

1. 다음 보기 중 계산 결과가 옳은 것은 모두 몇 개인가?

보기

㉠ $x \times (-2x^2)^2 = 4x^5$

㉡ $(2x)^2 \times (3x)^2 = 12x^4$

㉢ $(-6xy^3) \times \frac{2}{3}x^2y = -4x^3y^4$

㉣ $-3^2x \times 4y = -36xy$

㉤ $\frac{2}{3}x^2yz \times \frac{3}{2}xyz^2 = x^3y^2z^3$

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

㉡ $(2x)^2 \times (3x)^2 = 4x^2 \times 9x^2 = 36x^4$

2. $a \neq 0, b \neq 0$ 이고 x, y 가 자연수일 때, $a^{(x-y)}b^{(y-x)} \div b^{(x-y)}a^{(y-x)}$ 을 간단히 하여라. (단, $x > y$)

① 2

② $\frac{a}{b}$

③ $\frac{b^{2x}}{a^{2y}}$

④ $\left(\frac{a}{b}\right)^{2x-2y}$

⑤ $\left(\frac{b}{a}\right)^{2x+2y}$

해설

$$\begin{aligned} a^{(x-y)}b^{(y-x)} \div b^{(x-y)}a^{(y-x)} &= a^{2x-2y}b^{2y-2x} \\ &= \frac{a^{2x-2y}}{b^{2x-2y}} \\ &= \left(\frac{a}{b}\right)^{2x-2y} \end{aligned}$$

3. $a : b = 3 : 2$ 일 때, $\frac{3a^3b^3}{(-2a^2b)^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2}$

해설

$$(\text{준식}) = \frac{3a^3b^3}{4a^4b^2} = \frac{3b}{4a}$$

$$b = \frac{2}{3}a$$

$$\therefore (\text{준식}) = \frac{3b}{4a} = \frac{2a}{4a} = \frac{1}{2}$$

4. $\left(\frac{3}{2}ab^{\square}\right)^2 \div (3a^{\square}b^2)^3 = \frac{b^2}{12a^{10}}$ 일 때, 안에 들어갈 두 수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned}\left(\frac{3}{2}ab^{\square}\right)^2 \div (3a^{\square}b^2)^3 &= \frac{9}{4}a^2b^{2\square} \times \frac{1}{27a^{3\square}b^6} \\ &= \frac{b^2}{12a^{10}}\end{aligned}$$

이므로 안에 들어갈 수는 각각 4, 4 이다.
따라서 두 수의 합은 8 이다.

5. $2^{4n+3a} \div 4^{2n} = 512$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$2^{4n+3a} \div 4^{2n} = 512$$

$$2^{4n+3a} \div 2^{4n} = 2^9$$

$$4n + 3a - 4n = 9 \quad \therefore a = 3$$

6. 두 수 a, b 에 대하여 연산 \bullet, \odot 를 $a \bullet b = (a^2b)^2$, $a \odot b = ab^2$ 으로 정의한다. 이 때, 다음을 만족하는 A, B 에 대하여 $A^2 \div B$ 의 값을 구하여라.

$$x \bullet A = (3x^2y)^2, \quad B \odot 5y = (10xy^2)^2$$

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{9}{4x^2}$

해설

$a \bullet b = (a^2b)^2$ 임으로 $x \bullet A = (3x^2y)^2$ 는 $x \bullet A = (x^2 \times A)^2 = (x^2 \times 3y)^2$ 으로 나타낼 수 있다.

따라서 $A^2 = 9y^2$ 임을 알 수 있다.

마찬가지로 $a \odot b = ab^2$ 이므로 $B \odot 5y = (10xy^2)^2$ 는 $B \odot 5y = B \times (5y)^2 = (100x^2y^4) = 4x^2y^2 \times (5y)^2$ 이다.

따라서 $B = 4x^2y^2$ 이다.

그러므로 $A^2 \div B = 9y^2 \div (4x^2y^2) = \frac{9}{4x^2}$ 이다.

7. 다음을 만족하는 두 다항식 A , B 에 대하여 $A \div B$ 를 간단히 하여라.

$$(-2x^3y^4)^2 \times A = 16x^8y^{12}, (4x^2y^3)^2 \div B = 4x^3y^6$$

▶ 답:

▷ 정답: xy^4

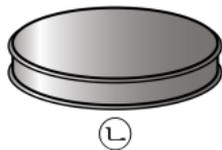
해설

$$A = \frac{16x^8y^{12}}{(-2x^3y^4)^2} = \frac{16x^8y^{12}}{4x^6y^8} = 4x^2y^4$$

$$B = \frac{16x^4y^6}{4x^3y^6} = 4x$$

$$A \div B = 4x^2y^4 \div 4x = xy^4$$

8. 다음 그림과 같이 밑면인 원의 반지름의 길이가 $2a$, 높이가 b 인 통조림 ㉠과 밑면인 원의 반지름의 길이가 $5a$ 인 통조림 ㉡의 부피가 서로 같을 때, 통조림 ㉡의 높이를 구하여라.



▶ 답:

▶ 정답: $\frac{4b}{25}$

해설

통조림은 원기둥의 부피를 구하는 공식은 (부피) = $\pi(\text{반지름})^2 \times (\text{높이})$ 이다.

$$(\text{㉠의 부피}) = \pi(2a)^2 \times b = 4a^2b\pi$$

$$(\text{㉡의 부피}) = \pi(5a)^2 \times (\text{높이}) = 25a^2\pi \times (\text{높이})$$

$$4a^2b\pi = 25a^2\pi \times (\text{높이})$$

$$(\text{높이}) = \frac{4b}{25}$$

9. $2^{10} = X$ 라 할 때, 다음 중 $\frac{1}{16^{10}}$ 과 같은 것은?

① $\frac{1}{X^4}$

② $\frac{1}{X^2}$

③ $\frac{1}{X}$

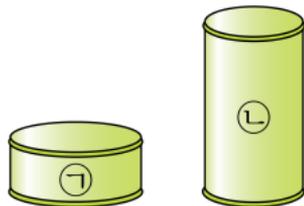
④ X^2

⑤ X^4

해설

$$\frac{1}{16^{10}} = \frac{1}{(2^4)^{10}} = \frac{1}{(2^{10})^4} = \frac{1}{X^4}$$

10. 다음 그림과 같이 밑면인 원의 반지름의 길이가 $4a$, 높이가 $3b$ 인 통조림 ㉠과 밑면인 원의 반지름의 길이가 $3a$ 인 통조림 ㉡의 부피가 서로 같을 때, 통조림 ㉡의 높이를 구하여라.



▶ 답:

▶ 정답: $\frac{16b}{3}$

해설

그림은 원기둥의 모양을 하고 있다. 원기둥의 부피는 (밑넓이)×(높이)이므로

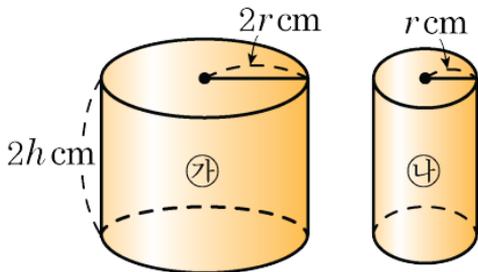
$$(\text{㉠의 부피}) = \pi(4a)^2 \times 3b = 48a^2b\pi$$

$$(\text{㉡의 부피}) = \pi(3a)^2 \times (h) = 9a^2\pi \times h$$

$$\therefore 48a^2b\pi = 9a^2\pi \times h$$

$$\therefore h = \frac{16b}{3}$$

11. 밑면의 반지름의 길이가 $2r$ cm, 높이가 $2h$ cm 인 원기둥 ㉓와 밑면의 반지름의 길이가 r cm, 높이가 $2h$ cm 인 원기둥 ㉔가 있다. ㉓의 부피는 ㉔의 부피의 몇 배인지 빈칸에 알맞은 답을 써넣어라.



㉓의 부피 : ㉔의 부피 = () : 1

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

㉓의 부피는 $(2r)^2 \times \pi \times 2h = 8\pi r^2 h$ 이다.

㉔의 부피는 $r^2 \pi \times 2h = 2\pi r^2 h$ 이다.

따라서 ㉓의 부피와 ㉔의 부피 비는 4 : 1 이다.

12. 두 수 x, y 에 대하여 연산 \star, \blacktriangle 를 $x\star y = xy, x\blacktriangle y = xy^2$ 으로 정의한다. 이 때, 다음을 만족하는 X, Y 에 대하여 $2a(X \div Y)$ 의 값은?

$$2a\star X = 6a^2b, Y\blacktriangle 3b = 54ab^4$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{a}{b}$

해설

$$2a\star X = 6a^2b \text{ 에서}$$

$$(2a)X = 6a^2b$$

$$\therefore X = \frac{6a^2b}{2a} = 3ab$$

$$Y\blacktriangle 3b = 54ab^4 \text{ 에서}$$

$$Y(3b)^2 = 9b^2Y = 54ab^4$$

$$\therefore Y = \frac{54ab^4}{9b^2} = 6ab^2$$

$$\therefore 2a(X \div Y) = 2a\left(\frac{3ab}{6ab^2}\right) = \frac{a}{b}$$

13. 두 수 x, y 에 대하여 연산 \star, \blacktriangle 를 $x\star y = x^2y, x\blacktriangle y = xy^2$ 으로 정의한다. 이 때, 다음을 만족하는 X, Y 에 대하여 $3a(X \div Y)$ 의 값을 구하여라.

$$3a\star X = 12a^2b, Y\blacktriangle 5b = 100ab^2$$

▶ 답 :

▷ 정답 : b

해설

$$3a\star X = 12a^2b \text{ 에서}$$

$$(3a)^2X = 12a^2b$$

$$\therefore X = \frac{12a^2b}{9a^2} = \frac{4}{3}b$$

$$Y\blacktriangle 5b = 100ab^2$$

$$Y(5b)^2 = 100ab^2 \text{ 에서}$$

$$\therefore Y = \frac{100ab^2}{25b^2} = 4a$$

$$\therefore 3a(X \div Y) = 3a\left(\frac{4b}{3} \times \frac{1}{4a}\right) = 3a\left(\frac{b}{3a}\right) = b$$

14. 다음 그림과 같이 물이 담긴 원기둥 모양의 그릇에 쇠공을 완전히 넣으면 물의 높이는 얼마나 높아지는가?

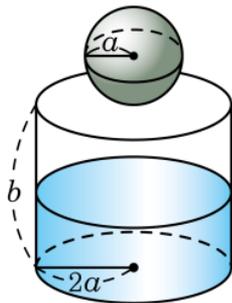
① $\frac{1}{3}a$

② $\frac{2}{3}a$

③ a

④ $\frac{4}{3}a$

⑤ $\frac{5}{3}a$



해설

원기둥 모양의 그릇에 쇠공을 완전히 넣으면 물의 높이는

$h = \frac{(\text{쇠공의 부피})}{(\text{원기둥의 밑면의 넓이})}$ 만큼 높아진다.

원기둥의 채워져 있는 물의 높이를 h 라고 한다면 원기둥의 물의 부피는 $\pi(2a)^2 \cdot h$ 이다.

(쇠공의 부피) = $\frac{4}{3}\pi a^3$ 이므로

$$h = \frac{\frac{4a^3\pi}{3}}{\frac{4a^2\pi}{1}} = \frac{4a^3\pi}{12a^2\pi} = \frac{1}{3}a \text{ 만큼 높아진다.}$$