

1. 다음 중 가장 큰 수는?

① $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$

② $\frac{2\sqrt{2} + \sqrt{3}}{3}$

③ $\frac{3\sqrt{2} + \sqrt{3}}{4}$

④ $\frac{4\sqrt{2} + \sqrt{3}}{5}$

⑤ $\frac{5\sqrt{2} + \sqrt{3}}{6}$

해설

내분점의 성질을 이용하면 $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$ 이 가장 크다.

2. 두 직선 $2x - y - 3 = 0$, $x + y - 3 = 0$ 의 교점을 지나고 $(0, 0)$ 을 지나는 직선의 방정식을 $ax + by = 0$ 이라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$(2x - y - 3) + k(x + y - 3) = 0$ 으로 나타낼 수 있다.

이 때, $(0, 0)$ 을 지나므로

$$(-3) + k(-3) = 0 \quad \therefore k = -1$$

$(2x - y - 3) + (-1)(x + y - 3) = 0$ 을 정리하면

$$\therefore x - 2y = 0$$

$$a = 1, b = -2 \quad \therefore a - b = 1 - (-2) = 3$$

3. 다음 방정식으로 표시되는 그래프는 m 의 값에 관계없이 항상 일정한 점을 지난다.

그 점의 좌표가 (a, b) 일 때, $a + b$ 의 값은? (단, $a < 0, b < 0$)

$$(x^2 + y^2 + 2x + 3y - 1)m + (x^2 + y^2 + 2x + 2y - 3) = 0$$

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

m 의 값에 관계없이 다음 두 원의 교점을 지난다.

$$x^2 + y^2 + 2x + 3y - 1 = 0,$$

$$x^2 + y^2 + 2x + 2y - 3 = 0$$

연립하여 풀면 $(x, y) = (-3, -2), (1, -2)$

그러므로 $(a, b) = (-3, -2)$

4. 평행이동 $(x, y) \rightarrow (x + 2, y - 1)$ 에 의하여 점 $(-4, 8)$ 은 점 (a, b) 로 옮겨진다. 이때 $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

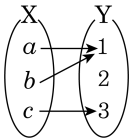
$(x, y) \rightarrow (x + 2, y - 1)$ 이므로

$(-4, 8) \rightarrow (-4 + 2, 8 - 1) = (-2, 7)$

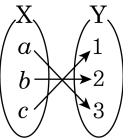
$\therefore a + b = 5$

5. 다음 함수 중에서 역함수가 존재하는 것을 고르면?

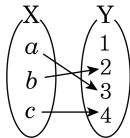
①



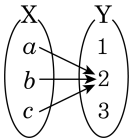
②



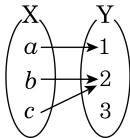
③



④



⑤



해설

주어진 함수 중 일대일대응인 것은 ②번이다.

6. $x^2 \neq 4$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$ 을 만족시키는 상수 a 와 b 가 있다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① -6

② -3

③ -1

④ 2

⑤ 4

해설

$$\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2} \text{의 우변을 통분하여 계산하면}$$

$$\begin{aligned}\frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2} &= \frac{a(x-2)}{x^2-4} - \frac{b(x+2)}{x^2-4} \\ &= \frac{(a-b)x - 2(a+b)}{x^2-4}\end{aligned}$$

따라서 $a-b=1$, $-2(a+b)=6$ 이므로 연립하여 풀면

$$a = -1, b = -2$$

$$\therefore a+b = -3$$

7. 분수함수 $y = \frac{2x-3}{x+2}$ 의 역함수를 구하면?

① $y = \frac{2x+3}{x-2}$

② $y = \frac{2x-3}{x-2}$

③ $y = \frac{-2x+3}{x-2}$

④ $y = \frac{-2x-3}{x-2}$

⑤ $y = \frac{2x-3}{x+2}$

해설

$y = \frac{2x-3}{x+2}$ 에서 x 를 y 에 대한 식으로 나타내면

$$y(x+2) = 2x-3, (y-2)x = -2y-3,$$

$$x = \frac{-2y-3}{y-2}$$

x 와 y 를 바꾸면, $y = \frac{-2x-3}{x-2}$

따라서 구하는 역함수는 $y = \frac{-2x-3}{x-2}$

8. 한 개의 주사위를 던질 때, 짝수의 눈이 나오거나 소수의 눈이 나오는 경우의 수를 구하시오.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 5 가지

해설

짝수의 눈 : 2, 4, 6 (3 가지)

소수의 눈 : 2, 3, 5 (3 가지)

짝수이면서 소수인 눈 : 2 (1 가지)

따라서 짝수 또는 소수의 눈이 나오는 경우의 수는

$$3 + 3 - 1 = 5 \text{ 이다.}$$

∴ 5 가지

9. 216 과 360 의 공약수의 개수는 모두 몇 개인가?

① 8 개

② 9 개

③ 12 개

④ 15 개

⑤ 16 개

해설

두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로

$$216 = 2^3 \times 3^3,$$

$$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \text{ 에서 G.C.D. 는 } 2^3 \times 3^2$$

$$\text{따라서 공약수의 개수는 } (3 + 1)(2 + 1) = 12$$

10. 'busan'의 모든 문자를 써서 만든 순열 중 양끝이 모두 모음인 것의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

자음 3개를 배열하고, 양 끝에 모음 u, a를 배치하면 된다.

$$3! \times 2! = 12$$

11. 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑, 남색, 보라의 7가지 색 중에서 4가지를 뽑아 그림을 색칠하려고 한다. 빨강을 포함하여 뽑는 경우의 수를 구하여라.



답 :

가지



정답 : 20가지

해설

$${}_6C_3 = 20$$

12. 수직선 위의 5개의 정점 A(-1), B(0), C(1), D(3), E(5)와 동점 P(x)에 대하여 점 P에서 5개의 정점 A, B, C, D, E까지의 거리의 합을 $f(x)$ 라 할 때, $f(x)$ 의 최솟값은?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

수직선 위에 임의의 동점 P(x)를 잡으면

점 P에서 정점 A, B, C, D, E까지의 거리 $f(x)$ 는

$$f(x) = |x + 1| + |x| + |x - 1| + |x - 3| + |x - 5|$$

$$(i) \quad x < -1, f(x) = -x - 1 - x - x + 1 - x + 3 - x + 5 = -5x + 8$$

$$(ii) \quad -1 \leq x < 0, f(x) = x + 1 - x - x + 1 - x + 3 - x + 5 = -3x + 10$$

$$(iii) \quad 0 \leq x < 1, f(x) = x + 1 + x - x + 1 - x + 3 - x + 5 = -x + 10$$

$$(iv) \quad 1 \leq x < 3, f(x) = x + 1 + x + x - 1 - x + 3 - x + 5 = x + 8$$

$$(v) \quad 3 \leq x < 5, f(x) = x + 1 + x + x - 1 + x - 3 - x + 5 = 3x + 2$$

$$(vi) \quad 5 \leq x, f(x) = x + 1 + x + x - 1 + x - 3 + x - 5 = 5x - 8$$

이므로

(i)~(vi)의 그래프에서 $x = 1$ 인 경우 $f(x)$ 는 최솟값을 갖는다.

$$\therefore f(1) = |1 + 1| + |1| + |1 - 1| + |1 - 3| + |1 - 5| = 9$$

13. 두 원 $x^2 + y^2 = 36$, $(x - 12)^2 + y^2 = 9$ 의 공통내접선의 길이는?

① $2\sqrt{5}$

② $2\sqrt{6}$

③ $2\sqrt{7}$

④ $3\sqrt{6}$

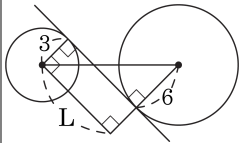
⑤ $3\sqrt{7}$

해설

두 원의 중심 사이의 거리는 12
내접선의 길이를 L 이라 하면,

$$L^2 = 12^2 - 9^2$$

$$\therefore L = 3\sqrt{7}$$



14. 원 $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 1 = 0$ 이 평행이동 $(x, y) \rightarrow (x + m, y + n)$ 에 의하여 원 $x^2 + y^2 - 2x - 4y + r = 0$ 으로 옮겨질 때, $m + n + r$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

원 $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 1 = 0$ 에서

$(x + 1)^2 + (y + 3)^2 = 9$ 이므로

이 원의 중심은 $(-1, -3)$ 이고 반지름의 길이는 3 이다.

한편, 원 $x^2 + y^2 - 2x - 4y + r = 0$ 에서

$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 5 - r$ 이므로

이 원의 중심은 $(1, 2)$ 이고

반지름의 길이는 $\sqrt{5 - r}$ 이다.

이때, 주어진 평행이동

$(x, y) \rightarrow (x + m, y + n)$ 에 의하여

처음 원의 중심 $(-1, -3)$ 은

옮겨진 원의 중심 $(1, 2)$ 로 옮겨지므로

$(-1 + m, -3 + n) = (1, 2)$

따라서, $-1 + m = 1$ 에서 $m = 2$

$-3 + n = 2$ 에서 $n = 5$

또한, 평행이동에 의하여 옮겨진 원의 크기는

변하지 않으므로 옮기기 전과 옮긴 후의

원의 반지름의 길이가 같다.

따라서, $\sqrt{5 - r} = 3$ 에서 $5 - r = 9$

$\therefore r = -4$

$\therefore m + n + r = 2 + 5 - 4 = 3$

15. 변환 $f : (x, y) \rightarrow (x - y + 1, cx + 2y)$ 에 의하여 세 점 $(0, 0), (1, 0), (-1, 2)$ 가 한 직선 위로 옮겨질 때, c 의 값을 구하여라.

① -2

② 2

③ 4

④ -4

⑤ 6

해설

옮겨진 점은 $(1, 0), (2, c), (-2, -c + 4)$

동일한 직선 위에 있기 위해선 기울기가 같아야 하므로

$$\frac{c - 0}{2 - 1} = \frac{-c + 4 - 0}{-2 - 1} \quad \therefore c = -2$$

16. 점 $(a-4, a-2)$ 를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 다음, $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점과 원점 사이의 거리가 2일 때, 처음 점의 좌표를 (p, q) 라 한다. $p^2 + q^2$ 의 값을 구하여라. (단, $a \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$(a-4, a-2) \rightarrow (a, a-2)$$

(x 축으로 4만큼 평행이동)

$$(a, a-2) \rightarrow (a-2, a)$$

($y=x$ 에 대칭이동)

$(a-2, a)$ 와 원점 사이의 거리는

$$\sqrt{(a-2)^2 + a^2} = 2$$

$$2a^2 - 4a + 4 = 4,$$

$$\therefore a = 2 \quad (\because a \neq 0)$$

처음 점의 좌표 $(a-4, a-2)$ 에 $a=2$ 를 대입하면

구하는 점의 좌표 $(p, q) = (-2, 0)$

$$\therefore p^2 + q^2 = 4$$

17. 점 A(3, 4) 를 직선 $x - y + 2 = 0$ 에 대하여 대칭이동한 점을 A' 라 할 때, A' 의 좌표는?

① (-3, 5)

② (-3, 8)

③ (3, 2)

④ (2, 5)

⑤ (5, 2)

해설

A' 를 (a, b) 라 하자

i) A' 과 (3, 4) 의 중점은 $x - y + 2 = 0$ 을 지난다.

$$\therefore \frac{a+3}{2} - \frac{b+4}{2} + 2 = 0$$

ii) A' 과 (3, 4) 를 잇는 직선과 직선 $x - y + 2 = 0$ 은 수직으로 만난다.

$$\therefore \frac{4-b}{3-a} = -1$$

i) 과 ii) 를 연립하여 a, b 를 구하면,

$$a = 2, b = 5$$

18. 다음 보기 중 $X = \{-1, 1, 2\}$ 에서 $Y = \{1, 2, 3, 4\}$ 로의 함수가 될 수 있는 것은 몇 개인가?

<보기>

㉠ $f: x \rightarrow |x|^2$

㉡ $g: x \rightarrow x + 2$

㉢ $h: x \rightarrow |x| + 1$

㉣ $i: x \rightarrow x^2 - 1$

㉤ $j: x \rightarrow |x| + 3$

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

㉠ $f(-1) = |-1|^2 = 1 \in Y$

$f(1) = |1|^2 = 1 \in Y$

$f(2) = |2|^2 = 4 \in Y$

㉡ $g(-1) = -1 + 2 = 1 \in Y$

$g(1) = 1 + 2 = 3 \in Y$

$g(2) = 2 + 2 = 4 \in Y$

㉢ $h(-1) = |-1| + 1 = 2 \in Y$

$h(1) = |1| + 1 = 2 \in Y$

$h(2) = |2| + 1 = 3 \in Y$

㉣ $i(-1) = i(1) = 0 \notin Y$

㉤ $j(2) = 5 \notin Y$

그러므로 ㉣, ㉤은 함수가 될 수 없고 ㉠, ㉡, ㉢ 3개 만 함수가 될 수 있다.

19. 분수식 $2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \dots}}}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{2}$

② 1

③ $\frac{3}{2}$

④ $\frac{3}{4}$

⑤ $\frac{4}{5}$

해설

(준식) = a 라 하면

$$2 - \frac{1}{a} = a \rightarrow a^2 - 2a + 1 = 0 \rightarrow (a - 1)^2 = 0$$

$$\therefore a = 1$$

20. $x = 2 + \sqrt{3}$, $y = 2 - \sqrt{3}$ 일 때, $\sqrt{x} + \sqrt{y}$ 의 값으로 옳은 것은?

① $\sqrt{2}$

② 2

③ $\sqrt{6}$

④ $2\sqrt{2}$

⑤ $2\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 &= x + y + 2\sqrt{xy} \quad (x > 0, y > 0) \\ &= 4 + 2 = 6\end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{6} \quad (\because \sqrt{x} + \sqrt{y} > 0)$$

해설

$$\begin{aligned}&\sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{2 - \sqrt{3}} \\&= \sqrt{\frac{4 + 2\sqrt{3}}{2}} + \sqrt{\frac{4 - 2\sqrt{3}}{2}} \\&= \frac{\sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2}}{\sqrt{2}} \\&= \frac{(\sqrt{3} + 1) + (\sqrt{3} - 1)}{\sqrt{2}} \\&= \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \sqrt{6}\end{aligned}$$

21. 어떤 등산모임에서는 다음과 같이 강원도, 충청도, 전라도 세 지역의 6개의 산을 6주에 걸쳐 주말마다 하나씩 등산할 계획을 세우고 있다.

지역	산
강원도	설악산, 오대산
충청도	계룡산, 소백산
전라도	내장산, 지리산

같은 지역의 산끼리 연속적으로 등산하지 않도록 계획을 세우는 방법은 모두 몇 가지인가?

① 36

② 48

③ 60

④ 120

⑤ 240

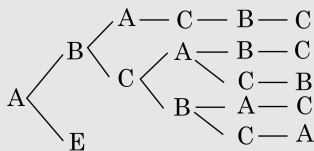
해설

세 지역 강원도, 충청도, 전라도를 각각 A, B, C 라 하면 1주차에 A 지역 산을 등산하고, 2주차에 B 지역 산을 등산하는 경우는 다음 수형도와 같이 5가지가 있고, 같은 지역의 산끼리 위치를 바꾸는 방법은 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (가지)

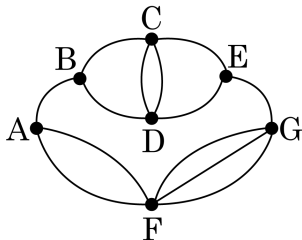
한편, 1주차에 A 지역, 2주차에 C 지역의 산을 등산하는 경우도 같으므로 1주차에 A 지역의 산을 등산하는 방법의 수는 $5 \times 8 \times 2 = 80$ (가지)

또한, 1주차에 B, C 지역의 산을 등산하는 경우의 수도 같다. 따라서 구하는 방법의 수는

$$80 \times 3 = 240 \text{ (가지)}$$



22. A, B, C, D, E, F, G 의 일곱 도시 사이에 다음 그림과 같은 도로망이 있다. 같은 지점은 많아야 한 번 밖에 지날 수 없고 지나지 않는 도시가 있어도 될 때, A 에서 G 로 가는 경우의 수는?



① 6

② 8

③ 9

④ 12

⑤ 14

해설

(i) A 에서 B, E 를 경유해서 G 로 가는 방법은

$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow G$ 의 1 가지

$A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow G$ 의 1 가지

$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow G$ 의 2 가지

$A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow G$ 의 2 가지

$\therefore$ 6 (가지)

(ii) A 에서 F 를 경유해서 G 로 가는 방법

$2 \times 3 = 6$ (가지)

(i), (ii) 가 동시에 발생할 수 없으므로

$6 + 6 = 12$ (가지)

23. 다음은 ${}_{10}P_5 = (\boxed{\text{가}}) + (\boxed{\text{나}})$ 임을 보인 것이다.

10개의 숫자 1, 2, 3, ..., 9, 10 중에서 서로 다른 5개의 숫자를 뽑아서 만들 수 있는 다섯 자리의 자연수의 개수는 ${}_{10}P_5$ 이다.
 이 때, 다섯 자리의 자연수 중에서 숫자 2가 들어있는 것의 개수는 $(\boxed{\text{가}})$, 숫자 2가 들어 있지 않은 것의 개수는 $(\boxed{\text{나}})$ 이다.

따라서 다음 등식이 성립한다.

$${}_{10}P_5 = (\boxed{\text{가}}) + (\boxed{\text{나}})$$

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

① ${}_9P_4, {}_5P_5$

② ${}_5P_4, {}_9P_5$

③ ${}_9P_4, {}_8P_5$

④ ${}_8P_4, {}_4P_5$

⑤ ${}_4P_4, {}_9P_5$

해설

다섯 자리의 자연수 중 2가 들어 있는 것의 개수는 2를 제외한 9개의 숫자중에서

4개를 택하여 나열한 후 2를 추가하면 되므로 ${}_9P_4 \times 5 = {}_5P_4$

2가 들어 있지 않은 것의 개수는 2를 제외한 9개의 숫자에서 5개를 택하는 순열의 수와 같으므로 ${}_9P_5$ 이다.

따라서 ${}_{10}P_5 = {}_5P_4 + {}_9P_5$

24. 테마 여행을 간 학생 7 명이 호텔에서 1001 호실, 1002 호실, 1003 호실의 방 3 개를 이용하게 되었다. 3 명, 2 명, 2 명으로 나누어서 방을 이용하는 방법의 수를 구하여라.



답 :

가지



정답 : 630 가지

해설

7 명의 학생을 3 명 2 명, 2 명의 3 개조로 나누는 방법의 수는

$${}_7C_3 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} \times \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \times \frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 1} \times \frac{1}{2}$$

$$= 35 \times 6 \times 1 \times \frac{1}{2} = 105 \dots\dots \textcircled{7}$$

⑦의 방법의 수에 대하여 각각 1001 호실, 1002 호실, 1003 호실의 방 3 개를 이용하는 방법의 수는 $105 \times 3! = 105 \times 6 = 630$

25. 세 도시 A, B, C 가 삼각형의 꼭짓점을 이루며 위치해 있다. 송전소를 세우려고 하는 데 이 송전소에서 각 도시까지 송전하는데 드는 비용은 송전소에서 그 도시까지의 거리의 제곱의 합에 비례한다고 한다. 이때 송전 비용을 최소로 하는 송전소의 위치는?

① 외심

② 내심

③ 수심

④ 무게중심

⑤ 방심

해설

$A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$

송전소의 위치를 $D(x, y)$, 비용을 P 라고 하면

$$P = k\{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (x - x_3)^2 + (y - y_3)^2\}$$

$$= k\left\{3\left(x - \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}\right)^2\right.$$

$$\left. + 3\left(y - \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)^2\right\}$$

$$- \frac{(x_1 + x_2 + x_3)^2}{3} - \frac{(y_1 + y_2 + y_3)^2}{3}$$

$+ k(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + y_1^2 + y_2^2 + y_3^2)$ 에서

$$x = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, y = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3} \text{ 일 때}$$

즉 $\triangle ABC$ 의 무게중심에 위치할 때 비용이 최소이다.

26. 두 원 $(x-a)^2 + (y-2)^2 = 9$, $(x-1)^2 + (y+a)^2 = 1$ 이 직교할 때 a 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

두 원의 중심이 각각 $(a, 2)$, $(1, -a)$ 이므로

두 원의 중심 사이의 거리는 $\sqrt{(a-1)^2 + (2+a)^2}$ 이다.

두 원의 반지름은 각각 3, 1이므로

직교하기 위한 조건은

$$(a-1)^2 + (2+a)^2 = 3^2 + 1^2$$

$$\therefore 2a^2 + 2a - 5 = 0$$

근과 계수와의 관계로부터 두 근의 합은 -1

27. 원 $x^2 + y^2 - 2x - 6y = 0$ 을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 도형에 의하여 x 축이 잘렸을 때, 잘린 선분의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

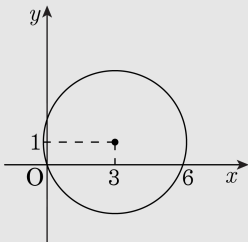
해설

원 $x^2 + y^2 - 2x - 6y = 0$ 을 표준형으로 고치면,

$$(x-1)^2 + (y-3)^2 = 10,$$

이 원을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동하면,

$$(x-3)^2 + (y-1)^2 = 10 \cdots \textcircled{7}$$



⑦의 그래프는 다음 그림과 같으므로

$y = 0$ 일 때의 x 의 값을 구하면

$$(x-3)^2 + (0-1)^2 = 10 \text{ 에서}$$

$$x^2 - 6x = 0, x(x-6) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 6$$

따라서 잘린 선분의 길이는 6 이다.

28. 점 (3, 3) 에서 원 $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 1 = 0$ 에 그은 접선의 길이는?

① 5

② $\sqrt{26}$

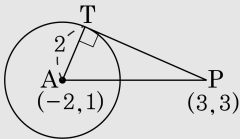
③ 6

④ $\sqrt{37}$

⑤ 7

해설

준식에서 $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 2^2$ 이므로
중심이 $(-2, 1)$ 반지름의 길이가 2 인 원이다.



$$\begin{aligned}\overline{PT}^2 &= \overline{PA}^2 - \overline{AT}^2 \\ &= (3 + 2)^2 + (3 - 1)^2 - 2^2 \\ &= 25\end{aligned}$$

$$\therefore \overline{PT} = 5$$

29. x, y 가 실수이고 A, B, C 를 집합이라 할 때 조건 p 가 조건 q 이기 위한 필요충분조건은?

① $p: x+y \geq 2, q: x \geq 1$ 또는 $y \geq 1$

② $p: |x| + |y| = 0, q: 3\sqrt{x} + 3\sqrt{y} = 0$

③ $p: xy + 1 > x + y > 2, q: x > 1$ 이고 $y > 1$

④ $p: A \subset B \subset C, q: A \subset B$ 또는 $A \subset C$

⑤ $p: x+y$ 가 유리수이다. $q: x, y$ 모두 유리수이다.

해설

① $x+y \geq 2 \quad x \geq 1$ 또는 $y \geq 1$ (충분조건) (반례: $x=3, y=-3$)

② $|x| + |y| = 0 \Rightarrow 3\sqrt{x} + 3\sqrt{y} = 0$

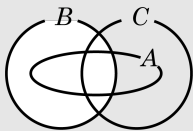
여기서 $|x| + |y| = 0$ 은 $x=0, y=0$ 과 같으므로

$x=0, y=0 \rightarrow 3\sqrt{x} + 3\sqrt{y} = 0$ (충분조건)

(반례: $x=8, y=-8$)

③ $xy + 1 > x + y > 2 \Leftrightarrow x > 1$ 이고 $y > 1$

④ $A \subset B \cup C \leftarrow A \subset B$ 또는 $A \subset C$ (충분조건)



⑤ $x+y$ 가 유리수이다. $\leftarrow x, y$ 모두 유리수이다.

(필요조건) (반례: $x=1+\sqrt{2}, y=1-\sqrt{2}$)

30. 두 함수 $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = -4x + 5$ 에 대하여 $f \circ h = g$ 가 성립할 때, 함수 $h(x)$ 에 대하여 $h(-5)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 13

해설

$f \circ h = g$ 의 양변의 왼쪽에 f^{-1} 를 합성하면 $f^{-1} \circ (f \circ h) = f^{-1} \circ g$
 $f^{-1} \circ (f \circ h) = (f^{-1} \circ f) \circ h = I \circ h = h$ (단, I 는 항등함수)

$$\therefore h = f^{-1} \circ g$$

한 편, $f(x) = 2x - 1$ 에서 $y = 2x - 1$ 로 놓고, x 에 대하여 풀면

$$x = \frac{1}{2}(y + 1)$$

x 와 y 를 바꾸어 쓰면 $y = \frac{1}{2}(x + 1)$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(x + 1)$$

$$h(x) = (f^{-1} \circ g)(x) = f^{-1}(g(x)) = f^{-1}(-4x + 5) = \frac{1}{2}(-4x + 5 + 1) = -2x + 3$$

$$\therefore h(-5) = -2 \cdot (-5) + 3 = 13$$

31. $\sqrt{11-6\sqrt{2}}$ 의 소수 부분 x 에 대하여 $y = x + \frac{1}{x}$ 일 때, $\sqrt{x(y-2)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2} - 1$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{11-6\sqrt{2}} &= \sqrt{11-2\sqrt{18}} \\ &= \sqrt{(\sqrt{9}-\sqrt{2})^2} \\ &= 3-\sqrt{2} \\ &= 1. \dots \Rightarrow \text{소수부분 } x : 2-\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$y = x + \frac{1}{x} = 2 - \sqrt{2} + \frac{1}{2 - \sqrt{2}}$$

$$= 2 - \sqrt{2} + \frac{2 + \sqrt{2}}{2}$$

$$= 3 - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$y - 2 = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$$

$$\begin{aligned}\sqrt{x(y-2)} &= \sqrt{(2-\sqrt{2})\left(\frac{2-\sqrt{2}}{2}\right)} \\ &= \sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} \\ &= \sqrt{2} - 1\end{aligned}$$

32. n 이 100 보다 작은 자연수일 때, 다음 명제가 거짓임을 보여주는 반례를 모두 구할 때, 그 개수는?

n^2 이 12의 배수이면 n 은 12의 배수이다.

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

가정을 만족시키면서 결론을 만족시키지 않는 경우가 반례가 된다.

n^2 이 12의 배수가 되지만 n 은 12의 배수가 되지 않아야 하므로 $n = 2 \times 3 \times (\text{홀수})$ 의 형태가 되어야 한다. 이에 따라 구해보면 $n = 2 \times 3 \times 1, 2 \times 3 \times 3, \dots, 2 \times 3 \times 15$
 $\therefore n = 6, 18, 30, 42, 54, 66, 78, 90$ (8 개)

33. 함수 $f(x) = 2x + 1$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, 함수 $f(3x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 를 이용하여 나타낸 것은?

① $\frac{1}{2}g(x) - \frac{1}{2}$

② $\frac{1}{6}g(x) - \frac{1}{6}$

③ $2g(x) - 1$

④ $\frac{1}{3}g(x)$

⑤ $\frac{1}{2}g(x)$

해설

$f(x) = 2x + 1$ 에서 $y = 2x + 1$ 이라 놓고

x 에 대하여 정리하면 $x = \frac{y-1}{2}$

x 와 y 를 바꾸어 쓰면 $y = \frac{x-1}{2}$

$$\therefore f^{-1}(x) = g(x) = \frac{x-1}{2}$$

$f(3x) = 6x + 1$ 에서 $y = 6x + 1$ 이라 놓고

x 에 대하여 정리하면 $x = \frac{y-1}{6}$

x 와 y 를 바꾸어 쓰면 $y = \frac{x-1}{6}$

$$\therefore f^{-1}(3x) = g(3x) = \frac{x-1}{6}$$

$$\therefore g(3x) = \frac{1}{3} \times \frac{x-1}{2} = \frac{1}{3} \cdot g(x)$$

34. 농도가 다른 두 종류의 소금물 A, B가 있다. 30g의 소금물 A와 20g의 소금물 B를 섞으면 6%의 소금물이 되고, 20g의 소금물 A와 30g의 소금물 B를 섞으면 8%의 소금물이 된다고 한다. 이때, 이 두 종류의 소금물 A, B를 같은 양으로 섞으면 몇 %의 소금물이 되겠는가?

① 6.5 %

② 7 %

③ 7.5 %

④ 8 %

⑤ 8.5 %

해설

소금물 A, B의 농도를 각각 $x\%$, $y\%$ 라 하면

$$\frac{x}{100} \cdot 30 + \frac{y}{100} \cdot 20 = \frac{6}{100} \cdot 50 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\frac{x}{100} \cdot 20 + \frac{y}{100} \cdot 30 = \frac{8}{100} \cdot 50 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠ + ㉡을 하여 정리하면

$$x + y = 14$$

한편, 두 종류의 소금물 A, B를 똑같이 a g씩 섞는다면, 구하는 농도는

$$\frac{\frac{x}{100} \times a + \frac{y}{100} \times a}{2a} \times 100$$

$$= \frac{a \times \frac{x+y}{100}}{2a} \times 100$$

$$= \frac{x+y}{2} = \frac{14}{2} = 7(\%)$$

35. $x^2 + 6x + 4 = 0$ 의 두 근이 a, b 일 때, $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ 의 값은?

① -3

② $-\frac{3}{2}$

③ -1

④ $\frac{3}{2}$

⑤ 3

해설

$$x^2 + 6x + 4 = 0$$

$$a + b = -6, ab = 4 \Rightarrow a < 0, b < 0$$

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{(\sqrt{b})^2 + (\sqrt{a})^2}{\sqrt{a}\sqrt{b}} = \frac{b + a}{-\sqrt{ab}}$$

$$\therefore \frac{-6}{-2} = 3$$