

1. 다음 (가), (나)에 들어갈 말을 알맞게 나열한 것은?

- $|a| = |b|$ 는 $a = b$ 이기 위한 (가) 조건이다.
 - 3의 배수는 6의 배수이기 위한 (나) 조건이다.

- ① 필요, 필요

② 필요, 충분

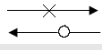
③ 충분, 충분

④ 충분, 필요

⑤ 충분, 필요충분

해설

$|a| = |b|$



$a = b \therefore$ 필요

$\{x \mid x \text{는 } 3\text{의 배수}\} \supset \{x \mid x \text{는 } 6\text{의 배수}\} \therefore$ 필요

2. 다음 중 함수가 아닌 것을 고르면?

① $2y = x - 1$

② $y = -x^2 - 8$

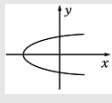
③ $y = 5$

④ $x = y^2 - 4$

⑤ $y = 3|x| - 1$

해설

함수는 하나의 x 값에 두 개 이상의 y 값이 대응될 수 없다.



④ : $x = y^2 - 4$

3. 자연수 전체의 집합을 N 이라 할 때, N 의 임의의 원소 x 에 대하여 다음 대응 중 N 에서 N 으로의 함수인 것은?
- ① $x \rightarrow x - 1$
 - ② $x \rightarrow x$ 의 양의 제곱근
 - ③ $x \rightarrow x$ 를 4 로 나눈 나머지
 - ④ $x \rightarrow x^2 - 1$
 - ⑤ $x \rightarrow |-1|$

해설

- ① $x = 1$ 일 때, $1 \in N$ 이지만 $1 - 1 = 0 \notin N$ 따라서 함수가 아니다.
- ② $x = 2$ 일 때, $2 \in N$ 이지만 2 의 양의 제곱근 $\sqrt{2} \notin N$ 따라서 함수가 아니다.
- ③ $x = 4$ 일 때, $4 \in N$ 이지만 4 를 4 로 나눈 나머지 $0 \notin N$ 따라서 함수가 아니다.
- ④ $x = 1$ 일 때, $1 \in N$ 이지만 $1^2 - 1 = 0 \notin N$ 따라서 함수가 아니다.
- ⑤ 정의역의 모든 원소가 1 에 대응하므로 함수이다.

4. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{1, 2\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 8 개

▷ 정답 : 8 개

해설

1이 대응할 수 있는 원소는 1, 2의 2가지
2가 대응할 수 있는 원소는 1, 2의 2가지
3이 대응할 수 있는 원소는 1, 2의 2가지
따라서 X 에서 Y 로의 함수의 개수는
 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

5. $1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1-a}}$ 을 계산하면?

- ① $-\frac{1}{a}$ ② -1 ③ 1 ④ $\frac{1}{a}$ ⑤ $a-1$

해설

$$\begin{aligned} 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1-a}} &= 1 - \frac{1}{\frac{1-a}{1-a}} \\ &= 1 - \frac{1-a}{-a} = \frac{a+1-a}{a} = \frac{1}{a} \end{aligned}$$

6. 유리수 a, b 가 등식 $(a + \sqrt{2})^2 = 6 + b\sqrt{2}$ 를 만족시킬 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

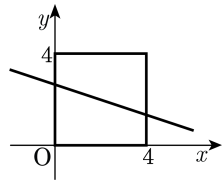
▷ 정답 : 8

해설

$a^2 + 2\sqrt{2}a + (\sqrt{2})^2 = 6 + b\sqrt{2}$
무리수의 상등에 의하여
유리수 부분 : $(a^2 + 2) = 6, a^2 = 4$
무리수 부분 : $2a\sqrt{2} = b\sqrt{2}, 2a = b$
$$\begin{cases} a = 2, b = 4, ab = 8 \\ a = -2, b = -4, ab = (-2)(-4) = 8 \end{cases}$$

 $\therefore ab = 8$

7. 직선의 방정식 $ax+2y-5=0$ 이 다음 그림과 같이 정사각형의 넓이를 이등분 할 때, a 의 값은 얼마인가?



- ① 2 ② -1 ③ 1 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

해설

주어진 직선이 정사각형의 넓이를 이등분하려면 정사각형 대각선의 교점인 중심 $(2,2)$ 를 지나야 한다.

$$ax+2y-5=0 \text{에서 } 2a+4-5=0$$

$$\therefore a=\frac{1}{2}$$

8. $2x - y + 5 = 0$, $(k - 1)x + (k + 2)y - 3 = 0$ 에 대하여 두 식을 동시에 만족하는 (x, y) 가 하나도 없을 때, 상수 k 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

두 식을 동시에 만족하는 (x, y) 가 하나도 없으려면 두 직선이
평행해야 한다.

$\therefore$ 기울기가 일치한다.

$$\Rightarrow 2 = -\frac{k-1}{k+2}$$

$$\Rightarrow k = -1$$

9. 두 직선 $x - 2y - 5 = 0$, $2x - y + 3 = 0$ 의 교점을 지나고, $3x - y = 0$ 에 평행한 직선의 방정식은?
- ① $9x + y - 20 = 0$ ② $2x + 3y - 20 = 0$
③ $-9x + 3y + 10 = 0$ ④ $4x + 3y + 20 = 0$
⑤ $-9x + 3y - 20 = 0$

해설

두 직선 $x - 2y - 5 = 0$, $2x - y + 3 = 0$ 의 교점을 지나는 직선의 방정식은
 $(x - 2y - 5) + k(2x - y + 3) = 0$
이것을 x, y 에 대하여 정리하면
 $(1 + 2k)x + (-k - 2)y + (3k - 5) = 0 \cdots \textcircled{1}$
이것이 $3x - y = 0$ 와 평행하려면
 $\frac{1 + 2k}{3} = \frac{-k - 2}{-1}$ 에서
 $k = -5$ 이 값을 $\textcircled{1}$ 에 대입하여 정리하면
 $-9x + 3y - 20 = 0$

10. 점 $(3, -1)$ 에서 원 $x^2 + y^2 = 5$ 에 그은 접선의 방정식 중 기울기가 음수인 것의 y 절편을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

점 $(3, -1)$ 을 지나고 접선의 기울기를 m 이라고 하면

접선은 $y + 1 = m(x - 3) \cdots \textcircled{1}$

따라서 원의 중심 $(0, 0)$ 에서 직선

$mx - y - 3m - 1 = 0$ 과의 거리가

원의 반지름 $\sqrt{5}$ 와 같다.

$\frac{|-3m - 1|}{\sqrt{m^2 + 1}} = \sqrt{5}, | -3m - 1 | = \sqrt{5} \sqrt{m^2 + 1}$

양변을 제곱하면

$9m^2 + 6m + 1 = 5m^2 + 5, 4m^2 + 6m - 4 = 0$

따라서, 기울기 $m = \frac{1}{2}, -2$

여기서 기울기가 음수인 -2 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$y = -2x + 5$

따라서 y 절편은 5이다.

11. 점 A(3, 2) 를 직선 $x - y + 2 = 0$ 에 대하여 대칭이동한 점을 A'(m, n) 이라 할 때, $m + n$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$x - y + 2 = 0 \Rightarrow y = x + 2$$

$$\therefore m = y - 2 \quad n = x + 2$$

$$(x, y) = (3, 2) \text{ 이므로 } (m, n) = (0, 5)$$

$$\therefore m + n = 5$$

12. $A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{2, a, a + 1\}$ 이고 $A \cap B = \{2, 4\}$ 일 때 집합 B 의 원소의 합을 구하면?(정답 2개)

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

해설

$A \cap B = \{2, 4\}$ 이므로 $a = 4$ 이거나 $a + 1 = 4$ 여야 한다.

i) $a = 4$ 일 때

$B = \{2, 4, 5\}$, 원소들의 합은 11

ii) $a + 1 = 4$ 즉 $a = 3$ 일 때

$B = \{2, 3, 4\}$, 원소들의 합은 9

13. 두 함수 $f(x) = x^2 - 5$, $g(x) = \begin{cases} 2x & (x \geq 0) \\ x^2 & (x < 0) \end{cases}$ 에 대하여 $(g \circ f)(2) + (g \circ f)(3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned} (g \circ f)(2) + (g \circ f)(3) &= g(f(2)) + g(f(3)) \\ &= g(-1) + g(4) \\ &= (-1)^2 + 2 \times 4 \\ &= 9 \end{aligned}$$

14. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 함수 $f(x) = |x - 2| + kx - 5$ 의 역함수가 존재할 때, 상수 k 의 범위는 무엇인가?

① $k < -1$

② $-1 < k < 1$

③ $k < 1$

④ $k < -1$ 또는 $k > 1$

⑤ $k > 1$

해설

$$x \geq 2 \text{ 일 때, } f(x) = (k+1)x - 7$$

$$x < 2 \text{ 일 때, } f(x) = (k-1)x - 3$$

그런데 $f(x)$ 의 역함수가 존재하므로 $f(x)$ 는 일대일대응이다.

따라서, $(k+1)(k-1) > 0$ 이므로

$$k < -1 \text{ 또는 } k > 1$$

15. $x + \frac{1}{x} = 2$ 일 때, $x^2 - \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 = 2^2 - 4 = 0$$

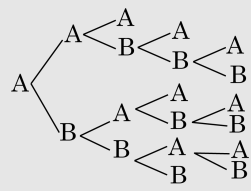
$$\therefore x^2 - \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right) = 0 \times 2 = 0$$

16. A, B 두 사람이 테니스 경기를 하는데, 경기는 5세트 중 3세트 이기는 쪽이 승리한다. A가 먼저 1승을 거둔 상태에서 승부가 결정될 때까지 일어날 수 있는 모든 경우의 수는?

▶ 답: 가지

▷ 정답 : 10가지

해설



17. 1부터 45까지의 서로 다른 숫자가 각각 적힌 45개의 공 중에서 6개의 공을 뽑을 때, 3 이하의 숫자가 적힌 공이 적어도 1개 이상 나오는 방법의 수는?

① ${}_{45}C_6$

② ${}_{45}C_6 - {}_{42}C_3$

③ ${}_{42}C_6$

④ ${}_{45}C_6 - {}_{42}C_6$

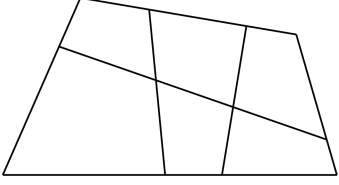
⑤ ${}_{45}C_6 + {}_{42}C_3$

해설

전체의 경우에서 3 보다 큰 숫자 중 6 개의 공을 뽑는 경우를 빼준다.

$\therefore {}_{45}C_6 - {}_{42}C_6$

18. 아래 그림과 같이 가로로 3개의 선분과 세로로 4개의 선분이 만나고 있다. 만들 수 있는 사각형의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 18 개

해설

3개의 가로선 중 2개를 택하고, 4개의 세로선 중 2개를 택하면 사각형이 결정된다.
따라서 구하는 사각형의 개수는

${}_3C_2 \times {}_4C_2 = 3 \times 6 = 18$

19. 수련회에 참가한 여학생 5 명과 남학생 6 명을 4 개의 방에 배정하려고 한다. 여학생은 1 호실에 3 명, 2 호실에 2 명을 배정하고, 남학생은 3 호실과 4 호실에 각각 3 명씩 배정하는 방법의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답 : 200 가지

해설

여학생 5 명을 1, 2 호실에 각각 3 명, 2 명씩

배정하는 방법의 수는 ${}_5C_3 \times {}_2C_2 = 10$ (가지)

남학생 6 명을 3, 4 호실에 각각 3 명씩

배정하는 방법의 수는

$${}_6C_3 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{2!} \times 2 = 20 \text{ (가지)}$$

따라서 구하는 모든 방법의 수는 $10 \times 20 = 200$ (가지)

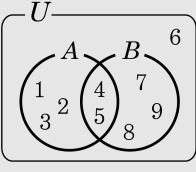
20. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A^C \cup B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $B - A = \{7, 8, 9\}$, $A^c \cap B^c = \{6\}$ 일 때, $n(A)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

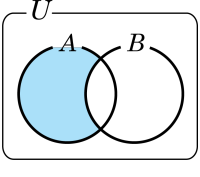
▷ 정답 : 5

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 이다.
주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이다.
따라서 $n(A) = 5$ 이다.



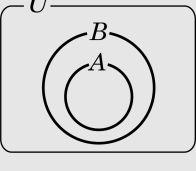
21. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 그림과 같이 벤 다이어그램을 그린 후 원소를 써 넣어 보았더니 색칠한 부분에는 원소가 하나도 없었다. 다음 중 항상 옳은 것은?



- ① $B \subset A$ ② $n(A) < n(B)$ ③ $A \cup B = B$
 ④ $B - A = \emptyset$ ⑤ $A^c \subset B^c$

해설

주어진 벤 다이어그램에서 색칠한 부분이 공집합이므로 집합 A 는 집합 B 에 포함된다. 따라서 $A \cup B = B$ 가 항상 성립한다.



22. 두 자리 자연수 중 k 의 배수인 것 전체의 집합을 $A_k(k = 1, 2, 3, \dots)$ 라 할 때, 집합 $A_2 \cap (A_3 \cup A_4)$ 의 원소의 개수는?

① 26 ② 27 ③ 28 ④ 29 ⑤ 30

해설

$$A_2 \cap (A_3 \cup A_4) = (A_2 \cap A_3) \cup (A_2 \cap A_4) = A_6 \cup A_4$$

$$10 \leq 6n < 100 \text{ 에서 } 2 \leq n \leq 16 \therefore n(A_6) = 15$$

$$10 \leq 4n < 100 \text{ 에서 } 3 \leq n < 25 \therefore n(A_4) = 22$$

$$10 \leq 12n < 100 \text{ 에서 } 1 \leq n \leq 8 \therefore n(A_{12}) = 8$$

$$\text{그러므로 } n(A_6 \cup A_4) = 15 + 22 - 8 = 29$$

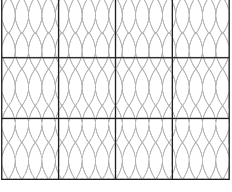
23. 미영이네 반 학생들에 대하여 수학, 영어 두 과목에 대한 선호도 조사를 실시하였다. 그 결과 수학을 좋아하는 학생은 36명, 영어를 좋아하는 학생은 27명이었고, 수학과 영어를 모두 좋아하는 학생은 15명이었다. 이 때, 수학 또는 영어 한 과목만 좋아하는 학생은 몇 명인가?

① 27명 ② 30명 ③ 33명 ④ 36명 ⑤ 39명

해설

수학을 좋아하는 학생의 집합을 A , 영어를 좋아하는 학생의 집합을 B 라 하면 $n(A) = 36$, $n(B) = 27$, $n(A \cap B) = 15$ 이므로 $n(A \cup B) = 36 + 27 - 15 = 48$
따라서 수학 또는 영어 한 과목만을 좋아하는 학생 수는 $n(A \cup B) - n(A \cap B) = 48 - 15 = 33$ (명)

24. 어떤 농부가 길이 120 m인 철망을 가지고 아래 그림과 같이 열두 개의 작은 직사각형 모양으로 이루어진 가축의 우리를 만들려고 한다. 전체 우리의 최대넓이를 구하여라.



- ① 120 m² ② 180 m² ③ 240 m²
④ 300 m² ⑤ 360 m²

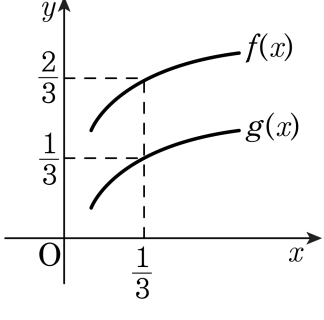
해설

전체의 가로를 x , 세로를 y 라 하면
 $4x + 5y = 120$
넓이 : xy
 $4x + 5y = 120 \geq 2\sqrt{4x \cdot 5y}$
 $60 \geq \sqrt{20xy}, 3600 \geq 20xy$
 $\therefore 180 \geq xy$
따라서 넓이의 최대값은 180

해설

$xy = x \times \frac{1}{5}(120 - 4x)$
 $= -\frac{4}{5}x^2 + 24x$
 $= -\frac{4}{5}(x^2 - 30x + 225 - 225)$
 $= -\frac{4}{5}(x - 15)^2 + 180$
 $x = 15(\text{m}), y = 12(\text{m})$ 일 때,
최대넓이는 180 m²

25. 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 다음 성질을 만족시킨다. 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 의 그래프의 일부가 각각 다음과 같을 때, $f\left(g\left(-\frac{7}{3}\right)\right)$ 의 값은?



- I. $f(x)$ 와 $g(x)$ 는 주기가 2인 주기함수이다.
 II. 임의의 실수 x 에 대하여 $f(-x) = f(x)$, $g(-x) = -g(x)$

- ① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

해설

$$\begin{aligned}
 &g(x) \text{의 주기는 } 2 \text{이므로} \\
 &g\left(-\frac{7}{3}\right) = g\left(-\frac{7}{3} + 2\right) = g\left(-\frac{1}{3}\right) = -g\left(\frac{1}{3}\right) \\
 &\qquad\qquad\qquad = -\frac{1}{3} \\
 &\therefore f\left(g\left(-\frac{7}{3}\right)\right) = f\left(-\frac{1}{3}\right) = f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

26. 함수 $f(x) = \sqrt{2x+1}$ 의 역함수를 $y = g(x)$ 라 할 때, 좌표평면 위에서 두 곡선 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프의 교점의 좌표를 구하면?

- ① $(-1, -1)$ ② $(0, 0)$ ③ $(1, 1)$
④ $(2, 2)$ ⑤ $(3, 3)$

해설

$y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 는 서로 역함수이므로
두 함수의 그래프의 교점은 $y = f(x)$ 와
직선 $y = x$ 의 교점과 일치한다.
따라서 $\sqrt{2x+3} = x$ 의 양변을 제곱하여
정리하면 $x^2 - 2x - 3 = 0$, $(x+1)(x-3) = 0$
 $\therefore x = -1, 3$
 $x \geq 0$ 이므로 $x = 3$
즉, 교점의 좌표는 $(3, 3)$ 이다.

27. 다음 중 원 $(x+1)^2 + y^2 = 1$ 에 접하고 원 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ 의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식은?

① $x + \sqrt{3}y = 1$ ② $\sqrt{3}x + y = 1$ ③ $x - \sqrt{3}y = -1$

④ $\sqrt{3}x - y = -3$ ⑤ $x + y = 2$

해설

원 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ 의 넓이를 이등분하기 위해서는 중심 $(1,0)$ 을 지나야 한다.
곧, $(1,0)$ 을 지나는 원 $(x+1)^2 + y^2 = 1$ 의 접선을 구하면 된다.
기울기를 m 이라 두면, 구하는 직선은

$$y = m(x-1), mx - y - m = 0$$

중심 $(-1,0)$ 에서 이 직선에 이르는 거리가 반지름 1과 같으면 된다.

$$\frac{|-m-m|}{\sqrt{m^2+1}} = 1$$

$$\therefore m = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

대입하여 정리하면,

$$x + \sqrt{3}y = 1 \text{ 또는 } x - \sqrt{3}y = 1$$

28. 직선 $4x - 3y - 15 = 0$ 에서 원 $x^2 + y^2 = 1$ 에 이르는 거리의 최대값을 m , 최소값을 n 이라 할 때, $m - n$ 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

원의 중심 $O(0, 0)$ 에서
직선 $4x - 3y - 15 = 0$ 에 이르는 거
리는

$$\frac{|-15|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = 3$$

따라서 직선에서 원에 이르는 거리
의 최댓값과 최솟값은

(최댓값) = $\overline{OH}$ + (반지름의 길이) = $3 + 1 = 4$
(최솟값) = $\overline{OH}$ - (반지름의 길이) = $3 - 1 = 2$
 $\therefore m - n = 4 - 2 = 2$

29. 정점 A(3, 2) 과 직선 $y = x + 1$ 위를 움직이는 동점 P, x 축 위를 움직이는 동점 Q에 대하여 $AP + PQ + QA$ 가 최소가 되는 거리는?

- ① $\sqrt{10}$ ② $2\sqrt{10}$ ③ $3\sqrt{10}$ ④ $4\sqrt{10}$ ⑤ $5\sqrt{10}$

해설

점 (x, y) 를 직선 $y = x + k$ 에 대하여
대칭이동하면 $(y - k, x + k)$
점 A의 $y = x + 1$ 에 대한 대칭점을 A' ,
점 A의 x 축에 대한 대칭점을 A'' 이라 하면
 $A'(1, 4), A''(3, -2)$
 $\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QA} =$
 $\overline{A'P} + \overline{PQ} + \overline{QA''} \geq \overline{A'A''}$ 이므로
한편, $\overline{A'A''} = \sqrt{(3-1)^2 + (-2-4)^2} = 2\sqrt{10}$
따라서, 최솟값은 $2\sqrt{10}$

30. 두 집합 P, Q 에 대하여 집합의 연산 Δ 을 $X\Delta Y = (X - Y) \cup (Y - X)$ 로 약속할 때, $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{2, 4, 8\}$, $C = \{4, a\}$ 에 대하여 다음과 같다면 a 의 값은?

$(A\Delta B)\Delta C = \{1, 4, 9\}$

- ① 6
- ② 7
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

해설

$A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{2, 4, 8\}$, $C = \{4, a\}$
 $A\Delta B = \{1\}$, $\{1\}\Delta C = \{1, 4, 9\}$ 를 만족하려면 집합 C 에는 1은 없어야 하고 9는 있어야한다.
 $\therefore a = 9$