1. 다음 중 가장 큰 수는?

① $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$ ② $\dfrac{2\sqrt{2}+\sqrt{3}}{3}$ ③ $\dfrac{3\sqrt{2}+\sqrt{3}}{4}$
④ $\dfrac{4\sqrt{2}+\sqrt{3}}{5}$ ⑤ $\dfrac{5\sqrt{2}+\sqrt{3}}{6}$

해설

내분점의 성질을 이용하면 $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$ 이 가장 크다.

2. 두 직선 $2x-y-3=0$, $x+y-3=0$ 의 교점을 지나고 $(0,0)$ 을 지나는 직선의 방정식을 $ax+by=0$ 이라 할 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$(2x-y-3)+k(x+y-3)=0$ 으로 나타낼 수 있다.
이 때, $(0,\ 0)$ 을 지나므로
$(-3)+k(-3)=0 \quad \therefore\ k=-1$
$(2x-y-3)+(-1)(x+y-3)=0$ 을 정리하면
$\therefore\ x-2y=0$
$a=1,\ b=-2 \quad \therefore\ a-b=1-(-2)=3$

3. 다음 방정식으로 표시되는 그래프는 m 의 값에 관계없이 항상 일정한 점을 지난다.
그 점의 좌표가 (a, b) 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, $a<0, b<0$)

$$(x^2+y^2+2x+3y-1)m+(x^2+y^2+2x+2y-3)=0$$

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

m 의 값에 관계없이 다음 두 원의 교점을 지난다.
$x^2+y^2+2x+3y-1=0$,
$x^2+y^2+2x+2y-3=0$
연립하여 풀면 $(x, y)=(-3,-2),(1,-2)$
그러므로 $(a, b)=(-3,-2)$

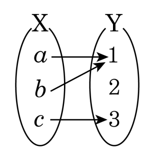
4. 평행이동 $(x,\ y) \to (x+2,\ y-1)$에 의하여 점 $(-4,\ 8)$은 점 $(a,\ b)$로 옮겨진다. 이때 $a+b$의 값은?

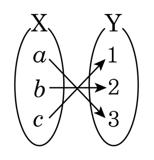
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

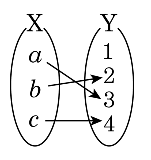
해설

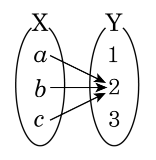
$(x,\ y) \to (x+2,\ y-1)$이므로
$(-4,\ 8) \to (-4+2,\ 8-1) = (-2,\ 7)$
$\therefore\ a+b=5$

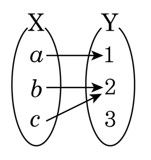
5. 다음 함수 중에서 역함수가 존재하는 것을 고르면?

①


②


③


④


⑤


해설

주어진 함수 중 일대일대응인 것은 ② 번이다.

6. $x^2 \neq 4$인 모든 실수 x에 대하여 $\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$ 을 만족시키는 상수 a와 b가 있다. 이때, $a+b$의 값은?

① -6　　② -3　　③ -1　　④ 2　　⑤ 4

해설

$\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$ 의 우변을 통분하여 계산하면

$$\frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2} = \frac{a(x-2)}{x^2-4} - \frac{b(x+2)}{x^2-4}$$
$$= \frac{(a-b)x - 2(a+b)}{x^2-4}$$

따라서 $a-b=1,\ -2(a+b)=6$이므로 연립하여 풀면

$a=-1,\ b=-2$

$\therefore\ a+b=-3$

7. 분수함수 $y=\dfrac{2x-3}{x+2}$ 의 역함수를 구하면?

① $y=\dfrac{2x+3}{x-2}$ ② $y=\dfrac{2x-3}{x-2}$ ③ $y=\dfrac{-2x+3}{x-2}$
④ $y=\dfrac{-2x-3}{x-2}$ ⑤ $y=\dfrac{2x-3}{x+2}$

해설

$y=\dfrac{2x-3}{x+2}$ 에서 x를 y에 대한 식으로 나타내면

$y(x+2)=2x-3,\ (y-2)x=-2y-3,$

$x=\dfrac{-2y-3}{y-2}$

x와 y를 바꾸면, $y=\dfrac{-2x-3}{x-2}$

따라서 구하는 역함수는 $y=\dfrac{-2x-3}{x-2}$

8. 한 개의 주사위를 던질 때, 짝수의 눈이 나오거나 소수의 눈이 나오는 경우의 수를 구하시오.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 5 가지

해설

짝수의 눈 : 2, 4, 6 (3 가지)
소수의 눈 : 2, 3, 5 (3 가지)
짝수이면서 소수인 눈 : 2 (1 가지)
따라서 짝수 또는 소수의 눈이 나오는 경우의 수는
$3 + 3 - 1 = 5$ 이다.
$\therefore$ 5 가지

9. 216 과 360 의 공약수의 개수는 모두 몇 개인가?

① 8 개 ② 9 개 ③ 12 개 ④ 15 개 ⑤ 16 개

해설

두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로
$216 = 2^3 \times 3^3$,
$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$ 에서 G.C.D.는 $2^3 \times 3^2$
따라서 공약수의 개수는 $(3+1)(2+1) = 12$

10. 'busan' 의 모든 문자를 써서 만든 순열 중 양끝이 모두 모음인 것의 개수를 구하여라.

▶ 답: ____ 개

▷ 정답: 12 개

해설

자음 3개를 배열하고, 양 끝에 모음 u, a를 배치하면 된다.
$3! \times 2! = 12$

11. 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑, 남색, 보라의 7가지 색 중에서 4가지를 뽑아 그림을 색칠하려고 한다. 빨강을 포함하여 뽑는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 20 가지

해설

${}_6C_3 = 20$

12. 수직선 위의 5 개의 정점 A(-1), B(0), C(1), D(3), E(5)와 동점 P(x)에 대하여 점 P 에서 5 개의 정점 A, B, C, D, E까지의 거리의 합을 $f(x)$라 할 때, $f(x)$의 최솟값은?

① 8　② 9　③ 10　④ 11　⑤ 12

해설

수직선 위에 임의의 동점 P(x)를 잡으면
점 P에서 정점 A, B, C, D, E 까지의 거리 $f(x)$는
$f(x) = |x+1| + |x| + |x-1| + |x-3| + |x-5|$

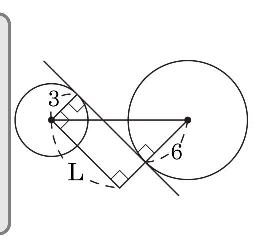
(i) $x < -1$, $f(x) = -x-1-x-x+1-x+3-x+5 = -5x+8$
(ii) $-1 \le x < 0$, $f(x) = x+1-x-x+1-x+3-x+5 = -3x+10$
(iii) $0 \le x < 1$, $f(x) = x+1+x-x+1-x+3-x+5 = -x+10$
(iv) $1 \le x < 3$, $f(x) = x+1+x+x-1-x+3-x+5 = x+8$
(v) $3 \le x < 5$, $f(x) = x+1+x+x-1+x-3-x+5 = 3x+2$
(vi) $5 \le x$, $f(x) = x+1+x+x-1+x-3+x-5 = 5x-8$
이므로
(i)~(vi)의 그래프에서 $x = 1$ 인 경우 $f(x)$는 최솟값을 갖는다.
$\therefore\ f(1) = |1+1| + |1| + |1-1| + |1-3| + |1-5| = 9$

13. 두 원 $x^2 + y^2 = 36$, $(x-12)^2 + y^2 = 9$ 의 공통내접선의 길이는?

① $2\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{6}$ ③ $2\sqrt{7}$ ④ $3\sqrt{6}$ ⑤ $3\sqrt{7}$

해설

두 원의 중심 사이의 거리는 12
내접선의 길이를 L 이라 하면,
$L^2 = 12^2 - 9^2$
$\therefore \quad L = 3\sqrt{7}$



14. 원 $x^2+y^2+2x+6y+1=0$ 이 평행이동 $(x,\ y) \to (x+m,\ y+n)$ 에 의하여 원 $x^2+y^2-2x-4y+r=0$ 으로 옮겨질 때, $m+n+r$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

원 $x^2+y^2+2x+6y+1=0$ 에서
$(x+1)^2+(y+3)^2=9$ 이므로
이 원의 중심은 $(-1,-3)$ 이고 반지름의 길이는 3 이다.
한편, 원 $x^2+y^2-2x-4y+r=0$ 에서
$(x-1)^2+(y-2)^2=5-r$ 이므로
이 원의 중심은 $(1,2)$ 이고
반지름의 길이는 $\sqrt{5-r}$ 이다.
이때, 주어진 평행이동
$(x,y) \to (x+m,y+n)$ 에 의하여
처음 원의 중심 $(-1,-3)$ 은
옮겨진 원의 중심 $(1,2)$ 로 옮겨지므로
$(-1+m,-3+n)=(1,2)$
따라서, $-1+m=1$ 에서 $m=2$
$-3+n=2$ 에서 $n=5$
또한, 평행이동에 의하여 옮겨진 원의 크기는
변하지 않으므로 옮기기 전과 옮긴 후의
원의 반지름의 길이가 같다.
따라서, $\sqrt{5-r}=3$ 에서 $5-r=9$
$\therefore r=-4$
$\therefore m+n+r=2+5-4=3$

15. 변환 $f : (x, y) \to (x - y + 1, cx + 2y)$ 에 의하여 세 점 $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(-1, 2)$ 가 한 직선 위로 옮겨질 때, c 의 값을 구하여라.

① -2 ② 2 ③ 4 ④ -4 ⑤ 6

해설

옮겨진 점은 $(1,0)$, $(2,c)$, $(-2,-c+4)$
동일한 직선 위에 있기 위해선 기울기가 같아야 하므로
$\frac{c-0}{2-1} = \frac{-c+4-0}{-2-1}$ $\therefore\ c = -2$

16. 점 $(a-4, a-2)$ 를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 다음, $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점과 원점 사이의 거리가 2일 때, 처음 점의 좌표를 (p, q) 라 한다. p^2+q^2 의 값을 구하여라. (단, $a \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$(a-4, a-2) \to (a, a-2)$
(x 축으로 4만큼 평행이동)
$(a, a-2) \to (a-2, a)$
($y=x$ 에 대칭이동)
$(a-2, a)$ 와 원점 사이의 거리는
$\sqrt{(a-2)^2+a^2}=2$
$2a^2-4a+4=4,$
$\therefore a=2 \ \ (\because a \neq 0)$
처음 점의 좌표 $(a-4, a-2)$ 에 $a=2$ 를 대입하면
구하는 점의 좌표 $(p,\ q)=(-2,\ 0)$
$\therefore p^2+q^2=4$

17. 점 A(3, 4) 를 직선 $x-y+2=0$ 에 대하여 대칭이동한 점을 A$'$ 라 할 때, A$'$ 의 좌표는?

① $(-3,\ 5)$　　② $(-3,\ 8)$　　③ $(3,\ 2)$

④ $(2,\ 5)$　　⑤ $(5,\ 2)$

해설

A$'$ 를 $(a,\ b)$ 라 하자

i) A$'$ 과 (3, 4) 의 중점은 $x-y+2=0$ 을 지난다.

$\therefore\ \frac{a+3}{2}-\frac{b+4}{2}+2=0$

ii) A$'$ 과 (3, 4) 를 잇는 직선과 직선 $x-y+2=0$ 은 수직으로 만난다.

$\therefore\ \frac{4-b}{3-a}=-1$

i) 과 ii) 를 연립하여 a, b 를 구하면,

$a=2,\ b=5$

18. 다음 보기 중 $X = \{-1,\ 1,\ 2\}$에서 $Y = \{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$로의 함수가 될 수 있는 것은 몇 개인가?

<보기>

㉠ $f : x \rightarrow |x|^2$	㉡ $g : x \rightarrow x+2$
㉢ $h : x \rightarrow |x|+1$	㉣ $i : x \rightarrow x^2-1$
㉤ $j : x \rightarrow |x|+3$	

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

㉠ $f(-1) = |-1|^2 = 1 \in Y$
$f(1) = |1|^2 = 1 \in Y$
$f(2) = |2|^2 = 4 \in Y$
㉡ $g(-1) = -1+2 = 1 \in Y$
$g(1) = 1+2 = 3 \in Y$
$g(2) = 2+2 = 4 \in Y$
㉢ $h(-1) = |-1|+1 = 2 \in Y$
$h(1) = |1|+1 = 2 \in Y$
$h(2) = |2|+1 = 3 \in Y$
㉣ $i(-1) = i(1) = 0 \notin Y$
㉤ $j(2) = 5 \notin Y$
그러므로 ㉣, ㉤은 함수가 될 수 없고 ㉠, ㉡, ㉢ 3개 만 함수가 될 수 있다.

19. 분수식 $2-\cfrac{1}{2-\cfrac{1}{2-\cfrac{1}{2-\cdots}}}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

해설

(준식)$=a$라 하면

$2-\frac{1}{a}=a \rightarrow a^2-2a+1=0 \rightarrow (a-1)^2=0$

$\therefore\ a=1$

20. $x=2+\sqrt{3},\ y=2-\sqrt{3}$일 때, $\sqrt{x}+\sqrt{y}$의 값으로 옳은 것은?

① $\sqrt{2}$　② 2　③ $\sqrt{6}$　④ $2\sqrt{2}$　⑤ $2\sqrt{3}$

해설

$$(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2 = x+y+2\sqrt{xy}(x>0, y>0)$$
$$= 4+2=6$$
$$\therefore \sqrt{x}+\sqrt{y} = \sqrt{6}(\because \sqrt{x}+\sqrt{y}>0)$$

해설

$$\sqrt{2+\sqrt{3}}+\sqrt{2-\sqrt{3}}$$
$$= \sqrt{\frac{4+2\sqrt{3}}{2}}+\sqrt{\frac{4-2\sqrt{3}}{2}}$$
$$= \frac{\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2}}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}}{\sqrt{2}}$$
$$= \frac{(\sqrt{3}+1)+(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{2}}$$
$$= \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \sqrt{6}$$

21. 어떤 등산모임에서는 다음과 같이 강원도, 충청도, 전라도 세 지역의 6개의 산을 6주에 걸쳐 주말마다 하나씩 등산할 계획을 세우고 있다.

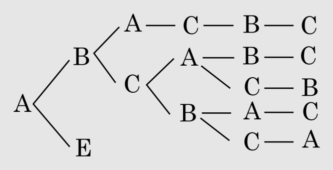
지역	산
강원도	설악산, 오대산
충청도	계룡산, 소백산
전라도	내장산, 지리산

같은 지역의 산끼리 연속적으로 등산하지 않도록 계획을 세우는 방법은 모두 몇 가지인가?

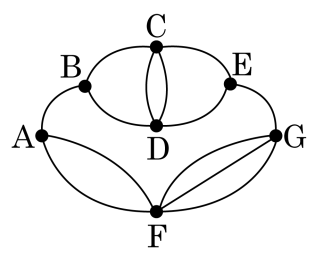
① 36　② 48　③ 60　④ 120　⑤ 240

해설

세 지역 강원도, 충청도, 전라도를 각각 A, B, C 라 하면 1주차에 A 지역 산을 등산하고, 2주차에 B 지역 산을 등산하는 경우는 다음 수형도와 같이 5가지가 있고, 같은 지역의 산끼리 위치를 바꾸는 방법은 $2\times2\times2=8$ (가지)
한편, 1주차에 A 지역, 2주차에 C 지역의 산을 등산하는 경우도 같으므로 1주차에 A 지역의 산을 등산하는 방법의 수는
$5\times8\times2=80$ (가지)
또한, 1주차에 B, C 지역의 산을 등산하는 경우의 수도 같다.
따라서 구하는 방법의 수는
$80\times3=240$ (가지)



22. A, B, C, D, E, F, G 의 일곱 도시 사이에 다음 그림과 같은 도로망이 있다. 같은 지점은 많아야 한 번 밖에 지날 수 없고 지나지 않는 도시가 있어도 될 때, A 에서 G 로 가는 경우의 수는?



① 6　　② 8　　③ 9　　④ 12　　⑤ 14

해설

(i) A 에서 B, E 를 경유해서 G 로 가는 방법은
$A \to B \to C \to E \to G$ 의 1 가지
$A \to B \to D \to E \to G$ 의 1 가지
$A \to B \to C \to D \to E \to G$ 의 2 가지
$A \to B \to D \to C \to E \to G$ 의 2 가지
$\therefore$ 6 (가지)
(ii) A 에서 F 를 경유해서 G 로 가는 방법
$2 \times 3 = 6$ (가지)
(i), (ii)가 동시에 발생할 수 없으므로
$6 + 6 = 12$ (가지)

23. 다음은 ${}_{10}P_5 = (\boxed{\text{가}}) + (\boxed{\text{(나}})$ 임을 보인 것이다.

> 10개의 숫자 1, 2, 3, $\cdots$, 9,10중에서 서로 다른 5개의 숫자를 뽑아서 만들 수 있는 다섯 자리의 자연수의 개수는 ${}_{10}P_5$ 이다.
> 이 때, 다섯 자리의 자연수 중에서 숫자 2가 들어있는 것의 개수는 $(\boxed{\text{가}})$, 숫자 2가 들어 있지 않은 것의 개수는 $(\boxed{\text{나}})$ 이다.
> 따라서 다음 등식이 성립한다.
> ${}_{10}P_5 = (\boxed{\text{가}}) + (\boxed{\text{나}})$

위의 과정에서 (가), (나) 에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

① ${}_9P_4, 5{}_9P_5$　② $5{}_9P_4,\ {}_9P_5$　③ ${}_9P_4,\ {}_8P_5$
④ ${}_8P_4,\ 4{}_9P_5$　⑤ $4{}_9P_4,\ {}_9P_5$

해설

다섯 자리의 자연수 중 2가 들어 있는 것의 개수는 2를 제외한 9개의 숫자중에서
4개를 택하여 나열한 후 2를 추가하면 되므로 ${}_9P_4 \times 5 = 5{}_9P_4$
2가 들어 있지 않은 것의 개수는 2를 제외한 9개의 숫자에서 5개를 택하는 순열의 수와 같으므로 ${}_9P_5$ 이다.
따라서 ${}_{10}P_5 = 5{}_9P_4 +{}_9 P_5$

24. 테마 여행을 간 학생 7 명이 호텔에서 1001 호실, 1002 호실, 1003 호실의 방 3 개를 이용하게 되었다. 3 명, 2 명, 2 명으로 나누어서 방을 이용하는 방법의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 630 가지

해설

7 명의 학생을 3 명 2 명, 2 명의 3 개조로 나누는 방법의 수는

$${}_7C_3 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} = \frac{7\cdot 6\cdot 5}{3\cdot 2\cdot 1} \times \frac{4\cdot 3}{2\cdot 1} \times \frac{2\cdot 1}{2\cdot 1} \times \frac{1}{2}$$

$$= 35 \times 6 \times 1 \times \frac{1}{2} = 105 \quad \cdots\cdots ㉠$$

㉠의 방법의 수에 대하여 각각 1001 호실, 1002 호실, 1003 호실의 방 3 개를 이용하는 방법의 수는 $105 \times 3! = 105 \times 6 = 630$

25. 세 도시 A, B, C 가 삼각형의 꼭짓점을 이루며 위치해 있다. 송전소를 세우려고 하는 데 이 송전소에서 각 도시까지 송전하는데 드는 비용은 송전소에서 그 도시까지의 거리의 제곱의 합에 비례한다고 한다. 이때 송전 비용을 최소로 하는 송전소의 위치는?

① 외심　　② 내심　　③ 수심

④ 무게중심　　⑤ 방심

해설

$A(x_1,\ y_1),\quad B(x_2,\ y_2),\quad C(x_3,\ y_3)$

송전소의 위치를 $D(\ x,\ y)$, 비용을 P 라고 하면

$$P = k\{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2+(x-x_2)^2+(y-y_2)^2 + (x-x_3)^2+(y-y_3)^2\}$$

$$= k\left\{3\left(x-\frac{x_1+x_2+x_3}{3}\right)^2 + 3\left(y-\frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)^2\right\} - \frac{(x_1+x_2+x_3)^2}{3} - \frac{(y_1+y_2+y_3)^2}{3} + k(x_1^2+x_2^2+x_3^2+y_1^2+y_2^2+y_3^2)$$ 에서

$x=\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\ y=\frac{y_1+y_2+y_3}{3}$ 일 때

즉 $\triangle ABC$ 의 무게중심에 위치할 때 비용이 최소이다.

26. 두 원 $(x-a)^2+(y-2)^2=9$, $(x-1)^2+(y+a)^2=1$이 직교할 때 a의 값의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

두 원의 중심이 각각 $(a,\ 2)$, $(1,\ -a)$이므로
두 원의 중심 사이의 거리는 $\sqrt{(a-1)^2+(2+a)^2}$이다.
두 원의 반지름은 각각 $3,\ 1$이므로
직교하기 위한 조건은
$(a-1)^2+(2+a)^2=3^2+1^2$
$\therefore\ 2a^2+2a-5=0$
근과 계수와의 관계로부터 두 근의 합은 -1

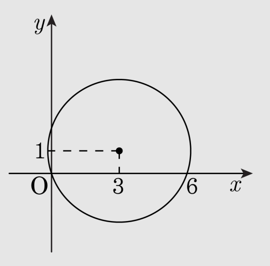
27. 원 $x^2 + y^2 - 2x - 6y = 0$ 을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 도형에 의하여 x 축이 잘렸을 때, 잘린 선분의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

원 $x^2 + y^2 - 2x - 6y = 0$ 을 표준형으로 고치면,
$(x-1)^2 + (y-3)^2 = 10$,
이 원을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동하면,
$(x-3)^2 + (y-1)^2 = 10$ ⋯ ㉠



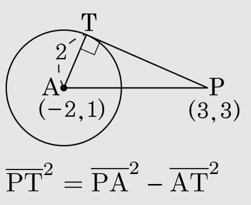
㉠의 그래프는 다음 그림과 같으므로
$y = 0$ 일 때의 x 의 값을 구하면
$(x-3)^2 + (0-1)^2 = 10$ 에서
$x^2 - 6x = 0$, $x(x-6) = 0$
$\therefore$ $x = 0$ 또는 $x = 6$
따라서 잘린 선분의 길이는 6 이다.

28. 점 (3, 3) 에서 원 $x^2+y^2+4x-2y+1=0$ 에 그은 접선의 길이는?

① 5 ② $\sqrt{26}$ ③ 6 ④ $\sqrt{37}$ ⑤ 7

해설

준식에서 $(x+2)^2+(y-1)^2=2^2$ 이므로
중심이 $(-2,\ 1)$ 반지름의 길이가 2 인 원이다.



$\overline{PT}^2=\overline{PA}^2-\overline{AT}^2$
$=(3+2)^2+(3-1)^2-2^2$
$=25$

$\therefore\ \overline{PT}=5$

29. x, y가 실수이고 A, B, C를 집합이라 할 때 조건 p 가 조건 q이기 위한 필요충분조건은?

① $p : x+y \geq 2$, $q : x \geq 1$ 또는 $y \geq 1$

② $p : |x|+|y| = 0$, $q : 3\sqrt{x}+3\sqrt{y} = 0$

③ $p : xy+1 > x+y > 2$, $q : x > 1$ 이고 $y > 1$

④ $p : A \subset B \subset C$, $q : A \subset B$ 또는 $A \subset C$

⑤ $p : x+y$ 가 유리수이다. $q : x$, y 모두 유리수이다.

해설

① $x+y \geq 2$ $x \geq 1$ 또는 $y \geq 1$ (충분조건) (반례 : $x = 3$, $y = -3$)

② $|x|+|y| = 0 \Rightarrow {}^3\sqrt{x}+{}^3\sqrt{y} = 0$

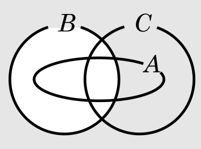
여기서 $|x|+|y| = 0$ 은 $x = 0$, $y = 0$ 과 같으므로

$x = 0$, $y = 0 \rightarrow {}^3\sqrt{x}+{}^3\sqrt{y} = 0$ (충분조건)

(반례 : $x = 8$, $y = -8$)

③ $xy+1 > x+y > 2 \Leftrightarrow x > 1$ 이고 $y > 1$

④ $A \subset B \cup C \leftarrow A \subset B$ 또는 $A \subset C$ (충분조건)



⑤ $x+y$ 가 유리수이다. $\leftarrow x$, y 모두 유리수이다.

(필요조건) (반례 : $x = 1+\sqrt{2}$, $y = 1-\sqrt{2}$)

30. 두 함수 $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = -4x + 5$ 에 대하여 $f \circ h = g$ 가 성립할 때, 함수 $h(x)$ 에 대하여 $h(-5)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$f \circ h = g$ 의 양변의 왼쪽에 f^{-1} 를 합성하면 $f^{-1} \circ (f \circ h) = f^{-1} \circ g$
$f^{-1} \circ (f \circ h) = \left(f^{-1} \circ f\right) \circ h = I \circ h = h$ (단, I 는 항등함수)
$\therefore h = f^{-1} \circ g$
한 편, $f(x) = 2x - 1$ 에서 $y = 2x - 1$ 로 놓고, x 에 대하여 풀면
$x = \frac{1}{2}(y + 1)$
x 와 y 를 바꾸어 쓰면 $y = \frac{1}{2}(x + 1)$
$\therefore f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(x + 1)$
$h(x) = \left(f^{-1} \circ g\right)(x) = f^{-1}(g(x)) = f^{-1}(-4x + 5) = \frac{1}{2}(-4x + 5 + 1) = -2x + 3$
$\therefore h(-5) = -2 \cdot (-5) + 3 = 13$

31. $\sqrt{11-6\sqrt{2}}$의 소수 부분 x에 대하여 $y=x+\frac{1}{x}$일 때, $\sqrt{x(y-2)}$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}-1$

해설

$\sqrt{11-6\sqrt{2}} = \sqrt{11-2\sqrt{18}}$

$= \sqrt{(\sqrt{9}-\sqrt{2})^2}$

$= 3-\sqrt{2}3-\sqrt{2}$

$= 1.\cdots \Rightarrow$ 소수부분 x : $2-\sqrt{2}$

$y = x+\frac{1}{x} = 2-\sqrt{2}+\frac{1}{2-\sqrt{2}}$

$= 2-\sqrt{2}+\frac{2+\sqrt{2}}{2}$

$= 3-\frac{\sqrt{2}}{2}$

$y-2 = 1-\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2-\sqrt{2}}{2}$

$\sqrt{x(y-2)} = \sqrt{(2-\sqrt{2})\left(\frac{2-\sqrt{2}}{2}\right)}$

$= \sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}$

$= \sqrt{2}-1$

32. n 이 100보다 작은 자연수일 때, 다음 명제가 거짓임을 보여주는 반례를 모두 구할 때, 그 개수는?

n^2 이 12의 배수이면 n 은 12의 배수이다.

① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

가정을 만족시키면서 결론을 만족시키지 않는 경우가 반례가 된다.
n^2 이 12의 배수가 되지만 n 은 12의 배수가 되지 않아야 하므로 $n = 2 \times 3 \times$ (홀수) 의 형태가 되어야 한다. 이에 따라 구해보면 $n = 2 \times 3 \times 1,\ 2 \times 3 \times 3,\ \cdots, 2 \times 3 \times 15$
$\therefore n = 6, 18, 30, 42, 54, 66, 78, 90$ (8 개)

33. 함수 $f(x)=2x+1$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, 함수 $f(3x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 를 이용하여 나타낸 것은?

① $\frac{1}{2}g(x)-\frac{1}{2}$　② $\frac{1}{6}g(x)-\frac{1}{6}$　③ $2g(x)-1$
④ $\frac{1}{3}g(x)$　⑤ $\frac{1}{2}g(x)$

해설

$f(x)=2x+1$ 에서 $y=2x+1$ 이라 놓고

x 에 대하여 정리하면 $x=\frac{y-1}{2}$

x 와 y 를 바꾸어 쓰면 $y=\frac{x-1}{2}$

$\therefore\ f^{-1}(x)=g(x)=\frac{x-1}{2}$

$f(3x)=6x+1$ 에서 $y=6x+1$ 이라 놓고

x 에 대하여정리하면 $x=\frac{y-1}{6}$

x 와 y 를 바꾸어 쓰면 $y=\frac{x-1}{6}$

$\therefore\ f^{-1}(3x)=g(3x)=\frac{x-1}{6}$

$\therefore\ g(3x)=\frac{1}{3}\times\frac{x-1}{2}=\frac{1}{3}\cdot g(x)$

34. 농도가 다른 두 종류의 소금물 A, B가 있다. 30 g의 소금물 A와 20 g의 소금물 B를 섞으면 6 %의 소금물이 되고, 20 g의 소금물 A와 30 g의 소금물 B를 섞으면 8 %의 소금물이 된다고 한다. 이때, 이 두 종류의 소금물 A, B를 같은 양으로 섞으면 몇 %의 소금물이 되겠는가?

① 6.5 %　② 7 %　③ 7.5 %　④ 8 %　⑤ 8.5 %

해설

소금물 A, B의 농도를 각각 x%, y%라 하면

$\frac{x}{100}\cdot 30+\frac{y}{100}\cdot 20=\frac{6}{100}\cdot 50\cdots$ ㉠

$\frac{x}{100}\cdot 20+\frac{y}{100}\cdot 30=\frac{8}{100}\cdot 50\cdots$ ㉡

㉠ + ㉡을 하여 정리하면

$x+y=14$

한편, 두 종류의 소금물 A, B를 똑같이 a g씩 섞는다면, 구하는 농도는

$$\frac{\frac{x}{100}\times a+\frac{y}{100}\times a}{2a}\times 100$$

$$=\frac{a\times\frac{x+y}{100}}{2a}\times 100$$

$$=\frac{x+y}{2}=\frac{14}{2}=7(\%)$$

35. $x^2+6x+4=0$의 두 근이 a, b일 때, $\dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}+\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$의 값은?

① -3 ② $-\dfrac{3}{2}$ ③ -1 ④ $\dfrac{3}{2}$ ⑤ 3

해설

$x^2+6x+4=0$

$a+b=-6,\ ab=4 \Rightarrow a<0,\ b<0$

$\dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}+\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\dfrac{(\sqrt{b})^2+(\sqrt{a})^2}{\sqrt{a}\sqrt{b}}=\dfrac{b+a}{-\sqrt{ab}}$

$\therefore\ \dfrac{-6}{-2}=3$