

1. 삼차방정식  $x^3 + 27 = 0$ 의 모든 근의 합은?

- ① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

해설

$$x^3 + 3^3 = 0, (x + 3)(x^2 - 3x + 9) = 0$$

$$\therefore x = -3, \frac{3 \pm 3\sqrt{3}i}{2}$$

$$\text{합} : -3 + \frac{3 + 3\sqrt{3}i}{2} + \frac{3 - 3\sqrt{3}i}{2} = 0$$

해설

$x^3 + 27 = 0$ 에서  $x^2$ 의 계수가 0이므로 근과 계수와의 관계에 의해 세 근의 합은 0

2. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 = 16$$

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 16 &= 0 \text{ 에서} \\(x^2 - 4)(x^2 + 4) &= 0 \\(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4) &= 0 \\ \therefore x &= \pm 2 \text{ 또는 } x = \pm 2i \\ \therefore \text{모든 해의 합은 } &(-2) + 2 + (-2i) + 2i = 0\end{aligned}$$

3. 사차방정식  $x^4 + 3x^2 - 10 = 0$ 의 모든 실근의 곱은?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

$x^4 + 3x^2 - 10 = 0$ 에서  
 $x^2 = t$ 로 치환하면  
 $t^2 + 3t - 10 = 0, (t + 5)(t - 2) = 0$   
 $\therefore t = -5$  또는  $t = 2$   
 $\therefore x = \pm\sqrt{5}i$  또는  $x = \pm\sqrt{2}$   
따라서 모든 실근의 곱은  
 $\sqrt{2} \times (-\sqrt{2}) = -2$

4.  $x^4 - 5x^2 - 14 = 0$ 의 두 허근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하면?

- ① 4      ② -4      ③ 8      ④ -8      ⑤ -16

해설

$x^4 - 5x^2 - 14 = (x^2 + 2)(x^2 - 7) = 0$ 이므로  
두 허근  $\alpha, \beta$ 는  
각각  $\sqrt{2}i, -\sqrt{2}i$ 이므로  
 $\alpha^2 + \beta^2 = -2 - 2 = -4$

5.  $x$ 에 대한 삼차방정식  $x^3 + (a+1)x^2 + 2ax + a = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 양수  $a$ 의 값과 그 때의 중근  $\alpha$ 의 값의 합  $a + \alpha$ 의 값을 구하면?

- ① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

**해설**

조립제법을 이용한다  $f(-1) = 0$ 이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & a+1 & 2a & a \\ & & -1 & -a & -a \\ \hline & 1 & a & a & 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow (x+1)(x^2 + ax + a) = 0$$

$x^2 + ax + a = 0$ 에  $x = -1$ 을 대입하면 0이 아니므로

$x^2 + ax + a$ 가 중근을 갖는다.

중근일 조건 : 판별식 = 0

$$\therefore a^2 - 4a = 0$$

$$a(a-4) = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ 또는 } a = 4$$

$$\therefore \text{양수 } a = 4 \Rightarrow x^2 + 4x + 4 = 0(x+2)^2 = 0$$

$$\Rightarrow \text{중근 } \alpha = -2 \Rightarrow a + \alpha = 2$$

6.  $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$  의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $x = 1$

▷ 정답 :  $x = -2$

▷ 정답 :  $x = 3$

해설

$f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$  으로 놓으면

$f(1) = 1 - 2 - 5 + 6 = 0$  이므로, 조립제법에 의하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -2 & -5 & 6 \\ & & 1 & -1 & -6 \\ \hline & 1 & -1 & -6 & 0 \end{array}$$

$$x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x - 1)(x^2 - x - 6)$$

$$= (x - 1)(x + 2)(x - 3)$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = -2 \text{ 또는 } x = 3$$

7. 방정식  $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$  의 해를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $x = 1$

▷ 정답:  $x = 2$

▷ 정답:  $x = 3$

**해설**

$f(1) = 1^3 - 6 \times 1^2 + 11 \times 1 - 6 = 0$  이므로  $f(x)$  는  $x - 1$  을  
인수로 갖는다.

따라서  $f(x)$  를  $x - 1$  로 나눈 몫을 다음 조립제법으로 구한다.

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -6 & 11 & -6 \\ & & & 1 & -5 & 6 \\ \hline & 1 & -4 & 5 & 0 \end{array}$$

$\therefore f(x) = (x - 1)(x^2 - 5x + 6) = (x - 1)(x - 2)(x - 3) = 0$

$\therefore x = 1$  또는  $x = 2$  또는  $x = 3$

8. 방정식  $(x^2 + x + 2)^2 + 8 = 12(x^2 + x)$  의 모든 근의 합은?

- ① 1      ② 0      ③ -1      ④ -2      ⑤ -3

해설

$x^2 + x = Y$  라 하면,  $(Y + 2)^2 + 8 = 12Y$   
 $Y^2 - 8Y + 12 = 0, (Y - 2)(Y - 6) = 0$   
 $Y = 2$  또는  $Y = 6$   
(i)  $Y = 2$   
 $x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x = -2$  또는  $x = 1$   
(ii)  $Y = 6$   
 $x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow x = -3$  또는  $x = 2$   
 $\therefore$  모든 근의 합 = -2

9. 다음 방정식의 해가 아닌 것은?

$$(x^2 + x)^2 - 8(x^2 + x) + 12 = 0$$

- ① -3      ② -2      ③ -1      ④ 1      ⑤ 2

해설

$(x^2 + x)^2 - 8(x^2 + x) + 12 = 0$  에서  $x^2 + x = X$  라 하면

$$X^2 - 8X + 12 = 0, (X - 2)(X - 6) = 0$$

$\therefore X = 2$  또는  $X = 6$

(i)  $X = 2$  일 때,  $x^2 + x = 2$  에서

$$x^2 + x - 2 = 0,$$

$$(x - 1)(x + 2) = 0$$

$\therefore x = 1$  또는  $x = -2$

(ii)  $X = 6$  일 때,  $x^2 + x = 6$  에서

$$x^2 + x - 6 = 0,$$

$$(x + 3)(x - 2) = 0$$

$\therefore x = -3$  또는  $x = 2$

(i), (ii) 에서 주어진 방정식의 해는

$x = -3$  또는  $x = -2$  또는  $x = 1$  또는  $x = 2$

따라서, 해가 아닌 것은 ③

10. 방정식  $(x^2 + x)^2 + 2(x^2 + x + 1) - 10 = 0$  의 모든 실근의 합은?

- ① -10    ② -2    ③ -1    ④ 2    ⑤ 10

해설

$$(x^2 + x)^2 + 2(x^2 + x + 1) - 10 = 0 \text{ 에서}$$

$$x^2 + x = A \text{ 라 하면}$$

$$A^2 + 2A - 8 = 0,$$

$$(A + 4)(A - 2) = 0$$

$$\therefore A = -4 \text{ 또는 } A = 2$$

$$(i) \ x^2 + x = -4 \text{ 일 때,}$$

$$x^2 + x + 4 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-1 \pm \sqrt{15}i}{2}$$

$$(ii) \ x^2 + x = 2 \text{ 일 때,}$$

$$x^2 + x - 2 = 0,$$

$$(x + 2)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 1$$

$$(i), (ii) \text{ 에서 실근은 } x = -2 \text{ 또는 } x = 1 \text{ 이므로 실근의 합은}$$

$$-2 + 1 = -1$$

11. 방정식  $(x^2 + x + 2)^2 = x^2 + x + 4$ 의 두 허근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은?

- ① -5      ② -3      ③ -1      ④ 1      ⑤ 3

해설

$(x^2 + x + 2)^2 = x^2 + x + 4$ 에서  
 $x^2 + x + 2 = A$ 라 하면  
 $A^2 = A + 2,$   
 $A^2 - A - 2 = 0, (A + 1)(A - 2) = 0$   
 $\therefore A = -1$  또는  $A = 2$   
(i)  $x^2 + x + 2 = -1$ 일 때,  $x^2 + x + 3 = 0$   
(ii)  $x^2 + x + 2 = 2$ 일 때,  $x^2 + x = 0$   
(i), (ii)에서  $\alpha, \beta$ 는 허근이므로  $x^2 + x + 3 = 0$ 의 근이 된다.  
따라서,  $\alpha + \beta = -1, \alpha\beta = 3$ 이므로  
 $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-1)^2 - 2 \times 3 = -5$

12. 사차방정식  $2x^4 + 7x^2 - 4 = 0$ 의 두 허근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\frac{\beta}{\alpha}$ 의 값은?

- ①  $1+i$     ②  $i$     ③  $0$     ④  $-1$     ⑤  $24$

해설

$2x^4 + 7x^2 - 4 = 0$ 에서  $x^2 = t$ 라 하면

$2t^2 + 7t - 4 = 0, (2t - 1)(t + 4) = 0$

$\therefore t = \frac{1}{2}$  또는  $t = -4$

$\therefore x = \sqrt{\frac{1}{2}}$  또는  $x = \pm 2i$

이 때,  $\alpha, \beta$ 는 허근이므로

$\alpha = 2i, \beta = -2i$  또는  $\alpha = -2i, \beta = 2i$

$\therefore \frac{\beta}{\alpha} = -1$

13. 삼차방정식  $x^3 + x - 2 = 0$  의 해를 구하면?

- ㉠  $1, \frac{-1 \pm \sqrt{7}i}{2}$     ㉡  $-1, \frac{-1 \pm \sqrt{7}i}{2}$     ㉢  $-1, \frac{-1 \pm \sqrt{7}}{2}$   
㉣  $-1$     ㉤  $1$

해설

조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 0 & 1 & -2 \\ & & 1 & 1 & 2 \\ \hline & 1 & 1 & 2 & 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow (x-1)(x^2+x+2) = 0$$

$$x^2+x+2=0 \text{ 의 근 : } \frac{-1 \pm \sqrt{7}i}{2}$$

$$\therefore \text{ 해 : } 1, \frac{-1 \pm \sqrt{7}i}{2}$$

14. 방정식  $x^4 - 4x + 3 = 0$ 의 해를 구하면?

①  $x = 1, x = -1 \pm 2i$

②  $x = -1, x = 1 \pm 2i$

③  $x = 1, x = -1 \pm \sqrt{2}i$

④  $x = -1, x = 1 \pm \sqrt{2}i$

⑤  $x = 1$

해설

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & 0 & 0 & -4 & 3 \\ & & 1 & 1 & 1 & -3 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & -3 & 0 \\ & & 1 & 2 & 3 & \\ \hline & 1 & 2 & 3 & 0 & \end{array}$$

$(x-1)^2(x^2+2x+3) = 0, x = 1, -1 \pm \sqrt{2}i$

15.  $x(x-1)(x+1)-6=0$ 의 세근을 구하면?

① 2, -1, -3      ② -2, 1, -3      ③ 2, 1, -3

④ -2,  $-1 \pm \sqrt{2}i$       ⑤ 2,  $-1 \pm \sqrt{2}i$

해설

$$\text{준식} = x(x^2 - 1) - 6 = x^3 - x - 6 = 0$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & 0 & -1 & -6 \\ & & 2 & 4 & 6 \\ \hline & 1 & 2 & 3 & 0 \end{array}$$

$$(x-2)(x^2+2x+3) = 0$$

$$\therefore x = 2, -1 \pm \sqrt{2}i$$

16. 사차방정식  $x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 2x - 3 = 0$  을 풀면?

- ①  $x = \pm 1, x = 1 \pm \sqrt{2}i$       ②  $x = \pm 2, x = 1 \pm \sqrt{3}i$   
③  $x = \pm 1, x = 1 \pm \sqrt{3}i$       ④  $x = \pm 2, x = 1 \pm \sqrt{2}i$   
⑤  $x = \pm 2, x = 3 \pm \sqrt{2}i$

해설

조립제법을 이용한다.

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & -2 & 2 & 2 & -3 \\ & & & 1 & -1 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & -1 & 1 & 3 & 0 \\ & & -1 & 2 & -3 & \\ \hline & 1 & -2 & 3 & 0 & \end{array}$$

$$\Rightarrow (x-1)(x+1)(x^2-2x+3) = 0$$

$$\therefore x = \pm 1, x = 1 \pm \sqrt{2}i$$

17. 사차방정식  $x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 = 0$ 의 근이 아닌 것은?

- ① -3      ② -1      ③ 1      ④ 2      ⑤ 3

해설

대입하여 성립하는 수들을 찾아내어 조립제법으로 인수분해를 하면

$$x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6 = 0$$

$$(x-1)(x^3 + 2x^2 - 5x - 6) = 0$$

$$(x-1)(x-2)(x^2 + 4x + 3) = 0$$

$$(x-1)(x-2)(x+3)(x+1) = 0$$

$$\therefore x = -3, -1, 1 \text{ 또는 } 2$$

18. 상수  $a, b$ 에 대하여 다음 등식이 항상 성립할 때,  $2a + b$ 의 값은?

$$\frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+3} = \frac{6(x+1)}{(x-1)(x+3)}$$

- ① 2      ② 3      ③ 5      ④ 7      ⑤ 9

**해설**

등식이 항상 성립하기 위해서는 (분모)  $\neq 0$ 이어야 한다.  
양변에 공통분모인  $(x-1)(x+3)$ 을 곱하면,  
 $a(x+3) + b(x-1) = 6(x+1)$   
 $(a+b)x + (3a-b) = 6x+6$   
 $\therefore a+b=6, 3a-b=6$   
두 식을 연립하여 풀면,  
 $a=3, b=6-a=3$   
 $\therefore 2a+b=2 \times 3 + 3 = 9$

19. 등식  $(x+1)(x-1)(x^3-x^2+x-1) = x^5-x^4+ax-b$ 가 항상 성립하도록  $a, b$  값을 정할 때,  $a+b$ 의 값을 구하면?

① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

양변에  $x=1$ 을 대입하면,  $0 = a - b \cdots \text{㉠}$

양변에  $x=-1$ 을 대입하면,  $0 = -2 - a - b \cdots \text{㉡}$

㉠, ㉡에서  $a = b = -1$

$\therefore a + b = -2$

20. 등식  $2x^2 - 3x - 1 = a(x-1)(x-2) + bx(x-1) + cx(x-2)$  이  $x$ 에 관한 항등식이 되도록 할 때,  $a + b + c$ 의 값은?

① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

해설

수치대입법을 이용한다.

$$x = 0 \text{ 대입, } a = -\frac{1}{2}$$

$$x = 2 \text{ 대입, } b = \frac{1}{2}$$

$$x = 1 \text{ 대입, } c = 2$$

$$\therefore a + b + c = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 2 = 2$$

21. 다항식  $f(x)$ 에 대하여  $(x^2 - 2)(x^2 + 3) = x^4 - 2ax^2 + b$ 가  $x$ 에 대한 항등식이 되도록  $a, b$ 의 값을 정할 때,  $2a - b$ 의 값은?

- ① -3      ② -5      ③ -4      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$(x^2 - 2)(x^2 + 3) = x^4 - 2ax^2 + b \text{에서}$$

$$x^2 = 2 \text{일 때, } 4 - 4a + b = 0 \dots\dots ①$$

$$x^2 = -3 \text{일 때, } 9 + 6a + b = 0 \dots\dots ②$$

$$①, ② \text{에서 } a = -\frac{1}{2}, b = -6$$

$$\therefore 2a - b = 5$$

22.  $x$ 에 관한 삼차식  $x^3 + mx^2 + nx + 1$ 을  $x-1$ 로 나누면 나누어떨어지고,  $x+2$ 로 나누면 나머지가 3이다. 이 때,  $m-n$ 의 값은?

- ① -2      ② -3      ③ -4      ④ 2      ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}x^3 + mx^2 + nx + 1 &= (x-1)Q(x) \\ &= (x+2)Q'(x) + 3\end{aligned}$$

양변에  $x=1$ 을 대입하면

$$1 + m + n + 1 = 0$$

$$\therefore m + n = -2 \cdots \text{㉠}$$

양변에  $x=-2$ 을 대입하면

$$-8 + 4m - 2n + 1 = 3$$

$$\therefore 2m - n = 5 \cdots \text{㉡}$$

$$\text{㉠, ㉡에서 } m=1, n=-3$$

$$\therefore m - n = 4$$

23.  $x^3$ 의 계수가 1인 삼차다항식  $f(x)$ 가  $x-1$ 을 인수로 갖고,  $x^2+2$ 로 나누었을 때의 나머지는  $x+5$ 이다. 이 때,  $f(x)$ 를  $x-2$ 로 나눈 나머지는?

- ① -1      ② 1      ③ 3      ④ 5      ⑤ 7

해설

$x^3$ 의 계수가 1이므로  
 $f(x) = (x^2+2)(x+\alpha) + x+5 \cdots \textcircled{1}$   
 $x-1$ 의 인수를 가지므로,  $f(1) = 0$   
①에 넣어 계산하면,  
 $f(1) = 3(1+\alpha) + 6 = 0, \alpha = -3$   
 $\therefore f(2) = (2^2+2)(2-3) + 2+5 = 1$

24. 다항식  $f(x)$ 를  $x-2$ ,  $x+2$ 로 나누었을 때, 나머지가 각각 5, 3이라 한다. 이 때, 다항식  $f(x)$ 를  $x^2-4$ 로 나눈 나머지를 구하면  $ax+b$ 이다.  $4a+b$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$f(2) = 5, f(-2) = 3$$

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 4)Q(x) + ax + b \\ &= (x - 2)(x + 2)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

$$f(2) = 2a + b = 5, f(-2) = -2a + b = 3$$

$$a = \frac{1}{2}, b = 4$$

25. 방정식  $(x^2 + 2)^2 - 6x^2 - 7 = 0$ 의 두 실근의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$(x^2 + 2)^2 - 6x^2 - 7 = 0$ 에서  
 $x^4 + 4x^2 + 4 - 6x^2 - 7 = 0$   
 $x^4 - 2x^2 - 3 = 0$   
 $x^2 = t$ 로 치환하면  
 $t^2 - 2t - 3 = 0, (t - 3)(t + 1) = 0$   
 $\therefore t = 3$  또는  $t = -1$   
(i)  $x^2 = 3$ 일 때,  $x = \pm\sqrt{3}$   
(ii)  $x^2 = -1$ 일 때,  $x = \pm i$   
(i), (ii)에서 실근의 합을 구하면  
 $\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0$