1. 이차방정식 $x^2-x(kx-5)+3=0$이 허근을 가질 때, 정수 k의 최댓값을 구하면?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$x^2-kx^2+5x+3=0$이 허근은 가지려면
$D=25-4\times 3(1-k)<0$
$25-12+12k<0 \quad \therefore 12k<-13$
$\therefore k<-\dfrac{13}{12}$이므로
정수 k의 최댓값은 -2

2. 연립부등식 $3x+7<x+11\le 10$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장 큰 정수를 구하여라.

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$3x+7<x+11\le 10$

$$\begin{cases} 3x+7<x+11 \\ x+11\le 10 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x<2 \\ x\le -1 \end{cases}$$

$\therefore\ x\le -1$

따라서 가장 큰 정수는 -1 이다.

3. 연립부등식 $\begin{cases} 3x^2 + 4x - 4 \geq 0 \\ (x+1)^2 < 4 \end{cases}$ 을 풀면?

① $-2 < x \leq -1,\ \frac{2}{3} < x < 1$
② $-1 < x \leq -3,\ \frac{2}{3} \leq x < 2$
③ $-2 < x \leq 0,\ \frac{1}{3} < x < 1$
④ $-3 < x \leq -2,\ \frac{2}{3} \leq x < 1$
⑤ $-4 < x \leq -2,\ \frac{1}{3} < x < 1$

해설

$\begin{cases} 3x^2 + 4x - 4 \geq 0 \cdots (가) \\ (x+1)^2 < 4 \cdots (나) \end{cases}$

(가)에서 $(x+2)(3x-2) \geq 0$이므로

$x \leq -2$ 또는 $x \geq \frac{2}{3}$

(나)에서 $-2 < x + 1 < 2$,

$-3 < x < 1$이므로

$-3 < x \leq -2,\ \frac{2}{3} \leq x < 1$

4. 두 점 $A(1, -1)$, $B(4, -5)$을 잇는 선분 AB를 $3:1$로 외분하는 점 Q의 좌표는?

① $(4, -1)$　② $\left(\frac{11}{2}, -7\right)$　③ $\left(-3, \frac{15}{2}\right)$
④ $\left(\frac{2}{3}, -1\right)$　⑤ $(3, 1)$

해설

$$\left(\frac{12-1}{3-1}, \frac{-15+1}{3-1}\right) = \left(\frac{11}{2}, -7\right)$$

5. 이차방정식 $x^2+(m+1)x+m+4=0$이 중근을 가질 때, 모든 실수 m의 값의 합을 구하면?

① -3 ② 0 ③ 2 ④ 3 ⑤ 5

해설

중근을 가지므로, 판별식 $D=0$

$D=(m+1)^2-4\cdot 1\cdot(m+4)=m^2-2m-15=0$

$(m-5)(m+3)=0 \quad \therefore\ m=-3,\ 5$

$\therefore\ m$의 값의 합은 $-3+5=2$

6. 삼차방정식 $(x-1)(x-2)(x-3)=24$의 모든 실근의 합은?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$(x-1)(x-2)(x-3)=24$를 전개하면

$x^3-6x^2+11x-30=0$

$x=5$를 대입하면 성립하므로 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{c|cccc} 5 & 1 & -6 & 11 & -30 \\ & & 5 & -5 & 30 \\ \hline & 1 & -1 & 6 & \boxed{0} \end{array}$$

$(x-5)(x^2-x+6)=0$

$\therefore\ x=5$ 또는 $x=\dfrac{1\pm\sqrt{23}i}{2}$

따라서, 실근은 5뿐이므로 실근의 합은 5이다.

7. 연립부등식 $\begin{cases} x+6>2a \\ 3x-2<4 \end{cases}$ 의 해가 $-2<x<2$일 때, a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x+6>2a$, $x>2a-6$이므로

$2a-6=-2$

$\therefore\ a=2$

8. 모든 실수 x에 대하여 부등식 $ax^2+2ax+3>0$이 성립하도록 하는 정수 a의 개수는?

① 1개　② 2개　③ 3개　④ 4개　⑤ 5개

해설

x의 계수가 미지수이므로

ⅰ) $a=0$일 때,

$3>0$이므로 모든 실수 x에 대하여 항상 성립한다.

ⅱ) $a \neq 0$일 때,

$ax^2+2ax+3>0$의 해가 모든 실수이려면

$a>0 \cdots$ ㉠

$\frac{D}{4}=a^2-3a<0,\ a(a-3)<0$

$\therefore 0<a<3 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $0<a<3$

ⅰ), ⅱ)에서 $0 \le a<3$

따라서 정수 a는 0, 1, 2의 3개이다.

9. 이차부등식 $x^2 + ax + b < 0$의 해가 $2 < x < 3$일 때, $a + b$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$2 < x < 3$ 가 해이므로
$(x-2)(x-3) < 0$
$x^2 - 5x + 6 < 0$, $a = -5, b = 6$
$\therefore\ a + b = 1$

10. 좌표평면 위의 세 점 A(2, 0), B(3, a), C(4, 2)에 대하여 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BC}}$일 때, a의 값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BC}}$에서 $\overline{\mathrm{AB}}^2 = \overline{\mathrm{BC}}^2$이므로

$(3-2)^2 + (a-0)^2 = (4-3)^2 + (2-a)^2$

$1 + a^2 = 1 + 4 - 4a + a^2$

$4a = 4 \qquad \therefore a = 1$

11. 두 직선 $x-y+1=0$, $x-2y+3=0$ 의 교점을 지나고, 두 직선과 x 축이 이루는 삼각형의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식을 구하면?

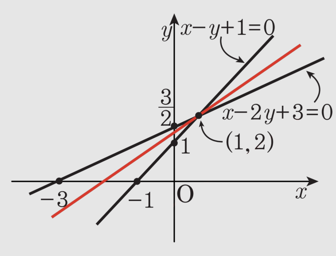
① $2x-3y+4=0$　　② $2x+3y+4=0$

③ $2x-3y-4=0$　　④ $x-3y+4=0$

⑤ $-x-3y+4=0$

해설

두 직선 $x-y+1=0 \cdots$ ①
$x-2y+3=0 \cdots$ ② 의 교점을 지나는 직선을 l 이라고 하면,
직선 l 은 $l:(x-y+1)\cdot m+(x-2y+3)=0 \cdots$ ③ 의 꼴로 나타낼 수 있다.
한편, 직선 ① 의 x 절편은 -1,
직선 ② 의 x 절편은 -3 이므로
l 이 삼각형의 넓이를 이등분하려면, 점 $(-2,0)$ 을 지나야 한다.
점 $(-2,0)$ 을 ③ 에 대입하면 $-m+1=0$
$\therefore m=1$
따라서, l 의 방정식은 $2x-3y+4=0$



12. 평행이동 $f : (x, y) \to (x+a,\ x+b)$ 에 의해 점 $(1, 2)$ 가 점 $(-1, 4)$ 으로 옮겨질 때, 평행이동 f 에 의해 원점으로 옮겨지는 점의 좌표는?

① $(2, -2)$　② $(2, 2)$　③ $(2, 0)$
④ $(-2, 2)$　⑤ $(4, 2)$

해설

$(1 + a, 2 + b) = (-1, 4)$
$\Rightarrow \quad a = -2, \quad b = 2$
$\therefore \quad (x + 2, y + 2) = (0, 0)$
$\Rightarrow \quad x = 2, \quad y = -2$
$\Rightarrow \quad (2, -2)$

13. 다항식 $f(x)$에 대하여 $(x^2-2)(x^2+3) = x^4-2ax^2+b$가 x에 대한 항등식이 되도록 a, b의 값을 정할 때, $2a-b$의 값은?

① -3 ② -5 ③ -4 ④ 4 ⑤ 5

해설

$(x^2-2)(x^2+3) = x^4-2ax^2+b$에서

$x^2=2$일 때, $4-4a+b=0 \cdots\cdots$ ①

$x^2=-3$일 때, $9+6a+b=0 \cdots\cdots$ ②

①, ②에서 $a=-\frac{1}{2}$, $b=-6$

$\therefore\ 2a-b=5$

14. 등식 $3x^3 - x + 2 = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$ 가 x 에 관한 항등식이 되도록 상수 $a,\ b,\ c,\ d$ 의 값을 정하면?

① $a = 3\ b = 7\ ,\ c = -4\ ,\ d = 4$

② $a = 3\ b = 9\ ,\ c = 8\ ,\ d = 4$

③ $a = 2\ b = 9\ ,\ c = 6\ ,\ d = 4$

④ $a = 1\ b = 3\ ,\ c = 8\ ,\ d = 4$

⑤ $a = 2\ b = -9\ ,\ c = 6\ ,\ d = 4$

해설

$$
\begin{array}{c|cccccc}
1 & 3 & 0 & -1 & 2 & & \\
 & & 3 & 3 & 2 & & \\
\hline
1 & 3 & 3 & 2 & \boxed{4} & \leftarrow & \mathrm{d} \\
 & & 3 & 6 & & & \\
\hline
1 & 3 & 6 & \boxed{8} & \leftarrow & \mathrm{c} & \\
 & & 3 & & & & \\
\hline
 & 3 & \boxed{9} & \leftarrow \mathrm{b} & & & \\
 & \uparrow & & & & & \\
 & \mathrm{a} & & & & &
\end{array}
$$

$\therefore\ a = 3,\ b = 9,\ c = 8,\ d = 4$

해설

(i) $x - 1 = y$ 로 놓으면 $x = y + 1$ 이므로

$3(y+1)^3 - (y+1) + 2 = ay^3 + by^2 + cy + d$

$\therefore\ 3y^3 + 9y^2 + 8y + 4 = ay^3 + by^2 + cy + d$

$\therefore\ a = 3\ ,\ b = 9\ ,\ c = 8\ ,\ d = 4$

(ii) x 대신 $-1,\ 0,\ 1,\ 2$ 를 대입하면,

$x = 0$ 대입 : $2 = -a + b - c + d \cdots$①

$x = -1$ 대입 : $0 = -8a + 4b - 2c + d \cdots$②

$x = 1$ 대입 : $4 = d\ \ \cdots\cdots$③

$x = 2$ 대입 : $24 = a + b + c + d \cdots$④

①, ②, ③, ④를 연립하여 풀면,

$\therefore\ a = 3,\ b = 9,\ c = 8,\ d = 4$

15. $\dfrac{1999^3-1}{1999\times 2000+1}$ 을 계산하면?

① 1920 ② 1909 ③ 1998 ④ 1892 ⑤ 2000

해설

$x=1999$ 라 하면,

$$\begin{aligned}\frac{1999^3-1}{1999\times 2000+1} &= \frac{x^3-1}{x(x+1)+1}\\ &= \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{x^2+x+1}\\ &= x-1\\ &= 1998\end{aligned}$$

16. 방정식 $x^3=1$의 두 허근을 ω, $\overline{\omega}$라고 할 때, 다음 관계식이 성립하지 않는 것은?

① $\omega+\overline{\omega}=-1$

② $\omega\cdot\overline{\omega}=1$

③ $\omega^2+(\overline{\omega})^2=1$

④ $\omega^2=\overline{\omega}$, $(\overline{\omega})^2=\omega$

⑤ $\omega^2+\omega+1=0$

해설

$x^3=1$, $(x-1)(x^2+x+1)=0$,
$x^2+x+1=0$ $\omega^3=1$,
$\omega^2+\omega+1=0$,
$\overline{\omega}^2+\overline{\omega}+1=0$
① $x^2+x+1=0$두근은
$\omega,\overline{\omega}$이므로
$\omega+\overline{\omega}=-1$(○)
② $x^2+x+1=0$두근은
$\omega,\overline{\omega}$이므로
$\omega\cdot\overline{\omega}=1$(○)
③ $\omega^2+\overline{\omega}^2=(\omega+\overline{\omega})^2-2\omega\cdot\overline{\omega}$
$=(-1)^2-2\cdot1=-1$(×)
④ $\omega+\overline{\omega}=-1,$
$\overline{\omega}=-1-\omega$
$=-(1+\omega)=\omega^2$
$\omega+\overline{\omega}=-1, \omega=-1-\overline{\omega}=-(1+\overline{\omega})$
$=\overline{\omega}^2$(○)
⑤$\omega^2+\omega+1=0$ (○)

17. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

㉠ $a > b,\ \ b > c,\ \ c > d$이면 $a > d$
㉡ $a > b > 0$이면 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$
㉢ $a > b > 0,\ \ c > d > 0$이면 $ac > bd$
㉣ $ac > bc$이면 $a > b$

① 0개　② 1개　③ 2개　④ 3개　⑤ 4개

해설

㉠ $a > b,\ \ b > c$이면 $a > c$
$a > c,\ \ c > d$이면 $a > d$ (참)
㉡ $a > b > 0$이므로 $a - b > 0,\ ab > 0$이다.
$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{a-b}{ab} > 0 \therefore \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$(참)
㉢ $c > d$이고 $a > 0$이므로 $ac > ad$
$a > b$이고 $d > 0$이므로 $ad > bd$
따라서 $ac > bd$(참)
㉣ $c < 0$일 때 $ac > bc$이면 $a < b$이다. (거짓)

18. 두 원 $x^2 + y^2 = 4$ 와 $3x^2 + 3y^2 - 4x + 8y = 0$ 의 교점을 지나면서 중심이 $y = -x - 1$ 위에 있는 원의 반지름의 길이를 구하면?

① 1　　② $\sqrt{2}$　　③ $\sqrt{3}$　　④ 2　　⑤ $\sqrt{5}$

해설

두 원의 교점을 지나는 원을 구하는 공식에 따라 두 원 $x^2+y^2 = 4$ 와 $3x^2 + 3y^2 - 4x + 8y = 0$ 의 교점을 지나는 원의 방정식이
$3k(x^2 + y^2 - 4) + 3x^2 + 3y^2 - 4x + 8y = 0$
$x^2 + y^2 - \left(\frac{4}{3k+3}x\right) + \frac{8}{3k+3}y - \frac{4k}{k+1} = 0$ 임을 알 수 있다.
이 원의 중점은 $\left(\frac{2}{3k+3},\ -\frac{4}{3k+3}\right)$ 이다.
원의 중점이 $y = -x - 1$ 을 지난다고 했으므로 중점을 대입했을 때
$k = -\frac{1}{3}$ 이다.
그리고 중점은 $(1, -2)$ 이고 $r^2 = 3$ 이다.
$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 3$ 의 값에서 원의 반지름이 $\sqrt{3}$ 임을 알 수 있다.

19. 두 원 $x^2+y^2-4x=0$, $x^2+y^2-6x-2y+8=0$ 의 두 교점과 점$(1,\ 0)$ 을 지나는 원의
방정식을 바르게 구한 것은?

① $x^2+y^2-8x-y-4=0$

② $x^2+y^2-8x-4y+16=0$

③ $x^2+y^2-5x-y+16=0$

④ $x^2+y^2-5x-4y+16=0$

⑤ $x^2+y^2-5x-y+4=0$

해설

문제에서 주어진 두 원의 교점을
지나는 임의의 원
또는 직선의 방정식은
$(x^2+y^2-4x)m+(x^2+y^2-6x-2y+8)=0$ 이다.
위 방정식이 나타내는 원이 점 $(1,0)$ 을 지나므로
$x=1$, $y=0$ 을 대입하면
$-3m+3=0$
$\therefore m=1$
$(x^2+y^2-4x)+(x^2+y^2-6x-2y+8)=0$
$2x^2+2y^2-10x-2y+8=0$,
$x^2+y^2-5x-y+4=0$

20. 다음 도형 중 y 축에 대하여 대칭인 도형의 방정식은?

① $(x-1)^2+y^2=9$ ② $2x^2-y-5=0$

③ $2x-3y+1=0$ ④ $x-2y+2=0$

⑤ $3(x+1)^2+2y-1=0$

해설

y 축에 대해 대칭이면 $f(x)=f(-x)$ 이므로
x 에 $-x$ 를 넣어도 식에 변화가 없다.
$\Rightarrow$ ② : $2x^2-y-5=0$