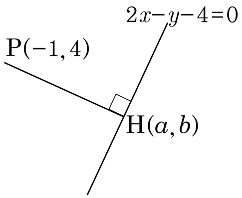
1. 세 점 $A(1,\ -1)$, $B(2,\ 1)$, $C(3,\ 3)$를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$의 무게중심의 좌표는?

① $(1,\ 1)$ ② $(2,\ 1)$ ③ $(3,\ 1)$
④ $(0,\ 1)$ ⑤ $(2,\ 2)$

해설

무게중심 $G\left(\dfrac{1+2+3}{3},\ \dfrac{-1+1+3}{3}\right)=(2,\ 1)$

2. 다음 그림과 같이 점 $\mathrm{P}(-1,4)$ 에서 직선 $2x-y-4=0$ 에 내린 수선의 발을 $\mathrm{H}(a,b)$ 라 할 때, $a+b$ 의 값은?



① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$\overline{\mathrm{PH}}$ 는 점 $\mathrm{P}(-1,4)$ 를 지나고

기울기가 $-\frac{1}{2}$ 인 직선이므로

$y-4=-\frac{1}{2}(x+1)$

$\therefore y=-\frac{1}{2}x+\frac{7}{2}\cdots\cdots$ ㉠

따라서, 두 직선의 교점이 $\mathrm{H}(a,b)$ 이므로

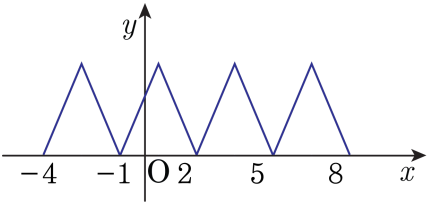
㉠과 $2x-y-4=0$ 을 연립하여 풀면

$x=3, y=2$ 이다.

$\therefore a=3,\ b=2$

$\therefore a+b=5$

3. 다음은 실수전체의 집합에서 정의된 주기함수$y = f(x)$ 의 그래프이다. 이 함수의 주기를 구하면?



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$2-(-1)=3$ 이므로, 모든 x 에 대하여
$f(x+3)=f(x)$ 이다.
또한, $f(x+p)=f(x)$ 를 만족시키는 p 는
$-3,\ 3,\ 6,\ 9\cdots$ 등 이지만
이 중에서 최소의 양수는 3 이므로
이 함수의 주기는 3 이다.

4. $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ 의 분모를 유리화하면 $a+b\sqrt{c}$ 이다.
$a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b+c=13$

해설

$$\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}$$

$$=\frac{3+2\sqrt{6}+2}{3-2}$$

$$=5+2\sqrt{6}$$

$\therefore a=5, b=2, c=6$ 이므로

$a+b+c=5+2+6=13$

5. 두 점 $A(-5,\ 1)$, $B(3,\ 7)$ 을 지름의 양끝으로 하는 원의 중심을 $(a,\ b)$, 반지름의 길이를 r 이라 할 때, $a+b+r$ 의 값은?

① 5　　② 6　　③ 7　　④ 8　　⑤ 9

해설

$A(-5,\ 1)$ $B(3,\ 7)$ 이 지름의 양끝이므로
$\overline{AB}$ 의 중점은 중심의 좌표와 같다.
중점

$$M = \left(\frac{-5+3}{2},\ \frac{1+7}{2}\right) = (-1,\ 4) = (a,\ b)$$

반지름

$$r = \sqrt{(-5+1)^2 + (1-4)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$\therefore\ a+b+r = -1+4+5 = 8$

6. 도형 $y = 2x$를 직선 $y = x$에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하면?

① $y = 2x$ ② $y = -2x$ ③ $y = \frac{1}{2}x$

④ $y = -\frac{1}{2}x$ ⑤ $y = 2x + 1$

해설

$y = x$대칭은 $x \to y$좌표로, $y \to x$를 대입한다.

7. 두 집합

$A = \{x \mid x$는 28의 약수$\}$,

$B = \{1,\ 2,\ 14,\ 28,\ a,\ b\}$

에 대하여 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.

$A = \{1,\ 2,\ 4,\ 7,\ 14,\ 28\}$ 이고

$B = \{1,\ 2,\ 14,\ 28,\ a,\ b\}$ 이므로

$a + b = 4 + 7 = 11$ 이다.

8. 두 집합 $A=\{1,2,3,5\}$, $B=\{2,4,6,8\}$ 일 때, $(A-B)\subset X, X-A=\varnothing$ 을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ **답:** ____ 개

▷ **정답:** 2 개

해설

$(A-B)\subset X\subset A$, 즉 $\{1,3,5\}\subset X\subset\{1,2,3,5\}$ 이므로 집합 X 의 개수는 2 개이다.

9. $a \geq 0,\ b \geq 0,\ c \geq 0$ 이고, $a+b+c=14$ 일 때, $\sqrt{a}+2\sqrt{b}+3\sqrt{c}$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

코시-슈바르츠의 부등식에 의하여

$(1^2+2^2+3^2)\left\{(\sqrt{a})^2+(\sqrt{b})^2+(\sqrt{c})^2\right\}$

$\geq (\sqrt{a}+2\sqrt{b}+3\sqrt{c})^2$

$(\sqrt{a}+2\sqrt{b}+3\sqrt{c})^2 \leq 14(a+b+c)=14^2$

이 때 $a \geq 0,\ b \geq 0, c \geq 0$ 이므로

$0 \leq \sqrt{a}+2\sqrt{b}+3\sqrt{c} \leq 14$

따라서 최댓값은 14 이다.

10. $2x=3y=4z$일 때, $\dfrac{x^2-y^2-z^2}{xy-yz-zx}$의 값은?

① 6 ② $-\dfrac{6}{11}$ ③ $\dfrac{6}{11}$ ④ $-\dfrac{11}{6}$ ⑤ $\dfrac{11}{6}$

해설

$$2x=3y=4z=k(k\neq 0)\Rightarrow x=\frac{k}{2},\ y=\frac{k}{3},\ z=\frac{k}{4}$$

$$\frac{\frac{k^2}{4}-\frac{k^2}{9}-\frac{k^2}{16}}{\frac{k^2}{6}-\frac{k^2}{12}-\frac{k^2}{8}}=\frac{\frac{1}{4}-\frac{1}{9}-\frac{1}{16}}{\frac{1}{6}-\frac{1}{12}-\frac{1}{8}}=-\frac{11}{6}$$

11. 무리함수 $y = \sqrt{9+3x} - 2$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 고르면?

① 그래프는 x 축과 점 $\left(\frac{5}{3},\ 0\right)$ 에서 만난다.

② 정의역은 $\{x|x \le -3\}$ 이다.

③ 치역은 $\{y|y \ge -1\}$ 이다.

④ 그래프를 평행이동하면 $y = -\sqrt{3x}$ 의 그래프와 겹칠 수 있다.

⑤ 제4 사분면을 지나지 않는다.

해설

① $y = \sqrt{9+3x} - 2$ 에 $x = \frac{5}{3}$ 를 대입하면

$y = \sqrt{14} - 2$

따라서, 점 $\left(\frac{5}{3},\ \sqrt{14} - 2\right)$ 를 지난다.

② $9 + 3x \ge 0$ 에서 $x \ge -3$

따라서, 정의역은 $\{x|x \ge -3\}$ 이다.

③ $\sqrt{9+3x} \ge 0$ 이므로 치역은

$\{y|y \ge -2\}$ 이다.

④ $y = \sqrt{9+3x} - 2 = \sqrt{3(x+3)} - 2$ 이므로

$y = \sqrt{3x}$ 의 그래프를

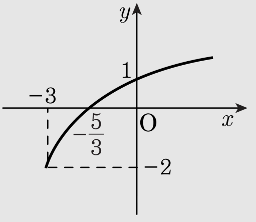
x 축의 방향으로 -3 만큼,

y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 것이다.

⑤ $y = \sqrt{9+3x} - 2$ 의 그래프는

그림과 같으므로

제4 사분면을 지나지 않는다.



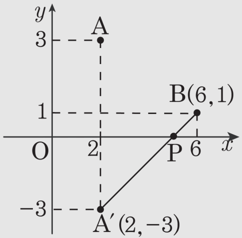
12. 두 점 A(2, 3), B(6, 1)이 있다. 점 P가 x축 위에 있을 때, $\overline{AP}+\overline{BP}$의 최솟값을 구하면?

① 4 ② $4\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ $4\sqrt{3}$

해설

(2, 3)을 x축에 대해 대칭이동한 점을 A′(2, −3)라 하면 최단거리는 $\overline{A'B}$의 길이

$\therefore \sqrt{(2-6)^2+(-3-1)^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$



13. 점 $\mathrm{P}(x,\ y)$ 가 원 $x^2+y^2=1$ 위를 움직일 때, 점 $\mathrm{Q}(x+y,\ x-y)$ 의 자취는 원을 나타낸다. 이 원의 넓이는?

① π ② 2π ③ 3π ④ 4π ⑤ 5π

해설

$X=x+y$, $Y=x-y$ 로 놓고, $x,\ y$ 에 관하여 연립하여 풀면

$x=\frac{1}{2}(X+Y)$,

$y=\frac{1}{2}(X-Y)$

이것을 $x^2+y^2=1$ 에 대입하여 정리하면

$X^2+Y^2=(\sqrt{2})^2$

따라서 구하는 넓이는 $\pi\cdot(\sqrt{2})^2=2\pi$

14. 좌표축을 평행이동하여 원점을 점 $(a,\ b)$ 로 이동하였더니 방정식 $x^2 + y^2 = 16$ 이 새로운 좌표축에서 $x^2 + y^2 + 4x - 2y + c = 0$ 인 방정식으로 되었다. 이 때, 상수 $a,\ b,\ c$ 의 합 $a+b+c$ 의 값은?

① -10　② -12　③ -14　④ -16　⑤ -18

해설

원점을 점 $(a,\ b)$ 로 평행이동시키는 좌표축의 변환은, 좌표평면 위의 모든 점을 x축으로 $-a$만큼, y축으로 $-b$만큼 평행이동시키는 변환과 같다.
또, 원을 평행이동하면 반지름의 길이는 변하지 않고 중심좌표만 평행이동된다.
$\therefore x^2 + y^2 = 16 \rightarrow (x-a)^2 + (y-b)^2 = 16$ 으로 이동
$\therefore x^2 + y^2 + 4x - 2y + c = 0 \rightarrow (x+2)^2 + (y-1)^2 = 5-c$ 이므로
$a = -2,\ b = +1,\ c = 5 - c = 16 \rightarrow c = -11$
$\therefore\ a + b + c = -12$

15. x, y가 0보다 큰 실수일 때, $(2x+y)\left(\frac{8}{x}+\frac{1}{y}\right)$의 최솟값은?

① 16　② 18　③ 19　④ 25　⑤ 27

해설

$$(2x+y)\left(\frac{8}{x}+\frac{1}{y}\right)=17+\frac{2x}{y}+\frac{8y}{x}$$
$$\geq 17+2\sqrt{\frac{2x}{y}\cdot\frac{8y}{x}}$$
$$=17+8=25$$

따라서 $\frac{2x}{y}=\frac{8y}{x}$ 일 때 최솟값은 25 이다.