

1. $(5x^a)^b = 125x^9$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$5^b = 125 = 5^3, b = 3$$

$$x^{ab} = x^9$$

$$ab = 9$$

$$a = 3$$

$$\therefore a + b = 6$$

2. $\frac{4^3 + 4^3}{3^2 + 3^2 + 3^2} \times \frac{9^2 + 9^2 + 9^2}{2^6 + 2^6}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$4^3 + 4^3 = 2^6 + 2^6 = 2 \times 2^6 = 2^7$$

$$3^2 + 3^2 + 3^2 = 3 \times 3^2 = 3^3$$

$$9^2 + 9^2 + 9^2 = 3^4 + 3^4 + 3^4 = 3 \times 3^4 = 3^5$$

$$2^6 + 2^6 = 2 \times 2^6 = 2^7$$

$$\therefore \frac{2^7}{3^3} \times \frac{3^5}{2^7} = 9$$

3. $n < m < 10$ 인 자연수 m, n 에 대하여 $\frac{m^n n^m}{m^m n^n} = \left(\frac{n}{m}\right)^8$ 을 만족하는 $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\frac{m^n n^m}{m^m n^n} = \frac{n^m}{m^m} \times \frac{m^n}{n^n} = \left(\frac{n}{m}\right)^m \times \left(\frac{m}{n}\right)^n = \left(\frac{n}{m}\right)^m \times \left(\frac{n}{m}\right)^{-n} = \left(\frac{n}{m}\right)^{m-n}$$

따라서 $n < m < 10$ 이고 $m - n = 8$ 을 만족하는 자연수 m, n 은 $m = 9, n = 1$ 이다.

$$\therefore m + n = 10$$

4. $x + y = 3$ 이고, $A = 2^{2x}$, $B = 2^{2y}$ 일 때, AB 의 값은?

① 2^2

② 2^4

③ 2^6

④ 2^8

⑤ 2^{10}

해설

$$AB = 2^{2x} \times 2^{2y} = 2^{2x+2y} = 2^{2(x+y)} = 2^{2 \times 3} = 2^6 \text{ 이다.}$$

5. 다음 중 알맞은 수를 찾아 $A + B + C - D$ 의 값을 구하여라.

$$\left(-\frac{x^A y^B}{Cz^2}\right)^D = \frac{x^{12} y^{20}}{16z^8}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\left(-\frac{x^A y^B}{Cz^2}\right)^D = \frac{x^{12} y^{20}}{16z^8}$$

$$(z^2)^D = z^8, D = 4$$

$$\left(-\frac{x^3 y^5}{2z^2}\right)^4$$

$$A = 3, B = 5, C = 2$$

$$\therefore A + B + C - D = 3 + 5 + 2 - 4 = 6$$

6. 3^3 을 B 라고 할 때, $9^2 \times \frac{1}{81^2} \div \left(\frac{1}{27}\right)^3$ 을 B 를 써서 나타내면?

① $3B$

② $3B^2$

③ $9B^2$

④ $9B$

⑤ $\frac{B}{9}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 3^4 \times \frac{1}{3^8} \div \left(\frac{1}{3^3}\right)^3 \\&= 3^4 \times \frac{1}{3^8} \times 3^9 \\&= 3^5 = 3^2 \times 3^3 = 9B\end{aligned}$$

7. 3^x 의 일의 자리의 숫자가 1, 3^y 의 일의 자리의 숫자가 3일 때, $81^x \div 9^y$ 의 일의 자리의 숫자를 구하면? (단, x, y 는 $x > y$ 인 자연수)

① 1

② 3

③ 9

④ 7

⑤ 2

해설

3^k (k 는 자연수)의 일의 자리는

3, 9, 7, 1, 3, 9, 7, 1, ...

$$\therefore x = 4k_1, y = 4k_2 - 3$$

(단, $k_2 \leq k_1$, k_1, k_2 는 자연수이다.)

$$\begin{aligned} 81^x \div 9^y &= 3^{4x-2y} \\ &= 3^{16k_1-8k_2+6} \\ &= 3^{2(8k_1-4k_2+3)} \\ &= 9^{8k_1-4k_2+3} \end{aligned}$$

9^k (k 는 자연수)의 일의 자리는 9, 1, 9, 1, ...

k_1, k_2 가 자연수이므로 $8k_1, 4k_2$ 는 짝수이다.

따라서 $8k_1 - 4k_2 + 3$ 은 홀수이므로

$81^x \div 9^y$ 의 일의 자리는 9이다.

8. $3^{x+1} \times 9^{x+1} = 81^{x-1}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$3^{x+1} \times 3^{2(x+1)} = 3^{4(x-1)}$$

$$x + 1 + 2(x + 1) = 4(x - 1)$$

$$\therefore x = 7$$

9. $243^5 \div 81^n = 27^3$ 일 때, n 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

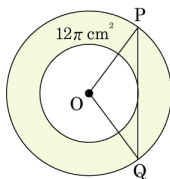
해설

$$(3^5)^5 \div 3^{4n} = 3^{25-4n} = 3^9$$

$$25 - 4n = 9$$

$$\therefore n = 4$$

10. 다음 그림에서 두 동심원 사이의 넓이가 12π 이다. 작은 원에 접하는 큰 원의 현 PQ 의 길이를 구하면?



① $5\sqrt{3}$

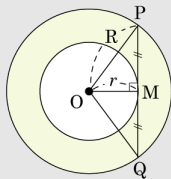
② $4\sqrt{3}$

③ $3\sqrt{3}$

④ $2\sqrt{3}$

⑤ $\sqrt{3}$

해설



큰 원과 작은 원의 반지름을 각각 R, r 이라 하면, (큰 원의 넓이)-(작은 원의 넓이) = 12π 이다.

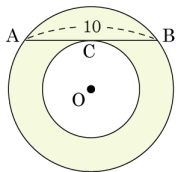
$$\pi R^2 - \pi r^2 = 12\pi, \quad R^2 - r^2 = 12$$

또, 점 O 에서 현 PQ 에 내린 수선의 발을 M 이라 하면, $\overline{PM}^2 = \overline{OP}^2 - \overline{OM}^2 = R^2 - r^2 = 12$

$$\therefore \overline{PM} = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore \overline{PQ} = 4\sqrt{3}$$

11. 다음 그림과 같이 두 개의 동심원이 있다. 큰 원의 현 AB가 작은 원에 접하고, $\overline{AB} = 10$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이는?



① 10π

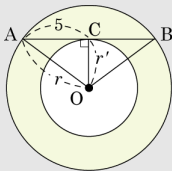
② 15π

③ 20π

④ 25π

⑤ 30π

해설



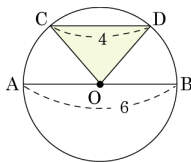
큰 원의 반지름의 길이를 r , 작은 원의 반지름의 길이를 r' 라고 하자.

$\overline{AB}$ 는 작은 원의 접선이므로 $\overline{OC} \perp \overline{AB}$, $\overline{AC} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 5$ 이다.

직각삼각형 $\triangle ACO$ 에서 $r^2 - r'^2 = 5^2$ 이다.

색칠한 부분의 넓이 $= \pi r^2 - \pi r'^2 = \pi(r^2 - r'^2) = 25\pi$ 이다.

12. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이다. $\overline{AB} = 6$, $\overline{CD} = 4$ 이고 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 일 때, $\triangle COD$ 의 넓이는?



① $\sqrt{3}$

② $\sqrt{5}$

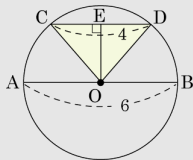
③ $2\sqrt{3}$

④ $2\sqrt{5}$

⑤ 3

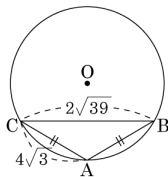
해설

$\overline{OC} = 3$, $\overline{CE} = 2$ 이므로 $\overline{OE} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$ 이다.



따라서 $\triangle COD = \frac{1}{2} \times 4 \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$ 이다.

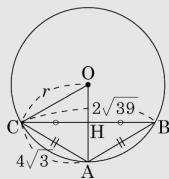
13. 다음 그림과 같은 $\overline{AB} = \overline{AC} = 4\sqrt{3}$, $\overline{BC} = 2\sqrt{39}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 외접원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설



$\overline{OA}, \overline{OC}$ 를 그어 $\overline{OC}$ 의 길이를 r 이라 하고 $\overline{OA}$ 와 $\overline{CB}$ 의 교점을 H 라 하면 $\overline{OA}$ 는 $\overline{BC}$ 를 수직이등분하므로 $\overline{HC} = \sqrt{39}$

$$\triangle HCA \text{ 에서 } \overline{HA} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 - (\sqrt{39})^2} = 3$$

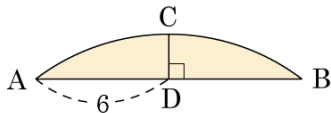
$$\triangle OCH \text{ 에서 } \overline{OC}^2 = \overline{HC}^2 + \overline{OH}^2$$

$$r^2 = (\sqrt{39})^2 + (r - 3)^2 = 39 + r^2 - 6r + 9$$

$$6r = 48$$

$$\therefore r = 8$$

14. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AB}$ 는 반지름의 길이가 10 인 원의 일부분이다. $\overline{AD} = 6$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이는?



① 1

② $\sqrt{2}$

③ $2\sqrt{2}$

④ 2

⑤ $\sqrt{5}$

해설

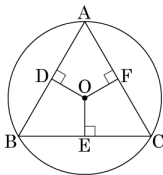
원의 중심 O 과 점 D , 점 A 를 연결한다.

$\triangle AOD$ 에서

$$\overline{OD} = \sqrt{\overline{AO}^2 - \overline{AD}^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$$

$$\therefore \overline{CD} = \overline{OC} - \overline{OD} = 10 - 8 = 2$$

15. 다음 그림과 같은 원 O에서 $\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$ 이고 $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 일 때, 원 O의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

cm^2

▷ 정답 : $12\pi \text{ cm}^2$

해설

$$\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF} \text{ 이므로 } \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$$

$$\triangle ABC \text{ 가 정삼각형이므로 } \overline{AB} : \overline{AE} = 2 : \sqrt{3}$$

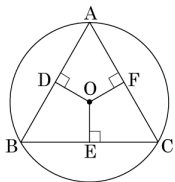
$$\overline{AE} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3} (\text{cm})$$

정삼각형의 외심은 내심이며, 또 무게중심이므로

$$\overline{OA} = \frac{2}{3} \overline{AE} = \frac{2}{3} \times 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3} (\text{cm})$$

$$(\text{원의 넓이}) = \pi \times (2\sqrt{3})^2 = 12\pi (\text{cm}^2)$$

16. 다음 그림과 같은 원 O에서 $\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$ 이고 $\overline{AB} = 4\sqrt{3}$ 일 때, 원 O의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16π

해설

$$\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF} \text{ 이므로 } \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$$

$$\triangle ABC \text{ 가 정삼각형이므로 } \overline{AB} : \overline{AE} = 2 : \sqrt{3}$$

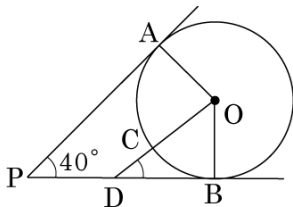
$$\overline{AE} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4\sqrt{3} = 6$$

정삼각형의 외심은 내심이며, 또 무게중심이므로

$$\overline{OA} = \frac{2}{3}\overline{AE} = \frac{2}{3} \times 6 = 4 \text{ (cm)}$$

$$(\text{원의 넓이}) = \pi \times (4)^2 = 16\pi$$

17. 다음 그림에서 두 직선 PA 와 PB 는
 원 O 의 접선이고, $\angle APB = 40^\circ$ 이다.
 5.0pt $\widehat{AC} : 5.0pt \widehat{CB} = 3 : 2$ 인 점 C 를
 잡아 $\overline{OC}$ 의 연장선과 $\overline{PB}$ 와의 교점을
 D 라고 할 때, $\angle ODB = (\quad)^\circ$ 이다.
 ()안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 34

해설

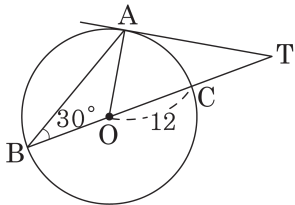
$\angle A = \angle B = 90^\circ$ 이므로 $\angle AOB = 140^\circ$ 이다.

5.0pt $\widehat{AC} : 5.0pt \widehat{CB} = 3 : 2$ 이므로

$$\angle DOB = 140^\circ \times \frac{2}{3+2} = 56^\circ \text{ 이다.}$$

$$\therefore \angle ODB = 90^\circ - 56^\circ = 34^\circ$$

18. 그림에서 $\overline{AT}$ 는 반지름의 길이가 12 인 원 O 의 접선이고 점 A 는 접점이다. $\angle ABC = 30^\circ$ 일 때, $\overline{CT}$ 의 길이를 구하면?



- ① 7 ② 9 ③ 10
 ④ 12 ⑤ 13

해설

$$\angle AOC = 60^\circ, \angle ATC = 30^\circ, \overline{OA} = 12$$

$$1 : 2 = 12 : \overline{OT} \quad \therefore \overline{OT} = 24$$

$$\therefore \overline{CT} = 24 - 12 = 12$$

19. $20^a = 4$, $20^b = 3$ 일 때, $5^{\frac{a+b}{1-a}}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

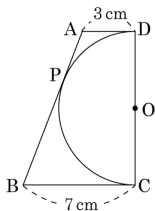
▷ 정답 : 12

해설

$$5 = \frac{20}{4} = \frac{20}{20^a} = 20^{1-a}$$

$$5^{\frac{a+b}{1-a}} = (20^{1-a})^{\frac{a+b}{1-a}} = 20^{a+b} = 20^a \times 20^b = 4 \times 3 = 12$$

20. 다음 그림에서 점 A, B는 원 O 위의 한 점 P에서 그은 접선과 지름의 양 끝점 C, D에서 그은 접선이 만나는 점이다. $\overline{AD} = 3\text{cm}$, $\overline{BC} = 7\text{cm}$ 일 때, $\triangle AOB$ 의 넓이를 구하여라.

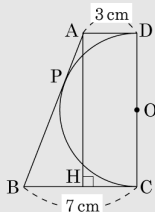


▶ 답 :

cm^2

▷ 정답 : $5\sqrt{21}\text{cm}^2$

해설



$$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BC} = 3 + 7 = 10(\text{cm}) \text{ 이다.}$$

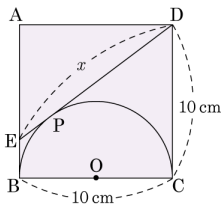
$$\overline{BH} = 7 - 3 = 4(\text{cm})$$

$$\overline{AH} = \sqrt{10^2 - 4^2} = 2\sqrt{21}(\text{cm}) \text{ 이므로 } \overline{OP} = \overline{OC} = \overline{OD} =$$

$$\frac{1}{2}\overline{AH} = \sqrt{21}(\text{cm}) \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } \triangle AOB = \frac{1}{2} \times 10 \times \sqrt{21} = 5\sqrt{21}(\text{cm}^2) \text{ 이다.}$$

21. 다음 그림에서 □ABCD 는 한 변의 길이가 10cm 인 정사각형이다.
 $\overline{DE}$ 가 $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 원에 접할 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?



① $\frac{24}{2}$ cm

② $\frac{25}{2}$ cm

③ 13cm

④ $\frac{27}{2}$ cm

⑤ 14cm

해설

$$\overline{EP} = \overline{EB} = x - 10$$

$$\overline{AE} = 10 - (x - 10) = 20 - x$$

△AED에서

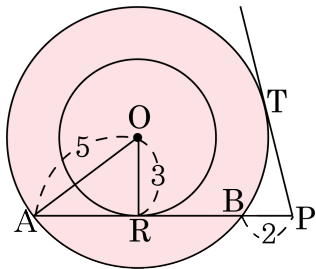
$$\overline{DE}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{DA}^2$$

$$x^2 = (20 - x)^2 + 10^2$$

$$40x = 500$$

$$x = \frac{25}{2} \text{ cm}$$

22. 다음 그림과 같이 중심이 점 O이고 반지름의 길이가 각각 3, 5인 두 동심원이 있다. 큰 원 밖의 한 점 P에서 큰 원과 작은 원에 접선 PT, PR을 그었을 때, $\overline{PT}$ 의 길이는?



① $\sqrt{5}$

② 3

③ 4

④ $2\sqrt{5}$

⑤ 5

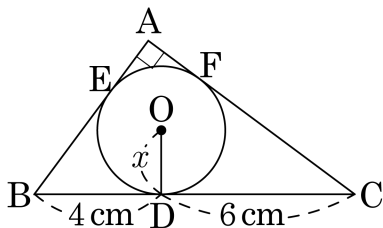
해설

$\angle ARO = 90^\circ$ 이므로

$$\overline{AR} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4, \overline{AB} = 2 \times \overline{AR} = 8$$

$$\overline{PT}^2 = 2 \times (2 + 8) = 20 \therefore \overline{PT} = 2\sqrt{5}$$

23. 다음 그림에서 점 D, E, F는 직각삼각형 ABC와 내접원 O의 접점일 때, 원 O의 넓이는?



① πcm^2

② $2\pi\text{cm}^2$

③ $3\pi\text{cm}^2$

④ $4\pi\text{cm}^2$

⑤ $5\pi\text{cm}^2$

해설

$$\overline{BD} = 4\text{cm}, \overline{CD} = 6\text{cm} \text{ 이므로}$$

$$\overline{AB} = (4 + x)\text{cm}, \overline{AC} = (6 + x)\text{cm} \text{ 이다.}$$

$$(4 + x)^2 + (6 + x)^2 = 10^2$$

$$2x^2 + 20x + 52 = 100$$

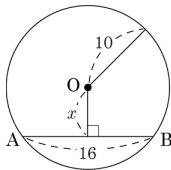
$$x^2 + 10x - 24 = 0$$

$$(x - 2)(x + 12) = 0$$

$$\text{따라서 } x = 2 \ (x > 0) \text{ 이므로}$$

$$\text{원 O의 넓이는 } 2^2\pi = 4\pi \ (\text{cm}^2)$$

24. 다음과 같이 반지름이 10 인 원의 중심 O 에서 현 AB 에 수선을 내렸을 때, x 의 값은?



① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

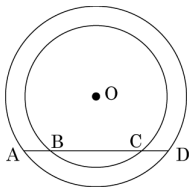
반지름의 길이가 10 이므로 $\overline{OB} = 10$ 이다.

원의 중심 O 에서 내린 수선의 발을 P 라 하면,

원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로 $\overline{BP} = 8$ 이다.

$\triangle OBP$ 는 직각삼각형이므로 $x = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$ 이다.

25. 다음 그림에서 두 원은 동심원이다. $\overline{BD} = 2\text{cm}$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



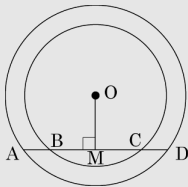
답 :

cm



정답 : 2cm

해설



O 에서 현에 내린 수선의 발을 M 이라 하면

$$\overline{AM} = \overline{DM}$$

$$\overline{BM} = \overline{CM}$$

$$\overline{AB} = \overline{AM} - \overline{BM}$$

$$\overline{CD} = \overline{DM} - \overline{CM}$$

$$\therefore \overline{AB} = \overline{CD}$$

$$\overline{BD} = \overline{BC} + \overline{CD} = \overline{BC} + \overline{AB} = \overline{AC}$$

$$\therefore \overline{AC} = 2\text{cm}$$