

1. 등식  $2x^2 - 3x - 1 = a(x-1)(x-2) + bx(x-1) + cx(x-2)$  이  $x$ 에 관한 항등식이 되도록 할 때,  $a + b + c$ 의 값은?

① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

해설

수치대입법을 이용한다.

$$x = 0 \text{ 대입, } a = -\frac{1}{2}$$

$$x = 2 \text{ 대입, } b = \frac{1}{2}$$

$$x = 1 \text{ 대입, } c = 2$$

$$\therefore a + b + c = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 2 = 2$$

2. 등식  $(2k+1)y - (k+3)x + 10 = 0$  이  $k$ 의 값에 관계없이 항상 성립하도록 하는 상수  $x, y$ 에 대하여  $x+y$ 의 값은?

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

해설

$$(\text{준식}) = (y - 3x + 10) + (2y - x)k = 0$$

$$\therefore 2y = x, y - 3x = -10$$

$$\therefore x = 4, y = 2$$

$$\therefore x + y = 6$$

3. 다항식  $2x^3 + ax^2 + x + b$ 가  $x^2 - x + 1$ 로 나누어떨어질 때,  $a - b$ 의 값은?

① -4    ② -2    ③ 2    ④ 3    ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & 2x^3 + ax^2 + x + b \\ &= (x^2 - x + 1)(2x + c) \\ &= 2x^3 + (c - 2)x^2 + (2 - c)x + c \\ \therefore & a = c - 2, 1 = 2 - c, b = c \\ & c = 1 \text{ 이므로 } a = -1, b = 1 \\ \therefore & a - b = -2 \end{aligned}$$

4. 다항식  $x^3 + ax^2 + bx + 3$ 을  $x^2 - x - 12$ 로 나눈 나머지가  $14x - 9$ 일 때,  $a + b$ 의 값은?

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

몫을  $Q(x)$ 라 하면  
 $x^3 + ax^2 + bx + 3$   
 $= (x^2 - x - 12)Q(x) + 14x - 9$   
 $= (x - 4)(x + 3)Q(x) + 14x - 9$   
 $x = 4, x = -3$ 을 각각 대입하면  
 $16a + 4b + 67 = 47 \cdots \text{㉠}$   
 $9a - 3b - 24 = -51 \cdots \text{㉡}$   
㉠, ㉡을 연립하여 풀면  $a = -2, b = 3$   
 $\therefore a + b = 1$

5. 다항식  $(x^3 + x^2 - 2x - 1)^5$ 을 전개한 식이  $a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_{14}x^{14} + a_{15}x^{15}$ 일 때,  $a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \dots + a_{14} - a_{15}$ 의 값을 구하면?

- ① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & (x^3 + x^2 - 2x - 1)^5 \\ &= a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_{14}x^{14} + a_{15}x^{15} \\ & \text{양변에 } x = -1 \text{을 대입하면} \\ & (-1 + 1 + 2 - 1)^5 = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \dots + a_{14} - a_{15} = 1 \end{aligned}$$

6.  $f(x) = 3x^3 + ax^2 + bx - 12$ 가  $x - 1$ 로 나누어 떨어지고,  $x + 1$ 로 나누었을 때는 나머지가  $-14$ 이다. 상수  $a, b$ 의 곱  $ab$ 의 값은?

①  $-12$     ②  $12$     ③  $-20$     ④  $20$     ⑤  $-36$

해설

나머지 정리에 의해  $f(1) = 0, f(-1) = -14$

$$f(1) = 3 + a + b - 12 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$f(-1) = -3 + a - b - 12 = -14 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②를 연립하면,  $a = 5, b = 4$

$$\therefore ab = 20$$

7. 다항식  $f(x)$ 를  $x-1, x-2$ 로 나눈 나머지가 각각 1, 2일 때,  $f(x)$ 를  $x^2-3x+2$ 로 나눈 나머지를 구하면?

①  $x-1$

②  $x+1$

③  $-x+1$

④  $x$

⑤  $-x$

해설

$$f(x) = (x-1)Q_1(x) + 1 \Rightarrow f(1) = 1$$

$$f(x) = (x-2)Q_2(x) + 2 \Rightarrow f(2) = 2$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)Q_3(x) + ax + b \text{라 하면,}$$

$$f(1) = a + b = 1, \quad f(2) = 2a + b = 2 \text{이다.}$$

$$\therefore a = 1, \quad b = 0 \text{이므로 나머지는 } x$$

8.  $x$ 에 대한 다항식  $f(x)$ 를  $x-1$ 로 나눈 나머지는 6이고,  $(x-2)^2$ 으로 나눈 나머지는  $6x+1$ 이다. 이때,  $f(x)$ 를  $(x-1)(x-2)$ 로 나눈 나머지는?

①  $6x+7$

②  $-6x+5$

③  $7x+7$

④  $7x-1$

⑤  $8x+13$

해설

$$f(1) = 6, f(x) = (x-2)^2q(x) + 6x + 1$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b \text{에서}$$

$$f(1) = a + b = 6, f(2) = 2a + b = 13$$

$$\therefore a = 7, b = -1$$

따라서  $f(x)$ 를  $(x-1)(x-2)$ 로 나눈 나머지는  $7x-1$ 이다.

9.  $x$ 의 다항식  $f(x)$ 를  $x+1$ 로 나눌 때, 나머지가 2이다. 이 때,  $(x^2-x+3)f(x)$ 를  $x+1$ 로 나눈 나머지를 구하면?

① 10      ② 6      ③ 0      ④ 30      ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned} f(-1) &= 2 \\ (x^2-x+3)f(x) &= (x+1)Q(x) + R \\ x &= -1 \text{ 대입} \\ \therefore R &= 5f(-1) = 5 \times 2 = 10 \end{aligned}$$

10.  $x$ 에 대한 다항식  $x^3+ax^2-x+b$ 를  $x-1$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. 다음 중 옳지 않은 것은?

$$\begin{array}{r|rrrr} k & 1 & a & -1 & b \\ & & c & d & a \\ \hline & 1 & 4 & 3 & 5 \end{array}$$

- ①  $a=3$                       ②  $b=2$                       ③  $c=1$   
 ④  $d=4$                       ⑤  $k=-1$

**해설**

다항식  $x^3+ax^2-x+b$ 를  $x-1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & a & -1 & b \\ & & 1 & a+1 & a \\ \hline & 1 & a+1 & a & b+a \end{array}$$

$k=1, a=3, b=2, c=1, d=4$   
 따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

11. 등식  $x^3 + x - 1 = (x-a)(x-b)(x-c)$ 가 항등식일 때,  $a^3 + b^3 + c^3$ 의 값을 구하면?

- ① 2      ② 5      ③ 3      ④ 7      ⑤ -7

해설

$$\begin{aligned}x^3 + x - 1 &= (x-a)(x-b)(x-c) \\ &= x^3 - (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x - abc \\ \therefore a+b+c &= 0, ab+bc+ca = 1, abc = 1 \\ a^3 + b^3 + c^3 - 3abc & \\ &= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2 - ab - bc - ca) \\ \therefore a^3 + b^3 + c^3 &= 3\end{aligned}$$

12. 다음 식  $(3x^2 - x + 2)(4x^3 - 5x^2 + x + 1)^5$  을 전개했을 때, 계수들의 총합은?

- ① 4      ② -32      ③ -64      ④ 32      ⑤ 64

해설

다항식의 계수들의 총합을 구할 경우

$x = 1$  을 대입한다.

$$(3 - 1 + 2)(4 - 5 + 1 + 1)^5 = 4 \times 1 = 4$$

13.  $x$ 의 다항식  $f(x) = x^5 - ax - 1$ 이 계수가 정수인 일차인수를 갖도록 정수  $a$ 의 값을 구하면?

①  $a = 0$  또는 2      ②  $a = 1$  또는 2      ③  $a = -1$  또는 2

④  $a = 0$  또는 1      ⑤  $a = 0$  또는 -2

해설

상수항이 -1 이므로 만일 일차인수가 있다면 그것은  $x - 1$  또는  $x + 1$  뿐이다.

(i)  $f(1) = 1 - a - 1 = 0$  에서  $a = 0$

(ii)  $f(-1) = -1 + a - 1 = 0$  에서  $a = 2$

14.  $x^{30}$ 을  $x-3$ 으로 나눌 때 몫을  $Q(x)$ , 나머지를  $R$ 라 하면  $Q(x)$ 의 계수의 총합(상수항 포함)과  $R$ 과의 차는?

- ①  $\frac{1}{2}(3^{29} + 1)$       ②  $\frac{1}{2} \cdot 3^{30}$       ③  $\frac{1}{2}(3^{30} - 1)$   
④  $\frac{1}{2}(3^{30} + 1)$       ⑤  $\frac{1}{2}(3^{29} - 1)$

해설

$$x^{30} = (x-3)Q(x) + R$$

$$x = 3 \text{을 대입하면 } 3^{30} = R$$

$Q(x)$ 의 계수의 총합은  $Q(1)$ 과 같으므로

$$x = 1 \text{을 대입하면 } 1 = -2Q(1) + 3^{30}$$

$$\therefore Q(1) = \frac{3^{30} - 1}{2}$$

$$\therefore R - Q(1) = 3^{30} - \frac{3^{30} - 1}{2} = \frac{3^{30} + 1}{2} = \frac{1}{2}(3^{30} + 1)$$

15. 다항식  $f(x)$ 를  $x^2 + x + 1$ 로 나누면  $3x + 2$ 가 남고, 그 몫을  $x - 1$ 로 나누면 2가 남는다. 이 다항식  $f(x)$ 를  $x^3 - 1$ 로 나눈 나머지를  $R(x)$ 라 할 때,  $\frac{1}{2}R(2)$ 의 값을 구하면?

① 41      ② 31      ③ 21      ④ 11      ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 + x + 1)Q(x) + 3x + 2 \\ &= (x^2 + x + 1)((x - 1)p(x) + 2) + 3x + 2 \\ &= (x^3 - 1)p(x) + 2x^2 + 5x + 4 \\ \therefore R(x) &= 2x^2 + 5x + 4 \\ \therefore \frac{1}{2}R(2) &= 11 \end{aligned}$$