

1. 두 다항식 $A = 5x^3 + x^2 - 6x + 7$, $B = 2x^3 - 4x^2 - 1$ 에 대하여 $2A - 3B$ 를 계산한 식에서 x^2 의 계수는 얼마인가?

① 14 ② -12 ③ 4 ④ 17 ⑤ 18

해설

$$\begin{aligned} 2A - 3B &= 2(5x^3 + x^2 - 6x + 7) - 3(2x^3 - 4x^2 - 1) \\ &= 4x^3 + 14x^2 - 12x + 17 \end{aligned}$$

$\therefore x^2$ 의 계수 : 14

해설

이차항만 뽑아서 계산한다.

$$2A - 3B \Rightarrow 2(x^2) - 3(-4x^2) = 2x^2 + 12x^2 = 14x^2$$

2. $(3a+3b)-2b=3a+(3b-2b)=3a+b$ 에서 사용된 법칙을 순서대로 나열한 것은?

① 결합법칙, 결합법칙

② 교환법칙, 결합법칙

③ 교환법칙, 분배법칙

④ 결합법칙, 분배법칙

⑤ 분배법칙, 결합법칙

해설

$$\begin{aligned}(3a+3b)-2b &= 3a+(3b-2b) : \text{결합법칙} \\ &= 3a+(3-2)b : \text{분배법칙} \\ &= 3a+b\end{aligned}$$

3. 다음 중 $(x-y)^2(x+y)^2$ 을 전개한 식은?

① $x^4 - y^4$

② $x^2 - y^2$

③ $x^4 - 2x^2y^2 + y^4$

④ $x^4 - x^2y^2 + y^4$

⑤ $x^4 - 4x^2y^2 + y^4$

해설

$$\begin{aligned}(x-y)^2(x+y)^2 &= \{(x-y)(x+y)\}^2 \\ &= (x^2 - y^2)^2 \\ &= x^4 - 2x^2y^2 + y^4\end{aligned}$$

4. 모든 실수 x 에 대하여 등식 $3x^2 + 2x + 7 = a(x+1)^2 + b(x+1) + c$ 가 성립할 때, 상수 c 의 값은?

- ① -6 ② -7 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

항등식이므로 우변을 전개하여 동류항끼리 비교한다.
 $3x^2 + 2x + 7 = ax^2 + (2a + b)x + a + b + c$
 $a = 3, 2a + b = 2, a + b + c = 7$
 $\therefore$ 연립하면 $a = 3, b = -4, c = 8$

해설

조립제법 사용

$$\begin{array}{r|rrr} -1 & 3 & 2 & 7 \\ & & -3 & 1 \\ \hline -1 & 3 & -1 & 8 & \Rightarrow c \\ & & -3 & \\ \hline & 3 & -4 & \Rightarrow b \\ & \downarrow & & \\ & a & & \end{array}$$

5. 임의의 실수 x 에 대하여 $x^2-3x+2=a+bx+cx(x-1)+dx(x-1)(x-2)$ 가 항상 성립할 때, $a+b+c+d$ 의 값을 구하면? (단, a, b, c, d 는 상수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x=0$ 을 대입하면 $a=2$
 $x=1$ 을 대입하면 $b=-2$
 $x=2$ 을 대입하면 $c=1$
3차항은 없으므로 $d=0$
 $\therefore a+b+c+d=1$

6. 다항식 $x^3 - 3x - 3$ 을 다항식 $x^2 - 2x - 1$ 로 나누었을 때의 몫이 $ax + b$ 이고, 나머지가 $cx + d$ 이었다. 이 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$x^3 - 3x - 3 = (x^2 - 2x - 1)(ax + b) + cx + d$$

에서 계수를 비교하면

$$a = 1, -b + d = -3, -a - 2b + c = -3, b - 2a = 0$$

$$\text{에서 } a = 1, b = 2, d = -1, c = 2$$

$$\therefore a + b + c + d = 1 + 2 + (-1) + 2 = 4$$

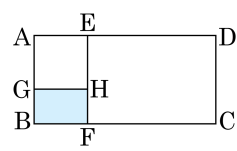
7. x 에 대한 다항식 $A = 2x^3 + 5x^2 + 4$ 를 다항식 B 로 나눌 때, 몫이 $2x + 1$ 이고, 나머지가 $-6x + 2$ 이다. 이 때, 다항식 B 를 구하면?

- ① $x^2 + 2x + 2$ ② $x^2 + x + 2$ ③ $x^2 - x + 2$
④ $x^2 - 2x + 2$ ⑤ $x^2 - 3x + 2$

해설

$$\begin{aligned} A &= B(2x + 1) - 6x + 2 \text{ 에서} \\ B(2x + 1) &= 2x^3 + 5x^2 + 6x + 2 \\ \therefore B &= (2x^3 + 5x^2 + 6x + 2) \div (2x + 1) \\ &= x^2 + 2x + 2 \end{aligned}$$

8. 다음 그림의 사각형 AGHE, 사각형 EFCD는 정사각형이고, $\overline{AD} = a$, $\overline{AB} = b$ 일때, 사각형 GBFH의 넓이는?



- ① $a^2 - 2ab - b^2$ ② $a^2 + 3b^2 - 2ab$
 ③ $-a^2 + 3ab - 2b^2$ ④ $-a^2 + 3ab - b^2$
 ⑤ $-a^2 + 2ab - b^2$

해설

$$\begin{aligned} \square GBFH &= \square ABCD - \square AGHE - \square EFCD \\ &= ab - (a-b)^2 - b^2 = ab - (a^2 - 2ab + b^2) - b^2 \\ &= -a^2 + 3ab - 2b^2 \end{aligned}$$

9. $(x+y)^n$ 을 전개할 때 항의 개수는 $n+1$ 개이다. 다항식 $\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$ 을 전개할 때, 항의 개수를 구하면 ?

① 7개 ② 8개 ③ 12개 ④ 13개 ⑤ 64개

해설

$$\begin{aligned} & \{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4 \\ &= \{(4a^2-9b^2)^3\}^4 \\ &= (4a^2-9b^2)^{12} \\ &\therefore (4a^2-9b^2)^{12} \text{의 항의 개수는 13개이다.} \end{aligned}$$

10. $(2x^3 - 3x^2 + 3x + 4)(3x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 7x + 8)$ 을 전개한 식에서 x^3 의 계수는?

① 31

② 33

③ 35

④ 37

⑤ 39

해설

$$2x^3 \times 8 - 3x^2 \times (-7x) + 3x \times (-2x^2) + 4 \times 2x^3 = 39x^3$$

11. $a^2 + b^2 + c^2 = 9$, $ab + bc + ca = 9$, $a + b + c$ 의 값은?

① $-3\sqrt{2}$

② $-2\sqrt{3}$

③ $\pm 3\sqrt{3}$

④ $\pm 3\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}(a + b + c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \\ &= 9 + 18 = 27\end{aligned}$$

$$\therefore a + b + c = \pm 3\sqrt{3}$$

12. $(x+y)a - (x-y)b - (y-z)c - 4z = 0$ 이 x, y, z 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, 곱 abc 를 구하면?

① 4

② 8

③ 16

④ 32

⑤ 64

해설

x, y, z 에 대해 정리하면

$$(a-b)x + (a+b-c)y + (c-4)z = 0$$

x, y, z 에 대한 항등식이므로

$$a = b, a + b - c = 0, c = 4$$

$$\therefore a = b = 2, c = 4$$

$$\therefore abc = 16$$

13. a, b 는 정수이고, $ax^3 + bx^2 + 1$ 이 $x^2 - x - 1$ 로 나누어 떨어질 때, b 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로

$$ax^3 + bx^2 + 1$$

$$= (x^2 - x - 1)(ax - 1)$$

$$= ax^3 - (1+a)x^2 + (1-a)x + 1$$

양변의 계수를 비교하면

$$-(1+a) = b, 1-a = 0$$

$$\therefore a = 1, b = -2$$

14. x 에 대한 다항식 $(4x^2 - 3x + 1)^5$ 을 전개하였을 때, 모든 계수들(상수항 포함)의 합은?

① 0 ② 16 ③ 32 ④ 64 ⑤ 1024

해설

$(4x^2 - 3x + 1)^5$ 을 전개하여 x 에 대한 내림차순으로 정리하면 $(4x^2 - 3x + 1)^5 = a_0x^{10} + a_1x^9 + a_2x^8 + \cdots + a_9x + a_{10}$ 과 같이 된다.

여기서 모든 계수들의 합

$a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$ 을 구하려면

$x = 1$ 을 대입하면 된다.

즉, $(4 - 3 + 1)^5 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$

모든 계수들의 합은 $2^5 = 32$

15. 다항식 $x^4 - 3x^2 + ax + 5$ 를 $x + 2$ 로 나누면 나머지가 3이다. a 의 값은?

① 0

② 2

③ 3

④ -2

⑤ -3

해설

$x^4 - 3x^2 + ax + 5 = f(x)$ 라 놓자.

$f(-2) = 3$ 에서 $-2a + 9 = 3$

$\therefore a = 3$

16. 다항식 $f(x)$ 를 두 일차식 $x-1$, $x-2$ 로 나눌 때의 나머지는 각각 2, 1이다. 이때, $f(x)$ 를 x^2-3x+2 로 나눌 때 나머지는?

① $x+3$

② $-x+3$

③ $x-3$

④ $-x-3$

⑤ $-x+1$

해설

$f(x)$ 를 $x-1$, $x-2$ 로 나눈 나머지는 각각 2, 1이므로
 $f(1)=2, f(2)=1$, 구하는 나머지를 $ax+b$ 라 하자.

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2-3x+2)Q(x) + ax + b \\ &= (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

양변에 각각 $x=1$, $x=2$ 를 대입하면

$$f(1) = a + b = 2, \quad f(2) = 2a + b = 1$$

두 식을 연립하여 구하면 $a = -1, b = 3$

$\therefore$ 구하는 나머지는 $-x+3$

17. $f(x) = 3x^3 + px^2 + qx + 12$ 가 $x + 2$ 로도 나누어떨어지고, $x - 1$ 로도 나누어떨어질 때, $\frac{q}{p}$ 의 값은?

① 9 ② 4 ③ -9 ④ -3 ⑤ -12

해설

$$f(-2) = -24 + 4p - 2q + 12 = 0$$

$$f(1) = 3 + p + q + 12 = 0$$

$$p = -3, q = -12, \frac{q}{p} = \frac{-12}{-3} = 4$$

18. 다항식 $f(x) = x^3 + 2x^2 - x + k$ 가 일차식 $x - 1$ 을 인수로 가질 때, 이 다항식 $f(x)$ 를 인수분해 하면?

① $(x - 2)(x - 1)(x + 1)$

② $(x - 1)x(x + 2)$

③ $(x + 1)(x - 1)(x + 2)$

④ $(x - 2)(x - 1)(x + 2)$

⑤ $(x - 2)(x + 1)(x + 2)$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x - 1)Q(x) \Rightarrow f(1) = 0 \\ \therefore f(1) &= 2 + k = 0, \quad \therefore k = -2 \\ \therefore f(x) &= x^3 + 2x^2 - x - 2 \\ &= (x - 1)(x + 1)(x + 2) \end{aligned}$$

19. 다항식 $f(x) = x^3 + ax^2 + 3$ 을 일차식 $x - 1$ 로 나누어 떨어지도록 a 의 값을 정하면?

① -2

② -4

③ -6

④ -8

⑤ -10

해설

$$f(1) = 1 + a + 3 = 0, a = -4$$

20. 등식 $3x^2 + 2x + 1 = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c$ 이 x 에 관한 항등식일 때, 상수 b 의 값은?

- ① 3
- ② -4
- ③ 2
- ④ 8
- ⑤ 6

해설

$3x^2 + 2x + 1 = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c$
 $= (x - 1) \{ a(x - 1) + b \} + c$

1		3	2	1	
			3	5	
1		3	5	6	← c
			3		
		3	8		← c
		↑			
		a			

해설

$x = 1$ 을 대입하면 $c = 6$
 $3x^2 + 2x + 1 = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + 6$
 $\rightarrow 3x^2 + 2x - 5 = a(x - 1)^2 + b(x - 1)$
 $\rightarrow (x - 1)(3x + 5) = a(x - 1)^2 + b(x - 1)$
 $\rightarrow$ 양변을 $x - 1$ 로 나누면
 $3x + 5 = a(x - 1) + b = ax - a + b$
 $\therefore a = 3, b = 8$
※ 준식의 우변을 모두 전개해서 계수비교하여 구할 수도 있다.

21. $x^2 - x + 1 = 0$ 일 때, $x^5 + \frac{1}{x^5}$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$x^2 - x + 1 = 0$, 양변에 $x + 1$ 을 곱하면,

$$(x + 1)(x^2 - x + 1) = 0$$

$$x^3 + 1 = 0, x^3 = -1 \text{ 에서 } x^5 = x^3 \times x^2 = -x^2$$

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = -\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \dots\dots \textcircled{1}$$

$x^2 - x + 1 = 0$ 를 x 로 나누어 정리한다.

$$x + \frac{1}{x} = 1$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = -1$$

$$\textcircled{1} \text{ 에 대입하면, } x^5 + \frac{1}{x^5} = 1$$

22. $\frac{2x+3a}{4x+2}$ 가 x 에 관계없이 일정한 값을 가질 때, a 의 값을 구하면?
(단, $x \neq -\frac{1}{2}$)

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

해설

$$\frac{2x+3a}{4x+2} = k \text{ (일정)라 놓으면}$$

$$2x+3a = k(4x+2) \text{ 에서 } (2-4k)x + (3a-2k) = 0$$

이 식은 x 에 대한 항등식이므로

$$2-4k = 0, 3a-2k = 0$$

$$\therefore k = \frac{1}{2} \text{ 이므로 } a = \frac{1}{3}$$

23. k 의 값에 관계없이 $(2k^2 - 3k)x - (k + 2)y - (k^2 - 4)z = 28$ 이 항상 성립하도록 x, y, z 의 값을 정할 때, $3x + y + z$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

주어진 식을 k 에 대해 정리하면

$$(2x - z)k^2 - (3x + y)k - (2y - 4z + 28) = 0$$

$$\therefore 2x - z = 0, 3x + y = 0, 2y - 4z + 28 = 0$$

$z = 2x$, $y = -3x$ 을 $2y - 4z + 28 = 0$ 에 대입하면

$$x = 2, y = -6, z = 4$$

$$\therefore 3x + y + z = 4$$

24. 다항식 $2x^{30} + 2x^{28} - x$ 를 $x + 1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 할 때, $Q(x)$ 를 $x - 1$ 로 나누었을 때의 나머지는?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$2x^{30} + 2x^{28} - x = (x + 1)Q(x) + R$$

양변에 $x = -1$ 을 대입 하면,

$$2 + 2 + 1 = R \therefore R = 5$$

양변에 $x = 1$ 을 대입 하면,

$$2 + 2 - 1 = 2Q(1) + 5$$

$$\therefore Q(1) = -1$$

25. 다항식 $f(x)$ 를 $(x-1)(x-2)$ 로 나눈 나머지가 $4x+3$ 일 때 $f(2x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지는?

① -1 ② 0 ③ 3 ④ 7 ⑤ 11

해설

$$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + 4x + 3$$

$$x=2 \text{를 대입하면 } f(2) = 11$$

$f(2x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지를 R 이라 하면

$$f(2x) = (x-1)Q'(x) + R$$

$$x=1 \text{을 대입하면 } f(2) = R$$

$$\therefore R = 11$$