서 그은 접선과 지름의 양 끝점 C, D에서 그은 접선이 만나는 점이다.  $\overline{AD} = 3\text{cm}$ ,  $\overline{BC} = 7\text{cm}$  일 때,  $\triangle AOB$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답:  $\underline{\underline{\text{cm}^2}}$

▷ 정답:  $5\sqrt{21}\text{cm}^2$

해설



$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BC} = 3 + 7 = 10(\text{cm})$  이다.

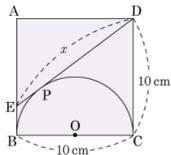
$\overline{BH} = 7 - 3 = 4(\text{cm})$

$\overline{AH} = \sqrt{10^2 - 4^2} = 2\sqrt{21}(\text{cm})$  이므로  $\overline{OP} = \overline{OC} = \overline{OD} =$

$\frac{1}{2}\overline{AH} = \sqrt{21}(\text{cm})$  이다.

따라서  $\triangle AOB = \frac{1}{2} \times 10 \times \sqrt{21} = 5\sqrt{21}(\text{cm}^2)$  이다.

21. 다음 그림에서  $\square ABCD$  는 한 변의 길이가 10cm 인 정사각형이다.  $\overline{DE}$  가  $\overline{BC}$  를 지름으로 하는 원에 접할 때,  $\overline{DE}$  의 길이는?



- ①  $\frac{24}{2}$ cm      ②  $\frac{25}{2}$ cm      ③ 13cm  
 ④  $\frac{27}{2}$ cm      ⑤ 14cm

해설

$$\overline{EP} = \overline{EB} = x - 10$$

$$\overline{AE} = 10 - (x - 10) = 20 - x$$

$\triangle AED$ 에서

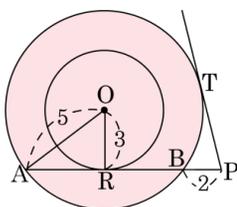
$$\overline{DE}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{DA}^2$$

$$x^2 = (20 - x)^2 + 10^2$$

$$40x = 500$$

$$x = \frac{25}{2} \text{ cm}$$

22. 다음 그림과 같이 중심이 점 O이고 반지름의 길이가 각각 3, 5인 두 동심원이 있다. 큰 원 밖의 한 점 P에서 큰 원과 작은 원에 접선 PT, PR을 그었을 때, PT의 길이는?

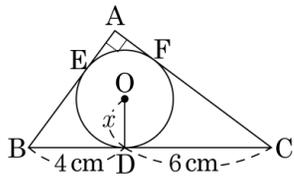


- ①  $\sqrt{5}$     ② 3    ③ 4    ④  $2\sqrt{5}$     ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} \angle ARO &= 90^\circ \text{ 이므로} \\ \overline{AR} &= \sqrt{5^2 - 3^2} = 4, \quad \overline{AB} = 2 \times \overline{AR} = 8 \\ \overline{PT}^2 &= 2 \times (2 + 8) = 20 \quad \therefore \overline{PT} = 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

23. 다음 그림에서 점 D, E, F는 직각삼각형 ABC와 내접원 O의 접점일 때, 원 O의 넓이는?

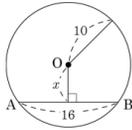


- ①  $\pi\text{cm}^2$                       ②  $2\pi\text{cm}^2$                       ③  $3\pi\text{cm}^2$   
 ④  $4\pi\text{cm}^2$                       ⑤  $5\pi\text{cm}^2$

**해설**

$\overline{BD} = 4\text{cm}$ ,  $\overline{CD} = 6\text{cm}$  이므로  
 $\overline{AB} = (4+x)\text{cm}$ ,  $\overline{AC} = (6+x)\text{cm}$  이다.  
 $(4+x)^2 + (6+x)^2 = 10^2$   
 $2x^2 + 20x + 52 = 100$   
 $x^2 + 10x - 24 = 0$   
 $(x-2)(x+12) = 0$   
 따라서  $x = 2$  ( $x > 0$ ) 이므로  
 원 O의 넓이는  $2^2\pi = 4\pi$  ( $\text{cm}^2$ )

24. 다음과 같이 반지름이 10 인 원의 중심 O 에서 현 AB 에 수선을 내렸을 때,  $x$  의 값은?

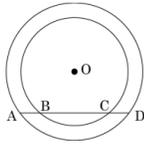


- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

**해설**

반지름의 길이가 10 이므로  $\overline{OB} = 10$  이다.  
원의 중심 O 에서 내린 수선의 발을 P 라 하면,  
원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로  $\overline{BP} = 8$  이다.  
 $\triangle OBP$  는 직각삼각형이므로  $x = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$  이다.

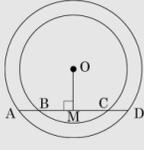
25. 다음 그림에서 두 원은 동심원이다.  $\overline{BD} = 2\text{cm}$  일 때,  $\overline{AC}$  의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: 2cm

해설



O 에서 현에 내린 수선의 발을 M 이라 하면

$$\overline{AM} = \overline{DM}$$

$$\overline{BM} = \overline{CM}$$

$$\overline{AB} = \overline{AM} - \overline{BM}$$

$$\overline{CD} = \overline{DM} - \overline{CM}$$

$$\therefore \overline{AB} = \overline{CD}$$

$$\overline{BD} = \overline{BC} + \overline{CD} = \overline{BC} + \overline{AB} = \overline{AC}$$

$$\therefore \overline{AC} = 2\text{cm}$$