1. 다음 ☐ 안에 들어갈 것을 순서대로 써라.

> 방정식 $x^2 = 2x - 1$ 은 이항하여
> $x^2 - 2x + 1 = (x - \square)^2 = \square$ 으로 정리되므로 x 에 대한 ☐ 이라고 하며, 그 해는 $x = \square$ 또는 $x = \square$ 이다.
> 이와 같이 근이 중복되어 있을 때, 이 근을 ☐ 이라고 한다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 0

▷ 정답 : 이차방정식

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 중근

해설

(이차식) = 0 의 형태를 이차방정식이라 한다.

2. 다음 보기 중 $x=1,\ x=3$을 모두 해로 가지는 이차방정식을 골라라.

보기

㉠ $x(x-1)=0$　　㉡ $(x+1)(x-1)=0$

㉢ $x(x+3)=0$　　㉣ $(x-1)(x-3)=0$

㉤ $(x+1)(x+3)=0$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

$x=1$과 $x=3$을 대입했을 때 모두 성립하는 것은 ㉣뿐이다.

3. x에 관한 이차방정식 $2x^2 - 11x + a = 0$의 한 근이 2일 때, a의 값을 구하면?

① 14 ② 13 ③ 12 ④ 11 ⑤ 10

해설

이차방정식 $2x^2 - 11x + a = 0$에 $x = 2$를 대입하면,

$2 \times 2^2 - 11 \times 2 + a = 0$

$8 - 22 + a = 0$

$\therefore\ a = 14$

4. 다음 중 $\left(\frac{7}{3}x-14\right)(2y+8)=0$을 만족하는 것의 개수는?

㉠ $x=6,\ y=-4$	㉡ $x=6,\ y=4$
㉢ $x=-6,\ y=-4$	㉣ $x=-6,\ y=4$
㉤ $x=4,\ y=6$	㉥ $x=-4,\ y=6$

① 한 개도 없다. ② 2 개 ③ 3 개
④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

$\frac{7}{3}x-14=0$ 또는 $2y+8=0$ 이므로
$x=6$ 또는 $y=-4$ 인 것을 찾으면
$x=6$ 인 것은 ㉠, ㉡
$y=-4$ 인 것은 ㉠, ㉢
따라서 만족하는 것의 개수는 ㉠, ㉡, ㉢이므로
3 개이다.

5. 다음 이차방정식 $x^2-3x-18=0$ 의 해를 모두 구하면? (정답 2개)

① -6 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

해설

$x^2-3x-18=0$

$(x-6)(x+3)=0$

$\therefore\ x=6$ 또는 $x=-3$

6. 이차방정식 $x^2+ax-6=0$의 해가 3, b일 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$x^2+ax-6=0$에 $x=3$ 을 대입하면
$9+3a-6=0, a=-1$
$a=-1$ 을 $x^2+ax-6=0$ 에 대입하면
$x^2-x-6=0$ 이고, 인수분해하면 $(x+2)(x-3)=0$ 이므로
$x=3,-2$
$b=-2$
따라서 $a+b=(-1)+(-2)=-3$

7. 임의의 실수 x 의 정수 부분이 a 일 때, $[x] = a$ 로 나타내기로 한다. $2 \le x < 3$ 일 때, 방정식 $[x]x^2 - x - 5[x] = 0$ 의 해는?

① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{7}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ -2 ⑤ $-\frac{5}{2}$

해설

$2 \le x < 3$ 이므로 $[x] = 2$ 이다.
$[x] = 2$ 를 대입하면 $2x^2 - x - 10 = 0$ 이고, 인수분해를 하면 $(2x-5)(x+2) = 0$ 이다.
$\therefore x = \frac{5}{2}$ $(\because 2 \le x < 3)$

8. 다음 두 이차방정식을 동시에 만족하는 x 의 값을 구하여라.

$2x^2-9x+9=0,\ 4x^2-8x+3=0$

▶ 답:

▷ 정답: $x=\frac{3}{2}$

해설

$2x^2-9x+9=0$

$(x-3)(2x-3)=0$

$x=3$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

$4x^2-8x+3=0$

$(2x-3)(2x-1)=0$

$x=\frac{3}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

9. 이차방정식 $x^2+2x+k+4=0$ 이 중근을 갖도록 k 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $k=-3$

해설

$x^2+2x+k+4=0$ 이 중근을 가지므로

$\frac{D}{4}=1-(k+4)=0$

$\therefore k=-3$

10. 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 이 중근 $x=-4$ 를 가질 때, a, b의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a=8$

▷ 정답: $b=16$

해설

$x=-4$를 중근으로 가지므로
$(x+4)^2=0$, $x^2+8x+16=0$
$\therefore\ a=8,\ b=16$

11. 이차방정식 중에서 해가 유리수인 것을 모두 고르면?

㉠ $x^2 = 8$	㉡ $3x^2 - 12 = 0$
㉢ $(x-3)^2 = 4$	㉣ $2(x+1)^2 = 6$
㉤ $3x^2 - 6x + 3 = 0$	

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉣ ③ ㉡, ㉢, ㉣

④ ㉢, ㉣, ㉤ ⑤ ㉡, ㉢, ㉤

해설

㉠ $x = \pm 2\sqrt{2}$
㉡ $3x^2 = 12, x^2 = 4, x = \pm 2$
㉢ $(x-3)^2 = 4, x-3 = \pm 2, x = 5$ 또는 $x = 1$
㉣ $2(x+1)^2 = 6, (x+1)^2 = 3, x+1 = \pm\sqrt{3}, x = -1 \pm \sqrt{3}$
㉤ $3(x-1)^2 = 0, x = 1$

12. 이차방정식 $(x-1)(x-5)=4$ 를 $(x+A)^2=B$ 의 꼴로 나타낼 때, A, B 의 값은?

① $A=3,\ B=8$
② $A=-3,\ B=8$
③ $A=2,\ B=4$
④ $A=-3,\ B=-8$
⑤ $A=4,\ B=6$

해설

$(x-1)(x-5)=4$
$x^2-6x=4-5$
$x^2-6x+9=-1+9$
$(x-3)^2=8$, $A=-3,\ B=8$

13. 이차방정식 $x^2 - 5x + 2 = 0$ 을 완전제곱식을 이용하여 풀면?

① $x = \dfrac{1 \pm \sqrt{17}}{2}$ ② $x = \dfrac{2 \pm \sqrt{17}}{2}$ ③ $x = \dfrac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$

④ $x = \dfrac{4 \pm \sqrt{17}}{2}$ ⑤ $x = \dfrac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$

해설

$x^2 - 5x + 2 = 0$

$\left(x - \dfrac{5}{2}\right)^2 = -2 + \dfrac{25}{4}$

$\left(x - \dfrac{5}{2}\right)^2 = \dfrac{17}{4}$, $x - \dfrac{5}{2} = \pm\dfrac{\sqrt{17}}{2}$

$\therefore\ x = \dfrac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$

14. 이차방정식 $3x^2 - 4x - 2 = 0$ 을 풀면?

① $x = \dfrac{-4 \pm \sqrt{10}}{6}$ ② $x = \dfrac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$

③ $x = \dfrac{4 \pm \sqrt{10}}{6}$ ④ $x = \dfrac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{3}$

⑤ $x = 1$ 또는 $x = \dfrac{1}{3}$

해설

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \times 3 \times (-2)}}{6} = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$$

15. 이차방정식 $x^2 + ax - 10 = 0$ 의 해가 정수일 때, 정수 a 의 개수를 구하면?

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

곱이 -10 인 두 정수는
$-10 = (-1) \times 10 = 1 \times (-10)$
$= (-2) \times 5 = 2 \times (-5)$
$(-1,\ 10),\ (1,\ -10),\ (-2,\ 5),\ (2,\ -5)$
이므로 두 수의 합은 $-9,\ 9,\ -3,\ 3$ 이다.
$a = 9$ 또는 $a = -9$ 또는 $a = 3$ 또는 $a = -3$
따라서 정수 a 의 개수는 4 이다.

16. 이차방정식 $6(x-1)^2+7x=(2x-3)(4x+1)$ 의 해가 $x=\alpha$ 또는 $x=\beta$ 일 때, $4(\alpha+\beta)$ 의 값을 구하여라. (단, $\alpha>\beta$)

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

주어진 방정식을 정리하면 $2x^2-5x-9=0$

근의 공식을 이용하여 풀면

$x=\dfrac{5\pm\sqrt{25+72}}{4}=\dfrac{5\pm\sqrt{97}}{4}$

$\alpha>\beta$ 이므로

$\alpha=\dfrac{5+\sqrt{97}}{4}$, $\beta=\dfrac{5-\sqrt{97}}{4}$

$\therefore\ 4(\alpha+\beta)=10$

17. $(x+y+4)(x+y)=12$ 일 때, $x+y$ 의 값의 합을 구하면?

① 2 ② -4 ③ -6 ④ -8 ⑤ 10

해설

$A=x+y$라 하면
$(A+4)A=12$
$A^2+4A-12=0$
$(A-2)(A+6)=0$
$\therefore A=2$또는 $A=-6$
따라서 $x+y$의 값의 합은 $2+(-6)=-4$이다.

18. 다음 이차방정식 중 근의 개수가 다른 하나는?

① $x^2+12x+36=0$ ② $x^2=10x-25$

③ $9-x^2=4(x+3)$ ④ $(x+1)(x-1)=2x-2$

⑤ $x^2=4x-4$

해설

이차방정식이 중근을 가지려면 $(ax+b)^2=0$의 꼴이 되어야 한다.

① $(x+6)^2=0$

② $(x-5)^2=0$

③ $9-x^2=4(x+3) \leftrightarrow x^2+4x+3=0$

④ $x^2-1=2x-2 \leftrightarrow x^2-2x+1=0 \leftrightarrow (x-1)^2=0$

⑤ $(x-2)^2=0$

19. 이차방정식 $x^2 + 2mx + 3m = 0$ 이 중근을 가질 때, m 의 값과 근을 구하여라. (단, $m \neq 0$)

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $m = 3$

▷ 정답: $x = -3$

해설

$x^2 + 2mx + 3m = 0$ 이 완전제곱식이 되어야하므로

$\left(\frac{2m}{2}\right)^2 = 3m, \quad m(m-3) = 0$

$\therefore \ m = 0$ 또는 $m = 3$

그런데 $m \neq 0$ 이므로 $m = 3$

주어진 이차방정식은 $(x+3)^2 = 0$ 이므로

$x = -3$

20. 대각선의 총수가 65 개인 다각형은 몇 각형인가?

① 십각형　② 십일각형　③ 십이각형
④ 십삼각형　⑤ 십사각형

해설

n 각형의 대각선의 총수는 $\frac{n(n-3)}{2}$ 이므로

$\frac{n(n-3)}{2} = 65$

$n^2 - 3n - 130 = 0$

$(n+10)(n-13) = 0$

$\therefore\ n = 13$ (n 은 자연수)

따라서 십삼각형이다.

21. 어떤 무리수 x가 있다. x의 소수 부분을 y라 할 때 x의 제곱과 y의 제곱의 합이 33이다.
무리수 x의 값은? (단, $x > 0$)

① $x = \dfrac{5+\sqrt{41}}{2}$ ② $x = \dfrac{2+\sqrt{41}}{5}$
③ $x = \dfrac{5+\sqrt{37}}{3}$ ④ $x = \dfrac{-2+\sqrt{41}}{5}$
⑤ $x = \dfrac{3+\sqrt{37}}{4}$

해설

$x^2 + y^2 = 33,\ 0 \le y < 1$
$0 \le y^2 = 33 - x^2 < 1, \quad \sqrt{32} < x \le \sqrt{33}$
따라서 x의 정수 부분은 5이고 $y = x - 5$
$x^2 + (x-5)^2 = 33$
$\therefore\ x = \dfrac{5 \pm \sqrt{41}}{2}$
$\therefore\ x = \dfrac{5+\sqrt{41}}{2}\ (\because x > 0)$

22. 고속도로의 통행료을 x% 인상하면 요금을 올리기 전보다 통행료 수입이 78% 줄어들고, 통행 차량의 수도 $8x$% 줄어든다고 한다. 통행료의 요금 인상률 x 를 구하여라. (단, 단위는 생략)

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

인상 전의 입장요금을 A 원, 통행차량 수를 B 대 라 하면

인상 후의 통행료는 $A\left(1+\frac{x}{100}\right)$ 원, 통행차량 수는 $B\left(1-\frac{8x}{1000}\right)$ 대, 통행료 수입은 $A\times B\times\left(1-\frac{78}{100}\right)$ 원

$A\left(1+\frac{x}{100}\right)\times B\left(1-\frac{8x}{1000}\right)$

$=A\times B\times\left(1-\frac{78}{100}\right)$ 이다.

$\left(1+\frac{x}{100}\right)\left(1-\frac{8x}{100}\right)=\left(1-\frac{78}{100}\right)$

$2x^2+175x-1950=0$

$(2x+195)(x-10)=0$

$x>0$ 이므로 $x=10$

23. 30cm 의 끈으로 직사각형을 만들어 넓이가 54cm^2 가 되게 하려고 한다. 이 직사각형의 가로와 세로의 길이의 차는?

① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

가로의 길이를 x cm, 세로의 길이를 $15 - x$ cm라 하면,
$54 = x(15 - x)$, $x = 6$ 또는 $x = 9$
따라서 직사각형의 가로와 세로의 길의 차는 3 cm 이다.

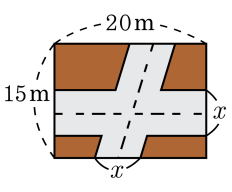
24. 어떤 원에서 반지름의 길이를 2 cm 만큼 줄였더니 넓이는 반으로 줄었다. 처음 원의 반지름의 길이는?

① $(4+3\sqrt{2})$cm ② $(4-\sqrt{2})$cm ③ $(4+\sqrt{2})$cm
④ $(4-2\sqrt{2})$cm ⑤ $(4+2\sqrt{2})$cm

해설

처음 원의 반지름을 x cm 라 하면,
$\frac{1}{2}x^2\pi = (x-2)^2\pi$
$x^2 = 2(x^2-4x+4)$
$(x-4)^2 = 8$
$x = 4 \pm 2\sqrt{2}$
$x > 2$ 이므로 $x = 4+2\sqrt{2}$(cm) 이다.

25. 가로, 세로의 길이가 각각 20 m, 15 m 인 직사각형 모양의 땅에 다음 그림과 같이 도로를 만들려고 한다. 화단의 넓이가 126 m^2 이 되도록 할 때, 도로의 폭을 구하면?



① 3 m ② 4 m ③ 5 m

④ 6 m ⑤ 7 m

해설

$(20-x)(15-x)=126$
$x^2-35x+174=0$
$(x-6)(x-29)=0$
$x=29$ 또는 $x=6$
$\therefore\ x=6\ (\because\ x<15)$