

1. 다음 연립부등식을 풀면?

$$\begin{cases} 2x - 1 > -5 \\ x + 2 \geq 4x - 1 \end{cases}$$

① $x > -2$

② $x \leq 1$

③ $-2 \leq x < 1$

④ $-2 < x \leq 1$

⑤ 해는 없다.

해설

$$\begin{cases} 2x - 1 > -5 \\ x + 2 \geq 4x - 1 \end{cases} \Rightarrow -2 < x \leq 1$$

2. 두 점 $A(a, 1)$, $B(4, -3)$ 사이의 거리가 $4\sqrt{5}$ 일 때, 실수 a 의 값들의 합은?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{(4-a)^2 + (-3-1)^2} = 4\sqrt{5}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$a^2 - 8a + 32 = 80, a^2 - 8a - 48 = 0$$

$$(a-12)(a+4) = 0$$

$$\therefore a = 12 \text{ 또는 } a = -4$$

따라서 구하는 값은 $12 - 4 = 8$

3. 중심이 $(2, -1)$ 이고 원점을 지나는 원의 방정식을 구하면?

① $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$

② $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 7$

③ $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 8$

④ $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$

⑤ $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 10$

해설

구하는 원의 방정식을

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 = r^2 \quad \dots \textcircled{1} \text{으로 놓으면}$$

이 원이 원점 $(0,0)$ 을 지나므로

$$(0-2)^2 + (0+1)^2 = r^2$$

$$\therefore r^2 = 5$$

이것을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 구하는 원의 방정식은

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$$

4. 중심이 원점이고, 반지름의 길이가 3 인 원의 방정식은?

① $x^2 + y^2 = 3$

② $x^2 + y^2 = 1$

③ $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 3^2$

④ $x^2 + y^2 = 3^2$

⑤ $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 3$

해설

$$(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 3^2 \Rightarrow \therefore x^2 + y^2 = 9$$

5. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$ 일 때, $f(x) - 2 = x(x^2 - 1) + a(x - x^2) + b(x^2 - 1)$ 가 항상 성립하도록 하는 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$f(x) - 2 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ 이므로

$$x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = x(x^2 - 1) + a(x - x^2) + b(x^2 - 1)$$

$$= x^3 + (-a + b)x^2 + (a - 1)x - b \cdots \text{㉠}$$

㉠이 x 에 대한 항등식이므로 양변의 차수가 같은 항의 계수가 같아야 한다.

$$\text{즉, } -a + b = -3, a - 1 = 3, b = 1$$

$$\text{이므로 } a = 4, b = 1$$

$$\therefore a + b = 5$$

6. x^3 의 항의 계수가 1인 삼차 다항식 $P(x)$ 가 $P(1) = P(2) = P(3) = 0$ 을 만족할 때, $P(4)$ 의 값은?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

인수정리에 의해

$$P(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$$

$$P(4) = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

7. 삼차방정식 $x^3 + x - 2 = 0$ 의 해를 구하면?

① $1, \frac{-1 \pm \sqrt{7}i}{2}$

② $-1, \frac{-1 \pm \sqrt{7}i}{2}$

③ $-1, \frac{-1 \pm \sqrt{7}}{2}$

④ -1

⑤ 1

해설

조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 0 & 1 & -2 \\ & & 1 & 1 & 2 \\ \hline & 1 & 1 & 2 & 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow (x-1)(x^2+x+2) = 0$$

$$x^2+x+2=0 \text{ 의 근 : } \frac{-1 \pm \sqrt{7}i}{2}$$

$$\therefore \text{ 해 : } 1, \frac{-1 \pm \sqrt{7}i}{2}$$

8. $a > 0$, $b < 0$, $a + b < 0$ 일 때, 다음 중 가장 큰 값은?

① a

② b

③ $a - b$

④ $-a$

⑤ $-b$

해설

$a > 0$, $b < 0$ 에서 $a > b$, $a - b > b$

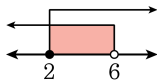
$a + b < 0$ 에서 $b < -a$, $a < -b$

따라서 $b < -a < 0 < a < -b < a - b$ 이므로,

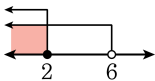
제일 큰 수는 $a - b$

9. 부등식 $3x - 11 < x + 1 \leq 4x - 5$ 의 해를 수직선에 바르게 나타낸 것은?

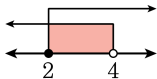
①



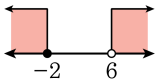
②



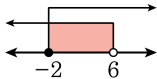
③



④



⑤



해설

$$\begin{cases} 3x - 11 < x + 1 \\ x + 1 \leq 4x - 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x < 6 \\ x \geq 2 \end{cases}$$

따라서 $2 \leq x < 6$

10. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \leq 0$ 의 해를 구하면?

① $x \geq 3$ 또는 $x \leq -3$

② x 는 모든 실수

③ $x \neq 3$ 인 모든 실수

④ $x = 3$

⑤ 해가 없다

해설

$$x^2 - 6x + 9 \leq 0$$

$$(x - 3)^2 \leq 0$$

$$\Rightarrow x = 3$$

11. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - x - 6 \leq 0 \\ 4x^2 - 8x + 3 \geq 0 \end{cases}$ 을 풀면?

- ① $-2 \leq x \leq \frac{1}{2}$ 또는 $\frac{3}{2} \leq x \leq 3$
 ② $-2 \leq x \leq \frac{1}{2}$ 또는 $2 \leq x \leq 3$
 ③ $-2 \leq x \leq \frac{1}{2}$ 또는 $\frac{3}{2} \leq x \leq 2$
 ④ $-2 \leq x \leq 1$ 또는 $\frac{3}{2} \leq x \leq 3$
 ⑤ $-2 \leq x \leq 1$ 또는 $\frac{3}{2} \leq x \leq 2$

해설

$$\begin{cases} x^2 - x - 6 \leq 0 \quad \cdots \text{㉠} \\ 4x^2 - 8x + 3 \geq 0 \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

$$\text{㉠ } (x-3)(x+2) \leq 0$$

$$-2 \leq x \leq 3$$

$$\text{㉡ } (2x-3)(2x-1) \geq 0$$

$$x \geq \frac{3}{2}, \quad x \leq \frac{1}{2}$$

㉠과 ㉡의 공통범위 :

$$-2 \leq x \leq \frac{1}{2}, \quad \frac{3}{2} \leq x \leq 3$$

12. 직선 $y = 3x - 3$ 의 그래프를 직선 $y = x$ 에 대칭이동한 직선의 방정식은?

① $y = 3x + 1$

② $y = \frac{1}{3}x + 1$

③ $y = -\frac{1}{3} + 1$

④ $y = \frac{1}{3}x - 1$

⑤ $y = 3x - 1$

해설

$y = x$ 대칭은 $x \rightarrow y$ 좌표로, $y \rightarrow x$ 를 대입한다.

13. 두 이차식의 합이 $2x^2 - x - 6$ 이고, 최소공배수가 $x^3 + x^2 - 4x - 4$ 일 때, 두 이차식의 최대공약수는?

① $x - 1$

② $x + 1$

③ $x - 2$

④ $x + 2$

⑤ $x + 3$

해설

최대공약수는 합과 최소공배수의 공통인수

$$2x^2 - x - 6 = (x - 2)(2x + 3)$$

$$x^3 + x^2 - 4x - 4 = (x - 2)(x + 2)(x + 1)$$

14. $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2005} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2005}$ 의 값을 구하면?

① 0

② i

③ 1

④ $1+i$

⑤ $1-i$

해설

$$\frac{1+i}{1-i} = i, \frac{1-i}{1+i} = -i$$

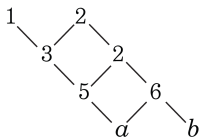
$$\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2005} + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{2005}$$

$$= i^{2005} + (-i)^{2005}$$

$$= (i^4)^{501} \cdot i + ((-i)^4)^{501} \cdot (-i)$$

$$= i + (-i) = 0$$

15. 다음 그림은 수의 규칙을 나타낸 것이다. a , b 와 대응하는 수를 두 근으로 하는 이차방정식을 구하면?



- ① $x^2 - 5x + 6 = 0$ ② $x^2 - 11x + 30 = 0$
 ③ $x^2 - 41x + 330 = 0$ ④ $x^2 - 7x + 8 = 0$
 ⑤ $x^2 - 15x + 12 = 0$

해설

왼쪽 $1 - 3 - 5 - a$ 는 잇줄 두 수의 합

오른쪽 $2 - 2 - 6 - b$ 는 잇줄 두 수의 곱

$$\therefore a = 5 + 6 = 11, b = 5 \times 6 = 30$$

11, 30을 두 근으로 하는 이차방정식은

$$\therefore x^2 - 41x + 330 = 0$$

16. 이차함수 $y = -x^2 + kx + k$ 의 그래프와 직선 $y = -2x + 1$ 이 만나지 않도록 하는 k 값의 범위를 구하면?

① $-8 < k < -1$

② $-8 < k < 0$

③ $-6 < k < 1$

④ $-6 < k < 2$

⑤ $-6 < k < 2$

해설

두 함수가 만나지 않으려면
두 식을 연립하였을 때 판별식이
0보다 작아야 한다.

$$\Rightarrow -2x + 1 = -x^2 + kx + k$$

$$\Rightarrow x^2 - (k + 2)x + 1 - k = 0$$

$$D = (k + 2)^2 - 4(1 - k) < 0$$

$$k^2 + 8k < 0$$

$$\Rightarrow -8 < k < 0$$

17. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x+3)(x-2)$ 의 그래프에서 최댓값은?

① $\frac{1}{12}$

② $\frac{11}{12}$

③ $\frac{17}{12}$

④ $\frac{25}{12}$

⑤ $\frac{31}{12}$

해설

$$\begin{aligned}y &= -\frac{1}{3}(x+3)(x-2) \\ &= -\frac{1}{3}(x^2 + x - 6) \\ &= -\frac{1}{3}\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{12}\end{aligned}$$

$x = -\frac{1}{2}$ 일 때 최댓값은 $\frac{25}{12}$ 이다.

18. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 2ax$ 의 최댓값이 3 일 때, a 의 값을 구하면?

① ± 1

② ± 2

③ ± 3

④ ± 4

⑤ ± 5

해설

$$y = -\frac{1}{3}x^2 + 2ax$$

$$= -\frac{1}{3}(x^2 - 6ax) = -\frac{1}{3}(x - 3a)^2 + 3a^2$$

$$\text{최댓값 } 3a^2 = 3, a^2 = 1 \therefore a = \pm 1$$

19. 두 직선 $2x + 3y + 1 = 0$, $x - 2y + 5 = 0$ 의 교점을 지나고 직선 $x + 4y - 4 = 0$ 에 수직인 직선의 방정식이 $y = ax + b$ 일 때, $a^2 - b^2$ 의 값은?

① -106

② -105

③ -104

④ -103

⑤ -102

해설

구하는 직선은 $(2x + 3y + 1) + k(x - 2y + 5) = 0$

$\therefore (2 + k)x + (3 - 2k)y + 5k + 1 = 0 \cdots \textcircled{1}$

$\textcircled{1}$ 과 직선 $x + 4y - 4 = 0$ 이 수직이므로

$(2 + k) \cdot 1 + (3 - 2k) \cdot 4 = 0$

$14 - 7k = 0$

$\therefore k = 2$

이것을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $4x - y + 11 = 0$

$\therefore y = 4x + 11$

$\therefore a^2 - b^2 = 4^2 - 11^2 = 16 - 121 = -105$

20. 좌표평면 위의 두 점 $A(5, 0), B(-3, 3)$ 과 원점으로부터 거리가 2 만큼 떨어진 동점 P 에 대하여 $\triangle ABP$ 의 무게중심이 그리는 자취의 길이는?

① $\frac{\pi}{3}$

② $\frac{2}{3}\pi$

③ π

④ $\frac{4}{3}\pi$

⑤ $\frac{5}{3}\pi$

해설

원점으로부터 거리가 2 만큼 떨어진 동점 P 의 좌표를 (a, b) 라 하면

$$a^2 + b^2 = 4 \dots\dots \textcircled{1}$$

또, $\triangle ABP$ 의 무게중심을 $G(x, y)$ 라 하면

$$x = \frac{a + 5 - 3}{3}, y = \frac{b + 0 + 3}{3}$$

$$\therefore a = 3x - 2, b = 3y - 3$$

이것을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$(3x - 2)^2 + (3y - 3)^2 = 4$$

$$\therefore \left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + (y - 1)^2 = \frac{4}{9}$$

따라서, 무게중심 $G(x, y)$ 의 자취의 길이는

반지름의 길이가 $\frac{2}{3}$ 인 원의 둘레의 길이와

같으므로 $\frac{4}{3}\pi$ 이다.