

1. 세 점 A(1, -1), B(2, 1), C(3, 3)를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 무게 중심의 좌표는?

① (1, 1)

② (2, 1)

③ (3, 1)

④ (0, 1)

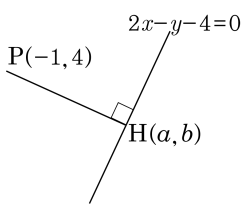
⑤ (2, 2)

해설

$$\text{무게중심 } G\left(\frac{1+2+3}{3}, \frac{-1+1+3}{3}\right) = (2, 1)$$

2. 다음 그림과 같이 점 $P(-1, 4)$ 에서 직선 $2x - y - 4 = 0$ 에 내린 수선의 발을 $H(a, b)$ 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



해설

$\overline{PH}$ 는 점 $P(-1, 4)$ 를 지나고

기울기가 $-\frac{1}{2}$ 인 직선이므로

$$y - 4 = -\frac{1}{2}(x + 1)$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2} \cdots \cdots \textcircled{1}$$

따라서, 두 직선의 교점이 $H(a, b)$ 이므로

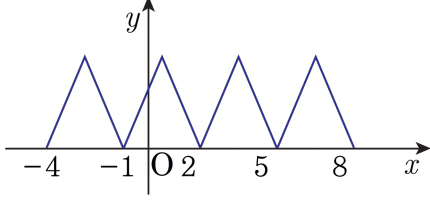
①과 $2x - y - 4 = 0$ 을 연립하여 풀면

$$x = 3, y = 2 \text{ 이다.}$$

$$\therefore a = 3, b = 2$$

$$\therefore a + b = 5$$

3. 다음은 실수전체의 집합에서 정의된 주기함수 $y = f(x)$ 의 그래프이다.
이 함수의 주기를 구하면?



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$2 - (-1) = 3$ 이므로, 모든 x 에 대하여
 $f(x + 3) = f(x)$ 이다.
또한, $f(x + p) = f(x)$ 를 만족시키는 p 는
 $-3, 3, 6, 9 \dots$ 등 이지만
이 중에서 최소의 양수는 3 이므로
이 함수의 주기는 3 이다.

4. $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ 의 분모를 유리화하면 $a + b\sqrt{c}$ 이다.
 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b + c = 13$

해설

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} &= \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})} \\ &= \frac{3 + 2\sqrt{6} + 2}{3 - 2} \\ &= 5 + 2\sqrt{6}\end{aligned}$$

$\therefore a = 5, b = 2, c = 6$ 이므로

$$a + b + c = 5 + 2 + 6 = 13$$

5. 두 점 A(-5, 1), B(3, 7) 을 지름의 양끝으로 하는 원의 중심을 (a, b) , 반지름의 길이를 r 이라 할 때, $a + b + r$ 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

A(-5, 1) B(3, 7) 이 지름의 양끝이므로

$\overline{AB}$ 의 중점은 중심의 좌표와 같다.

중점

$$M = \left(\frac{-5+3}{2}, \frac{1+7}{2} \right) = (-1, 4) = (a, b)$$

반지름

$$r = \sqrt{(-5+1)^2 + (1-4)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$\therefore a + b + r = -1 + 4 + 5 = 8$$

6. 도형 $y = 2x$ 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하면?

① $y = 2x$

② $y = -2x$

③ $y = \frac{1}{2}x$

④ $y = -\frac{1}{2}x$

⑤ $y = 2x + 1$

해설

$y = x$ 대칭은 $x \rightarrow y$ 좌표로, $y \rightarrow x$ 를 대입한다.

7. 두 집합

$A = \{x \mid x \text{는 } 28 \text{의 약수}\},$

$B = \{1, 2, 14, 28, a, b\}$

에 대하여 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.

$A = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$ 이고

$B = \{1, 2, 14, 28, a, b\}$ 이므로

$a + b = 4 + 7 = 11$ 이다.

8. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$ 일 때, $(A - B) \subset X$, $X - A = \emptyset$ 을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 2 개

▷ 정답 : 2 개

해설

$(A - B) \subset X \subset A$, 즉 $\{1, 3, 5\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 5\}$ 이므로 집합 X 의 개수는 2 개이다.

9. $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ 이고, $a + b + c = 14$ 일 때, $\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c}$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

코시-슈바르츠의 부등식에 의하여
 $(1^2 + 2^2 + 3^2) \{(\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 + (\sqrt{c})^2\}$
 $\geq (\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c})^2$
 $(\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c})^2 \leq 14(a + b + c) = 14^2$
이 때 $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ 이므로
 $0 \leq \sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c} \leq 14$
따라서 최댓값은 14이다.

10. $2x = 3y = 4z$ 일 때, $\frac{x^2 - y^2 - z^2}{xy - yz - zx}$ 의 값은?

- ① 6 ② $-\frac{6}{11}$ ③ $\frac{6}{11}$ ④ $-\frac{11}{6}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

해설

$$2x = 3y = 4z = k(k \neq 0) \Rightarrow x = \frac{k}{2}, y = \frac{k}{3}, z = \frac{k}{4}$$

$$\frac{\frac{k^2}{4} - \frac{k^2}{9} - \frac{k^2}{16}}{\frac{k^2}{6} - \frac{k^2}{12} - \frac{k^2}{8}} = \frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{9} - \frac{1}{16}}{\frac{1}{6} - \frac{1}{12} - \frac{1}{8}} = -\frac{11}{6}$$

11. 무리함수 $y = \sqrt{9+3x}-2$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 고르면?

- ① 그래프는 x 축과 점 $\left(\frac{5}{3}, 0\right)$ 에서 만난다.
- ② 정의역은 $\{x|x \leq -3\}$ 이다.
- ③ 치역은 $\{y|y \geq -1\}$ 이다.
- ④ 그래프를 평행이동하면 $y = -\sqrt{3x}$ 의 그래프와 겹칠 수 있다.
- ⑤ 제4 사분면을 지나지 않는다.

해설

① $y = \sqrt{9+3x}-2$ 에 $x = \frac{5}{3}$ 를 대입하면

$$y = \sqrt{14}-2$$

따라서, 점 $\left(\frac{5}{3}, \sqrt{14}-2\right)$ 를 지난다.

② $9+3x \geq 0$ 에서 $x \geq -3$

따라서, 정의역은 $\{x|x \geq -3\}$ 이다.

③ $\sqrt{9+3x} \geq 0$ 이므로 치역은

$\{y|y \geq -2\}$ 이다.

④ $y = \sqrt{9+3x}-2 = \sqrt{3(x+3)}-2$ 이므로

$y = \sqrt{3x}$ 의 그래프를

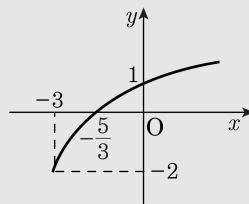
x 축의 방향으로 -3 만큼,

y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 것이다.

⑤ $y = \sqrt{9+3x}-2$ 의 그래프는

그림과 같으므로

제4 사분면을 지나지 않는다.



12. 두 점 A(2, 3), B(6, 1)이 있다. 점 P가 x 축 위에 있을 때, $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값을 구하면?

① 4 ② $4\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ $4\sqrt{3}$

해설

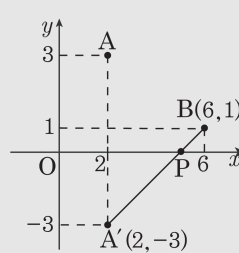
(2, 3)을 x 축에 대해

대칭이동한 점을

A'(2, -3)라 하면

최단거리는 $\overline{A'B}$ 의 길이

$$\therefore \sqrt{(2-6)^2 + (-3-1)^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$



13. 점 $P(x, y)$ 가 원 $x^2 + y^2 = 1$ 위를 움직일 때, 점 $Q(x + y, x - y)$ 의 자취는 원을 나타낸다. 이 원의 넓이는?

① π ② 2π ③ 3π ④ 4π ⑤ 5π

해설

$X = x + y$, $Y = x - y$ 로 놓고, x, y 에 관하여 연립하여 풀면

$$x = \frac{1}{2}(X + Y),$$

$$y = \frac{1}{2}(X - Y)$$

이것을 $x^2 + y^2 = 1$ 에 대입하여 정리하면

$$X^2 + Y^2 = (\sqrt{2})^2$$

따라서 구하는 넓이는 $\pi \cdot (\sqrt{2})^2 = 2\pi$

14. 좌표축을 평행이동하여 원점을 점 (a, b) 로 이동하였더니 방정식 $x^2 + y^2 = 16$ 이 새로운 좌표축에서 $x^2 + y^2 + 4x - 2y + c = 0$ 인 방정식으로 되었다. 이 때, 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값은?

① -10 ② -12 ③ -14 ④ -16 ⑤ -18

해설

원점을 점 (a, b) 로 평행이동시키는 좌표축의 변환은, 좌표평면 위의 모든 점을 x 축으로 $-a$ 만큼, y 축으로 $-b$ 만큼 평행이동시키는 변환과 같다.

또, 원을 평행이동하면 반지름의 길이는 변하지 않고 중심좌표만 평행이동된다.

$\therefore x^2 + y^2 = 16 \rightarrow (x - a)^2 + (y - b)^2 = 16$ 으로 이동

$\therefore x^2 + y^2 + 4x - 2y + c = 0 \rightarrow (x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 5 - c$ 이므로

$a = -2, b = +1, c = 5 - c = 16 \rightarrow c = -11$

$\therefore a + b + c = -12$

15. x, y 가 0보다 큰 실수일 때, $(2x+y)\left(\frac{8}{x}+\frac{1}{y}\right)$ 의 최솟값은?

① 16

② 18

③ 19

④ 25

⑤ 27

해설

$$\begin{aligned}(2x+y)\left(\frac{8}{x}+\frac{1}{y}\right) &= 17 + \frac{2x}{y} + \frac{8y}{x} \\ &\geq 17 + 2\sqrt{\frac{2x}{y} \cdot \frac{8y}{x}} \\ &= 17 + 8 = 25\end{aligned}$$

따라서 $\frac{2x}{y} = \frac{8y}{x}$ 일 때 최솟값은 25 이다.