

1. 이차방정식 $x^2 - x(kx - 5) + 3 = 0$ 이 허근을 가질 때, 정수 k 의 최댓값을 구하면?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

$x^2 - kx^2 + 5x + 3 = 0$ 이 허근은 가지려면

$$D = 25 - 4 \times 3(1 - k) < 0$$

$$25 - 12 + 12k < 0 \quad \therefore 12k < -13$$

$$\therefore k < -\frac{13}{12} \text{ 이므로}$$

정수 k 의 최댓값은 -2

2. 연립부등식 $3x + 7 < x + 11 \leq 10$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장 큰 정수를 구하여라.

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$3x + 7 < x + 11 \leq 10$$

$$\begin{cases} 3x + 7 < x + 11 \\ x + 11 \leq 10 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x \leq -1 \end{cases}$$

$$\therefore x \leq -1$$

따라서 가장 큰 정수는 -1 이다.

3. 연립부등식 $\begin{cases} 3x^2 + 4x - 4 \geq 0 \\ (x+1)^2 < 4 \end{cases}$ 을 풀면?

① $-2 < x \leq -1, \frac{2}{3} < x < 1$

② $-1 < x \leq -3, \frac{2}{3} \leq x < 2$

③ $-2 < x \leq 0, \frac{1}{3} < x < 1$

④ $-3 < x \leq -2, \frac{2}{3} \leq x < 1$

⑤ $-4 < x \leq -2, \frac{1}{3} < x < 1$

해설

$$\begin{cases} 3x^2 + 4x - 4 \geq 0 \cdots (가) \\ (x+1)^2 < 4 \cdots (나) \end{cases}$$

(가)에서 $(x+2)(3x-2) \geq 0$ 이므로

$$x \leq -2 \text{ 또는 } x \geq \frac{2}{3}$$

(나)에서 $-2 < x+1 < 2$,

$-3 < x < 1$ 이므로

$$-3 < x \leq -2, \frac{2}{3} \leq x < 1$$

4. 두 점 $A(1, -1), B(4, -5)$ 을 잇는 선분 AB 를 $3 : 1$ 로 외분하는 점 Q 의 좌표는?

- ① $(4, -1)$ ② $\left(\frac{11}{2}, -7\right)$ ③ $\left(-3, \frac{15}{2}\right)$
④ $\left(\frac{2}{3}, -1\right)$ ⑤ $(3, 1)$

해설

$$\left(\frac{12-1}{3-1}, \frac{-15+1}{3-1}\right) = \left(\frac{11}{2}, -7\right)$$

5. 이차방정식 $x^2 + (m+1)x + m + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때, 모든 실수 m 의 값의 합을 구하면?

① -3

② 0

③ 2

④ 3

⑤ 5

해설

중근을 가지므로, 판별식 $D = 0$

$$D = (m+1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (m+4) = m^2 - 2m - 15 = 0$$

$$(m-5)(m+3) = 0 \quad \therefore m = -3, 5$$

$$\therefore m \text{의 값의 합은 } -3 + 5 = 2$$

6. 삼차방정식 $(x-1)(x-2)(x-3) = 24$ 의 모든 실근의 합은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$(x-1)(x-2)(x-3) = 24$ 를 전개하면

$$x^3 - 6x^2 + 11x - 30 = 0$$

$x = 5$ 를 대입하면 성립하므로 조립제법을 이용하여 인수분해하면

5		1	-6	11	-30
			5	-5	30
		1	-1	6	0

$$(x-5)(x^2 - x + 6) = 0$$

$$\therefore x = 5 \text{ 또는 } x = \frac{1 \pm \sqrt{23}i}{2}$$

따라서, 실근은 5뿐이므로 실근의 합은 5이다.

7. 연립부등식 $\begin{cases} x + 6 > 2a \\ 3x - 2 < 4 \end{cases}$ 의 해가 $-2 < x < 2$ 일 때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x + 6 > 2a, x > 2a - 6$ 이므로

$$2a - 6 = -2$$

$$\therefore a = 2$$

8. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $ax^2 + 2ax + 3 > 0$ 이 성립하도록 하는 정수 a 의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

x 의 계수가 미지수이므로

i) $a = 0$ 일 때,

$3 > 0$ 이므로 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립한다.

ii) $a \neq 0$ 일 때,

$ax^2 + 2ax + 3 > 0$ 의 해가 모든 실수이려면

$$a > 0 \cdots \textcircled{\Gamma}$$

$$\frac{D}{4} = a^2 - 3a < 0, \quad a(a - 3) < 0$$

$$\therefore 0 < a < 3 \cdots \textcircled{\Delta}$$

$\textcircled{\Gamma}$, $\textcircled{\Delta}$ 의 공통 범위를 구하면 $0 < a < 3$

i), ii)에서 $0 \leq a < 3$

따라서 정수 a 는 0, 1, 2의 3개이다.

9. 이차부등식 $x^2 + ax + b < 0$ 의 해가 $2 < x < 3$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$2 < x < 3$ 가 해이므로

$$(x - 2)(x - 3) < 0$$

$$x^2 - 5x + 6 < 0, a = -5, b = 6$$

$$\therefore a + b = 1$$

10. 좌표평면 위의 세 점 $A(2, 0)$, $B(3, a)$, $C(4, 2)$ 에 대하여 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 일 때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$\overline{AB} = \overline{BC}$ 에서 $\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2$ 이므로

$$(3-2)^2 + (a-0)^2 = (4-3)^2 + (2-a)^2$$

$$1 + a^2 = 1 + 4 - 4a + a^2$$

$$4a = 4 \quad \therefore a = 1$$

11. 두 직선 $x - y + 1 = 0$, $x - 2y + 3 = 0$ 의 교점을 지나고, 두 직선과 x 축이 이루는 삼각형의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식을 구하면?

① $2x - 3y + 4 = 0$

② $2x + 3y + 4 = 0$

③ $2x - 3y - 4 = 0$

④ $x - 3y + 4 = 0$

⑤ $-x - 3y + 4 = 0$

해설

두 직선 $x - y + 1 = 0 \cdots \textcircled{1}$

$x - 2y + 3 = 0 \cdots \textcircled{2}$ 의 교점을 지나는 직선을 l 이라고 하면,
직선 l 은 $l: (x - y + 1) \cdot m + (x - 2y + 3) = 0 \cdots \textcircled{3}$ 의 꼴로 나타낼 수 있다.

한편, 직선 ①의 x 절편은 -1 ,

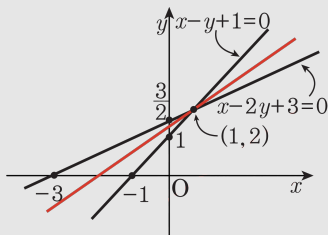
직선 ②의 x 절편은 -3 이므로

l 이 삼각형의 넓이를 이등분하려면, 점 $(-2, 0)$ 을 지나야 한다.

점 $(-2, 0)$ 을 ③에 대입하면 $-m + 1 = 0$

$\therefore m = 1$

따라서, l 의 방정식은 $2x - 3y + 4 = 0$



12. 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x+a, x+b)$ 에 의해 점 $(1, 2)$ 가 점 $(-1, 4)$ 으로 옮겨질 때, 평행이동 f 에 의해 원점으로 옮겨지는 점의 좌표는?

① $(2, -2)$

② $(2, 2)$

③ $(2, 0)$

④ $(-2, 2)$

⑤ $(4, 2)$

해설

$$(1+a, 2+b) = (-1, 4)$$

$$\Rightarrow a = -2, \quad b = 2$$

$$\therefore (x+2, y+2) = (0, 0)$$

$$\Rightarrow x = 2, \quad y = -2$$

$$\Rightarrow (2, -2)$$

13. 다항식 $f(x)$ 에 대하여 $(x^2 - 2)(x^2 + 3) = x^4 - 2ax^2 + b$ 가 x 에 대한 항등식이 되도록 a, b 의 값을 정할 때, $2a - b$ 의 값은?

① -3

② -5

③ -4

④ 4

⑤ 5

해설

$(x^2 - 2)(x^2 + 3) = x^4 - 2ax^2 + b$ 에서

$x^2 = 2$ 일 때, $4 - 4a + b = 0 \dots\dots ①$

$x^2 = -3$ 일 때, $9 + 6a + b = 0 \dots\dots ②$

①, ②에서 $a = -\frac{1}{2}$, $b = -6$

$\therefore 2a - b = 5$

14. 등식 $3x^3 - x + 2 = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$ 가 x 에 관한 항등식이 되도록 상수 a, b, c, d 의 값을 정하면?

① $a = 3, b = 7, c = -4, d = 4$

② $a = 3, b = 9, c = 8, d = 4$

③ $a = 2, b = 9, c = 6, d = 4$

④ $a = 1, b = 3, c = 8, d = 4$

⑤ $a = 2, b = -9, c = 6, d = 4$

해설

1	3	0	-1	2	
		3	3	2	
1	3	3	2	4	← d
		3	6		
1	3	6	8		← c
		3			
	3	9			← b
	↑				
	a				

$\therefore a = 3, b = 9, c = 8, d = 4$

해설

(i) $x - 1 = y$ 로 놓으면 $x = y + 1$ 이므로

$$3(y+1)^3 - (y+1) + 2 = ay^3 + by^2 + cy + d$$

$$\therefore 3y^3 + 9y^2 + 8y + 4 = ay^3 + by^2 + cy + d$$

$$\therefore a = 3, b = 9, c = 8, d = 4$$

(ii) x 대신 $-1, 0, 1, 2$ 를 대입하면,

$$x = 0 \text{ 대입 : } 2 = -a + b - c + d \cdots \textcircled{1}$$

$$x = -1 \text{ 대입 : } 0 = -8a + 4b - 2c + d \cdots \textcircled{2}$$

$$x = 1 \text{ 대입 : } 4 = d \cdots \cdots \textcircled{3}$$

$$x = 2 \text{ 대입 : } 24 = a + b + c + d \cdots \textcircled{4}$$

①, ②, ③, ④를 연립하여 풀면,

$$\therefore a = 3, b = 9, c = 8, d = 4$$

15. $\frac{1999^3 - 1}{1999 \times 2000 + 1}$ 을 계산하면?

① 1920

② 1909

③ 1998

④ 1892

⑤ 2000

해설

$x = 1999$ 라 하면,

$$\begin{aligned}\frac{1999^3 - 1}{1999 \times 2000 + 1} &= \frac{x^3 - 1}{x(x+1) + 1} \\ &= \frac{(x-1)(x^2 + x + 1)}{x^2 + x + 1} \\ &= x - 1 \\ &= 1998\end{aligned}$$

16. 방정식 $x^3 = 1$ 의 두 허근을 ω , $\bar{\omega}$ 라고 할 때, 다음 관계식이 성립하지 않는 것은?

① $\omega + \bar{\omega} = -1$

② $\omega \cdot \bar{\omega} = 1$

③ $\omega^2 + (\bar{\omega})^2 = 1$

④ $\omega^2 = \bar{\omega}$, $(\bar{\omega})^2 = \omega$

⑤ $\omega^2 + \omega + 1 = 0$

해설

$$x^3 = 1, (x-1)(x^2 + x + 1) = 0,$$

$$x^2 + x + 1 = 0 \quad \omega^3 = 1,$$

$$\omega^2 + \omega + 1 = 0,$$

$$\bar{\omega}^2 + \bar{\omega} + 1 = 0$$

① $x^2 + x + 1 = 0$ 두근은 $\omega, \bar{\omega}$ 이므로

$$\omega + \bar{\omega} = -1(\bigcirc)$$

② $x^2 + x + 1 = 0$ 두근은 $\omega, \bar{\omega}$ 이므로

$$\omega \cdot \bar{\omega} = 1(\bigcirc)$$

③ $\omega^2 + \bar{\omega}^2 = (\omega + \bar{\omega})^2 - 2\omega \cdot \bar{\omega}$
 $= (-1)^2 - 2 \cdot 1 = -1(\times)$

④ $\omega + \bar{\omega} = -1,$
 $\bar{\omega} = -1 - \omega$

$$= -(1 + \omega) = \omega^2$$

$$\omega + \bar{\omega} = -1, \omega = -1 - \bar{\omega} = -(1 + \bar{\omega})$$

$$= \bar{\omega}^2(\bigcirc)$$

⑤ $\omega^2 + \omega + 1 = 0 (\bigcirc)$

17. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

㉠ $a > b, b > c, c > d$ 이면 $a > d$

㉡ $a > b > 0$ 이면 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

㉢ $a > b > 0, c > d > 0$ 이면 $ac > bd$

㉣ $ac > bc$ 이면 $a > b$

① 0개

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 4개

해설

㉠ $a > b, b > c$ 이면 $a > c$

$a > c, c > d$ 이면 $a > d$ (참)

㉡ $a > b > 0$ 이므로 $a - b > 0, ab > 0$ 이다.

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{a-b}{ab} > 0 \therefore \frac{1}{a} > \frac{1}{b} \text{ (참)}$$

㉢ $c > d$ 이고 $a > 0$ 이므로 $ac > ad$

$a > b$ 이고 $d > 0$ 이므로 $ad > bd$

따라서 $ac > bd$ (참)

㉣ $c < 0$ 일 때 $ac > bc$ 이면 $a < b$ 이다. (거짓)

18. 두 원 $x^2 + y^2 = 4$ 와 $3x^2 + 3y^2 - 4x + 8y = 0$ 의 교점을 지나면서 중심이 $y = -x - 1$ 위에 있는 원의 반지름의 길이를 구하면?

① 1

② $\sqrt{2}$

③ $\sqrt{3}$

④ 2

⑤ $\sqrt{5}$

해설

두 원의 교점을 지나는 원을 구하는 공식에 따라 두 원 $x^2 + y^2 = 4$ 와 $3x^2 + 3y^2 - 4x + 8y = 0$ 의 교점을 지나는 원의 방정식이 $3k(x^2 + y^2 - 4) + 3x^2 + 3y^2 - 4x + 8y = 0$

$$x^2 + y^2 - \left(\frac{4}{3k+3}x\right) + \frac{8}{3k+3}y - \frac{4k}{k+1} = 0 \text{ 임을 알 수 있다.}$$

이 원의 중심은 $\left(\frac{2}{3k+3}, -\frac{4}{3k+3}\right)$ 이다.

원의 중심이 $y = -x - 1$ 을 지난다고 했으므로 중심을 대입했을 때

$$k = -\frac{1}{3} \text{ 이다.}$$

그리고 중심은 $(1, -2)$ 이고 $r^2 = 3$ 이다.

$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 3$ 의 값에서 원의 반지름이 $\sqrt{3}$ 임을 알 수 있다.

19. 두 원 $x^2 + y^2 - 4x = 0$, $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 8 = 0$ 의 두 교점과 점 $(1, 0)$ 을 지나는 원의 방정식을 바르게 구한 것은?

① $x^2 + y^2 - 8x - y - 4 = 0$

② $x^2 + y^2 - 8x - 4y + 16 = 0$

③ $x^2 + y^2 - 5x - y + 16 = 0$

④ $x^2 + y^2 - 5x - 4y + 16 = 0$

⑤ $x^2 + y^2 - 5x - y + 4 = 0$

해설

문제에서 주어진 두 원의 교점을
지나는 임의의 원

또는 직선의 방정식은

$$(x^2 + y^2 - 4x)m + (x^2 + y^2 - 6x - 2y + 8) = 0 \text{ 이다.}$$

위 방정식이 나타내는 원이 점 $(1, 0)$ 을 지나므로

$x = 1, y = 0$ 을 대입하면

$$-3m + 3 = 0$$

$$\therefore m = 1$$

$$(x^2 + y^2 - 4x) + (x^2 + y^2 - 6x - 2y + 8) = 0$$

$$2x^2 + 2y^2 - 10x - 2y + 8 = 0,$$

$$x^2 + y^2 - 5x - y + 4 = 0$$

20. 다음 도형 중 y 축에 대하여 대칭인 도형의 방정식은?

① $(x-1)^2 + y^2 = 9$

② $2x^2 - y - 5 = 0$

③ $2x - 3y + 1 = 0$

④ $x - 2y + 2 = 0$

⑤ $3(x+1)^2 + 2y - 1 = 0$

해설

y 축에 대해 대칭이면 $f(x) = f(-x)$ 이므로
 x 에 $-x$ 를 넣어도 식에 변화가 없다.

$\Rightarrow$ ② : $2x^2 - y - 5 = 0$