1. 다음 중 인수분해가 잘못된 것을 고르면?

① $(x-y)^2 - xy(y-x) = (x-y)(x-y+xy)$

② $3a^2 - 27b^2 = 3(a+3b)(a-3b)$

③ $64a^3 - 125 = (4a+5)(16a^2-20a+25)$

④ $(x^2-x)\,(x^2-x+1) - 6 = (x^2-x+3)(x+1)(x-2)$

⑤ $2x^2 - 5x + 3 = (x-1)(2x-3)$

해설

$64a^3 - 125$
$= (4a)^3 - (5)^3$
$= (4a-5)\left(16a^2+20a+25\right)$

2. 다음 중 $x^2+y^2+2xy-2x-2y$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x+y$ ② $-x-y$ ③ $x+y-2$

④ $x-y$ ⑤ $2x+2y$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= (x^2+2xy+y^2)-2(x+y)\\ &= (x+y)^2-2(x+y)\\ &= (x+y)(x+y-2)\end{aligned}$$

한편,

$$\begin{aligned}(x+y)(x+y-2) &= -(-x-y)(x+y-2)\\ &= \frac{1}{2}(2x+2y)(x+y-2)\end{aligned}$$

3. $(x^2+x)(x^2+x-8)+12$를 인수분해 할 때, 다음 중 인수가 될 수 없는 것은?

① $x-1$ ② $x+1$ ③ $x-2$ ④ $x+2$ ⑤ $x+3$

해설

$x^2+x=A$로 놓으면 주어진 식은

$$A(A-8)+12=A^2-8A+12$$
$$=(A-2)(A-6)$$
$$\therefore(\text{준식})=(x^2+x-2)(x^2+x-6)$$
$$=(x-1)(x+2)(x-2)(x+3)$$

4. x에 대한 다항식 $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)+a$가 x에 대한 완전제곱식으로 인수분해 될 때, 정수 a의 값은?

① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x+1)(x+2)(x+3)(x+4)+a \\ &= (x^2+5x+4)(x^2+5x+6)+a\end{aligned}$$

$x^2+5x+4=Y$로 치환하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= Y(Y+2)+a \\ &= Y^2+2Y+a\end{aligned}$$

$\therefore$ 완전제곱식이 되려면 $a=1$

5. $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$의 인수가 아닌 것은?

① $a - b + c$　② $a + b - c$　③ $-a + b - c$

④ $-a + b + c$　⑤ $-a - b + c$

해설

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 - c^2 + 2bc &= a^2 - (b^2 + c^2 - 2bc) \\ &= a^2 - (b - c)^2 \\ &= (a + b - c)(a - b + c) \end{aligned}$$

인수 : $(a + b - c)$, $(a - b + c)$(단, 복부호 동순)

6. $x^4 + 2x^2y^2 + 9y^4$을 인수분해하면?

① $(x^2 + 3y^2)^2$

② $(x^2 - 3y^2)^2$

③ $(x^2 + xy + 3y^2)(x^2 - xy + 3y^2)$

④ $(x^2 + 2xy + 3y^2)(x^2 - 2xy + 3y^2)$

⑤ $(x^2 + 2xy + 2y^2)(x^2 - 2xy + 2y^2)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^4 + 6x^2y^2 + 9y^4 - 4x^2y^2 \\ &= (x^2 + 3y^2)^2 - (2xy)^2 \\ &= (x^2 + 2xy + 3y^2)(x^2 - 2xy + 3y^2)\end{aligned}$$

7. 다항식 $2x^2 - xy - y^2 - 4x + y + 2$를 인수분해 한 식은?

① $(2x - y - 2)(x + y - 1)$
② $(2x + y + 2)(x - y + 1)$
③ $(2x - y - 2)(x - y - 1)$
④ $(2x + y - 2)(x + y - 1)$
⑤ $(2x + y - 2)(x - y - 1)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= 2x^2 - (y + 4)x - (y^2 - y - 2) \\ &= 2x^2 - (y + 4)x - (y + 1)(y - 2) \\ &= \{2x + (y - 2)\}\{x - (y + 1)\} \\ &= (2x + y - 2)(x - y - 1)\end{aligned}$$

8. $x^4-15x^2+10x+24=(x+a)(x+b)(x+c)(x+d)$ 일 때, $a+b+c+d$ 의 값을 구하면?

① -5 ② 0 ③ 2 ④ 3 ⑤ 5

해설

± 상수항의 약수 중에서 $x=-1,2$을 대입하면 식의 값이 0 이므로

주어진 식은 $x+1, x-2$을 인수로 갖는다.

조립제법으로 나누어 보면,

-1	1	0	-15	10	24
		-1	1	14	-24
2	1	-1	-14	24	0
		2	2	-24	
3	1	1	-12	0	
		3	12		
-4	1	4	0		
		-4			
	1	0			

$x^4-15x^2+10x+24$

$=(x+1)(x-2)(x-3)(x+4)$

$\therefore\ a+b+c+d=1+(-2)+(-3)+4=0$

9. 서로 다른 세 실수 x, y, z에 대하여 $x^3+y^3+z^3=3xyz$ 를 만족할 때, $x+y+z$ 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$x^3+y^3+z^3-3xyz$

$=(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)=0$

$(x+y+z)=0$ 또는 $x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx=0$

$\therefore\ x+y+z=0$ 또는 $\frac{1}{2}\{(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2\}=0$

그런데 x, y, z 가 서로 다른 세 실수$(x\neq y\neq z)$ 이므로

$x+y+z=0$

10. $\dfrac{2006^3 - 1}{2006 \times 2007 + 1}$ 의 값을 구하면?

① 2005 ② 2006 ③ 2007 ④ 2008 ⑤ 2009

해설

$a = 2006$ 로 놓으면

$$(\text{준식}) = \frac{a^3 - 1}{a(a+1) + 1} = \frac{(a-1)(a^2 + a + 1)}{a^2 + a + 1}$$

$$= a - 1 = 2005$$

11. 두 다항식 $A = x^2 - x - 2$, $B = x^2 - 5x + 6$에 대하여 다음 설명 중 옳은 것은?

① 두 다항식의 최대공약수는 $x - 1$이다.

② 두 다항식의 최소공배수는 $x^3 - 4x^2 - 3x + 6$이다.

③ 두 다항식의 합은 최대공약수와 같다.

④ 두 다항식의 차는 최소공배수와 같다.

⑤ 두 다항식의 곱은 최대공약수와 최소공배수의 곱과 같다.

해설

$A = (x-2)(x+1)$, $B = (x-2)(x-3)$
최대공약수 : $x - 2$
최소공배수 : $(x-2)(x+1)(x-3)$
$\therefore$(두 다항식의 곱) = (최대공약수)×(최소공배수) = $(x-2)^2(x+1)(x-3)$

12. 두 다항식 x^2+x-2, x^3+2x^2-3x의 최대공약수를 $G(x)$, 최소공배수를 $L(x)$라 할 때, $G(2)+L(2)$의 값을 구하면?

① 1 ② 11 ③ 21 ④ 31 ⑤ 41

해설

$x^2+x-2=(x+2)(x-1)$

$x^3+2x^2-3x=x(x-1)(x+3)$

$\therefore G(x)=x-1$

$L(x)=x(x-1)(x+2)(x+3)$

$\therefore G(2)+L(2)=1+40=41$

13. 두 다항식 x^2+3x+a, x^2-3x+b의 최대공약수가 $x-1$일 때, 최소공배수를 구하여라.

① $x^3+3x^2-12x+8$ ② $x^3-3x^2+10x-8$

③ $x^3+x^2-10x+8$ ④ x^3-9x+8

⑤ $x^3+2x^2-8x+10$

해설

최대공약수는 두 식의 인수이므로 인수정리를 이용하여 a, b를 구한다.

$1+3+a=0$ $1-3+b=0$에서 $a=-4$ $b=2$

$\therefore$ $x^2+3x-4=(x-1)(x+4)$

$x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$

그러므로 두 다항식의 최소공배수는

$(x-1)(x-2)(x+4)=x^3+x^2-10x+8$

14. 이차항의 계수가 1 인 두 다항식 A, B 의 최대공약수가 $x-1$, 최소공배수가 x^3-3x+2 일 때, $A+B$ 는?

① $2x^2-x-1$ ② $2x^2+x+1$ ③ $2x^2-2x-1$

④ $2x^2-2x+1$ ⑤ $2x^2-2x+3$

해설

$G=x-1,\ L=(x-1)^2(x+2)$

$A=(x-1)^2=x^2-2x+1,\ B=(x-1)(x+2)=x^2+x-2$

$A+B=2x^2-x-1$

15. 삼각형의 세 변의 길이 $a,\ b,\ c$가 $b^3 - ac^2 + a^2b + ab^2 + a^3 - bc^2 = 0$ 인 관계를 만족할 때, 이 삼각형의 모양은?

① 정삼각형
② 직각삼각형
③ 이등변삼각형
④ 둔각삼각형
⑤ 직각이등변삼각형

해설

차수가 가장 낮은 c에 대한 내림차순으로 정리한 뒤 인수분해 한다.

$-(a+b)c^2 + a^3 + a^2b + b^3 + ab^2 = 0$

$-(a+b)c^2 + a^2(a+b) + b^2(a+b) = 0$

$-(a+b)(c^2 - a^2 - b^2) = 0$

$(a+b \neq 0)$

$c^2 - a^2 - b^2 = 0$

$\therefore c^2 = a^2 + b^2$

$\therefore\ C = 90°$인 직각삼각형