**1.** 두 다항식 $A, B$에 대하여 연산 $\triangle$, $\blacktriangledown$를 $A \triangle B = 2A + B$, $\mathrm{A} \blacktriangledown B = A - 3B$로 정의한다.
$A = 2 + 3x^2 - x^3$, $B = x^2 + 3x + 1$일 때 $A \blacktriangledown (B \triangle A)$를 구하면?

① $2x^3 - 18x - 10$
② $2x^3 - 12x^2 - 18x - 10$
③ $2x^3 + 12x^2 + 18x + 10$
④ $2x^3 + 12x^2 + 18x - 10$
⑤ $2x^3 - 12x^2 + 18x + 10$

해설

$$\begin{aligned} A \blacktriangledown (B \triangle A) &= A \blacktriangledown (2B + A) \\ &= A - 3(2B + A) = -2A - 6B \end{aligned}$$

위와 같이 식을 간단히 정리한 후 $A, B$에 대입하여 정리한다.

**2.** $2x^4 - x^3 + 2x^2 + a$를 $x^2 + x + 1$로 나누어 떨어지도록 하는 상수 $a$의 값을 구하면?

① $-3$ ② $3$ ③ $-6$ ④ $6$ ⑤ $12$

해설

직접 나누어 본다.
$\therefore a - 3 = 0, a = 3$

해설

$x^2 + x + 1 = 0$이 되는 $x$값을 대입한다.
$x^2 + x + 1 = 0$에서 $(x-1)(x^2 + x + 1) = 0$, $x^3 - 1 = 0$
$\therefore x^3 = 1$
준 식의 좌변에 $x^3 = 1$, $x^2 = -x - 1$을 대입하면
$2x - 1 + 2(-x-1) + a = 0$, $a - 3 = 0$
$\therefore\ a = 3$

**3.** 사차식 $3x^4-5x^2+4x-7$을 이차식 $A$로 나누었더니 몫이 $x^2-2$이고 나머지가 $4x-5$일 때, 이차식 $A$를 구하면?

① $3x^2-2$ ② $3x^2-1$ ③ $3x^2$

④ $3x^2+1$ ⑤ $3x^2+2$

해설

검산식 : $3x^4-5x^2+4x-7=A(x^2-2)+4x-5$

$A=\dfrac{3x^4-5x^2-2}{x^2-2}=3x^2+1$

**4.** 다항식 $f(x) = 4x^3 + ax^2 + x + 1$을 $x + \frac{1}{2}$로 나누면 나머지가 1일 때, 다항식 $f(x)$를 $2x + 1$로 나눈 몫 $Q(x)$와 나머지 $R$을 구하면?

① $Q(x) = 2x^2 - x,\ R = 1$
② $Q(x) = 2x^2 + x,\ R = 1$
③ $Q(x) = 2x^2 - 2x,\ R = 1$
④ $Q(x) = 4x^2 - 2x,\ R = \frac{1}{2}$
⑤ $Q(x) = 4x^2 + 2x,\ R = \frac{1}{2}$

해설

$f\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 = \frac{a}{4} \therefore a = 4$

따라서 $f(x) = 4x^3 + 4x^2 + x + 1$
$= x(4x^2 + 4x + 1) + 1$
$= x(2x + 1)^2 + 1$

$2x + 1$로 나누면 $Q(x) = 2x^2 + x,\ R = 1$

**5.** 다음 식을 전개한 것 중 옳은 것을 고르면?

① $(x-y-z)^2 = x^2 - y^2 - z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

② $(3x-2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 18xy^2 - 8y^3$

③ $(x+y)(x-y)(x^2+xy-y^2)(x^2-xy+y^2) = x^9 - y^9$

④ $(x^2-2xy+2y^2)(x^2+2xy+2y^2) = x^4 + 4y^4$

⑤ $(x+y-1)(x^2+y^2-xy+2x+2y+1) = x^3 + y^3 - 3xy - 1$

해설

① $(x-y-z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$
② $(3x-2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 36xy^2 - 8y^3$
③ $(x+y)(x-y)(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$
$= x^6 - y^6$
⑤ $(x+y-1)(x^2+y^2-xy+x+y+1)$
$= x^3 + y^3 - 3xy - 1$

**6.** $(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)$를 전개할 때, 각 항의 계수의 총합을 $a$, 상수항을 $b$라 할 때, $a+b$의 값을 구하면?

① 8 ② 15 ③ 24 ④ 36 ⑤ 47

해설

$(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)$
$= (x^2+x-2)(x^2+x-12)(x^2+x=X(\text{치환}))$
$= (X-2)(X-12)$
$= X^2-14X+24$
$= (x^2+x)^2-14(x^2+x)+24$
$= x^4+2x^3-13x^2-14x+24$
$\therefore\ a=1+2-13-14+24=0,\ b=24$
$\therefore\ a+b=0+24=24$

해설

㉠ 각 항 계수의 총합 구하기
$x=1$ 대입, $a=0$
㉡ 상수항 구하기
$x=0$ 대입, $b=24$

**7.** $P = (2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)$ 의 값을 구하면?

① $2^{32}-1$ ② $2^{32}+1$ ③ $2^{31}-1$

④ $2^{31}+1$ ⑤ $2^{17}-1$

**해설**

주어진 식에 $(2-1)=1$ 을 곱해도 식은 성립하므로

$P = (2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)$

$= (2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^16+1)$

$= (2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)$

$= \quad \vdots$

$= (2^{16}-1)(2^{16}+1)$

$= 2^{32}-1$

**8.** $(-2x^3+x^2+ax+b)^2$ 의 전개식에서 $x^3$ 의 계수가 $-8$ 일 때, $a-2b$ 의 값은?

① $-6$ ② $-4$ ③ $-2$ ④ $0$ ⑤ $2$

**해설**

전개할 때 삼차항은 일차항과 이차항의 곱, 삼차항과 상수항의 곱이 각각 2 개씩 나온다.

$(-2x^3 \times b) \times 2 + (x^2 \times ax) \times 2 = (-4b+2a)x^3$

$2a-4b=-8$

$\therefore\ a-2b=-4$

**9.** 세 실수 $a, b, c$ 에 대하여 $a+b+c=2,\ a^2+b^2+c^2=6,\ abc=-1$ 일 때, $a^3+b^3+c^3$ 의 값은?

① 11　② 12　③ 13　④ 14　⑤ 15

해설

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^3+2(ab+bc+ca)$

$ab+bc+ca=-1$

$a^3+b^3+c^3$

$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)+3abc$

$=2\times(6-(-1))-3=11$

**10.** $x+y+z=1$, $xy+yz+zx=2$, $xyz=3$ 일 때, $(x+y)(y+z)(z+x)$의 값을 구하면?

① $-2$ ② $-1$ ③ $0$ ④ $1$ ⑤ $2$

해설

$x+y+z=1$ 에서
$x+y=1-z$
$y+z=1-x$
$z+x=1-y$
$(x+y)(y+z)(z+x)=(1-z)(1-x)(1-y)$
$=1-(x+y+z)+(xy+yz+zx)-xyz$
$=1-1+2-3=-1$

**11.** 두 다항식 $(1+x+x^2+x^3)^3$, $(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$ 의 $x^3$ 의 계수를 각각 $a$, $b$라 할 때, $a-b$의 값은?

① $4^3-5^3$　　② $3^3-3^4$　　③ 0

④ 1　　⑤ $-1$

해설

두 다항식이 $1+x+x^2+x^3$을 포함하고 있으므로 $1+x+x^2+x^3=A$라 놓으면

$(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$

$=(A+x^4)^3$

$=A^3+3A^2x^4+3Ax^8+x^{12}$

$=A^3+(3A^2+3Ax^4+x^8)x^4$

이 때 $(3A^2+3Ax^4+x^8)x^4$은 $x^3$항을 포함하고 있지 않으므로 두 다항식의 $x^3$의 계수는 같다.

$\therefore\ a-b=0$

**12.** $a = 2004$, $b = 2001$ 일 때, $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ 의 값은?

① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 29

해설

준 식은 $(a-b)^3$ 이다.
$a - b = 2004 - 2001 = 3$
$\therefore\ (a-b)^3 = 3^3 = 27$

**13.** 직육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자의 겉넓이는 52 이고, 모서리의 길이의 합은 36 이다. 이 상자의 대각선의 길이는?

① 5　　② $\sqrt{29}$　　③ $\sqrt{33}$　　④ 6　　⑤ $\sqrt{42}$

해설

세 모서리의 길이를 $a$, $b$, $c$라 하면
$2(ab+bc+ca)=52$
$4(a+b+c)=36 \rightarrow a+b+c=9$
(직육면체 대각선의 길이)
$=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$
$=\sqrt{(a+b+c+)^2-2(ab+bc+ca)}$
$=\sqrt{81-52}=\sqrt{29}$

**14.** $x^2-x+1=0$ 일 때, $x^5+\dfrac{1}{x^5}$ 의 값은?

① $-2$　② $-1$　③ $0$　④ $1$　⑤ $2$

해설

$x^2-x+1=0$, 양변에 $x+1$을 곱하면,
$(x+1)(x^2-x+1)=0$
$x^3+1=0$, $x^3=-1$ 에서 $x^5=x^3\times x^2=-x^2$
$x^5+\dfrac{1}{x^5}=-\left(x^2+\dfrac{1}{x^2}\right)\cdots\cdots$①
$x^2-x+1=0$ 를 $x$로 나누어 정리한다.
$x+\dfrac{1}{x}=1$
$x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2-2=-1$
① 에 대입하면, $x^5+\dfrac{1}{x^5}=1$

**15.** $x^2+x-1=0$ 일 때, $x^5-5x$ 의 값을 구하면?

① 2　② 1　③ 0　④ −1　⑤ −3

해설

$x^5-5x$ 를 $x^2+x-1$ 로 나누면
즉, $x^5-5x=(x^2+x-1)\times$ 몫$-3$
$x^2+x-1=0$
$\therefore\ x^5-5x=-3$

해설

다음과 같이 식의 차수를 낮춰 나갈 수 있다.
$x^2=-x+1$

$$\begin{aligned} x^5-5x &= (x^2)^2\times x-5x \\ &= x(-x+1)^2-5x \\ &= x^3-2x^2-4x \\ &= x(-x+1)-2(-x+1)-4x \\ &= -x^2-x-2 \\ &= -(x^2+x)-2 \\ &= -1-2=-3 \end{aligned}$$