1. 두 다항식 $A = 5x^3 + x^2 - 6x + 7$, $B = 2x^3 - 4x^2 - 1$에 대하여 $2A - 3B$를 계산한 식에서 x^2의 계수는 얼마인가?

① 14 ② -12 ③ 4 ④ 17 ⑤ 18

해설

$2A - 3B$
$= 2(5x^3 + x^2 - 6x + 7) - 3(2x^3 - 4x^2 - 1)$
$= 4x^3 + 14x^2 - 12x + 17$

$\therefore$ x^2의 계수 : 14

해설

이차항만 뽑아서 계산한다.
$2A - 3B \Rightarrow 2(x^2) - 3(-4x^2) = 2x^2 + 12x^2 = 14x^2$

2. $(3a+3b)-2b=3a+(3b-2b)=3a+b$에서 사용된 법칙을 순서대로 나열한 것은?

① 결합법칙, 결합법칙
② 교환법칙, 결합법칙
③ 교환법칙, 분배법칙
④ 결합법칙, 분배법칙
⑤ 분배법칙, 결합법칙

해설

$$\begin{aligned}(3a+3b)-2b &= 3a+(3b-2b) &&: \text{결합법칙}\\ &= 3a+(3-2)b &&: \text{분배법칙}\\ &= 3a+b\end{aligned}$$

3. 다음 중 $(x-y)^2(x+y)^2$ 을 전개한 식은?

① $x^4 - y^4$
② $x^2 - y^2$
③ $x^4 - 2x^2y^2 + y^4$
④ $x^4 - x^2y^2 + y^4$
⑤ $x^4 - 4x^2y^2 + y^4$

해설

$$\begin{aligned}(x-y)^2(x+y)^2 &= \{(x-y)(x+y)\}^2 \\ &= (x^2-y^2)^2 \\ &= x^4 - 2x^2y^2 + y^4\end{aligned}$$

4. 모든 실수 x에 대하여 등식 $3x^2+2x+7=a(x+1)^2+b(x+1)+c$가 성립할 때, 상수 c의 값은?

① -6 ② -7 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

항등식이므로 우변을 전개하여 동류항끼리 비교한다.

$3x^2+2x+7=ax^2+(2a+b)x+a+b+c$

$a=3,\ 2a+b=2,\ a+b+c=7$

$\therefore$ 연립하면 $a=3,\ b=-4,\ c=8$

해설

조립제법 사용

$$\begin{array}{r|rrr} -1 & 3 & 2 & 7 \\ & & -3 & 1 \\ \hline -1 & 3 & -1 & 8 \\ & & -3 & \\ \hline & 3 & -4 & \end{array} \quad \begin{array}{l} \\ \\ \Rightarrow c \\ \\ \Rightarrow b \end{array}$$

$\Downarrow$

a

5. 임의의 실수 x에 대하여 $x^2-3x+2=a+bx+cx(x-1)+dx(x-1)(x-2)$가 항상 성립할 때, $a+b+c+d$의 값을 구하면? (단, a, b, c, d는 상수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x=0$을 대입하면 $a=2$

$x=1$을 대입하면 $b=-2$

$x=2$을 대입하면 $c=1$

3차항은 없으므로$d=0$

$\therefore\ a+b+c+d=1$

6. 다항식 $x^3 - 3x - 3$을 다항식 $x^2 - 2x - 1$로 나누었을 때의 몫이 $ax + b$이고, 나머지가 $cx + d$이었다. 이 때, $a + b + c + d$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^3 - 3x - 3 = (x^2 - 2x - 1)(ax + b) + cx + d$

에서 계수를 비교하면

$a = 1,\ -b + d = -3,\ -a - 2b + c = -3,\ b - 2a = 0$

에서 $a = 1,\ b = 2,\ d = -1,\ c = 2$

$\therefore\ a + b + c + d = 1 + 2 + (-1) + 2 = 4$

7. x 에 대한 다항식 $A = 2x^3 + 5x^2 + 4$ 를 다항식 B 로 나눌 때, 몫이 $2x + 1$ 이고, 나머지가 $-6x + 2$ 이다. 이 때, 다항식 B 를 구하면?

① $x^2 + 2x + 2$ ② $x^2 + x + 2$ ③ $x^2 - x + 2$

④ $x^2 - 2x + 2$ ⑤ $x^2 - 3x + 2$

해설

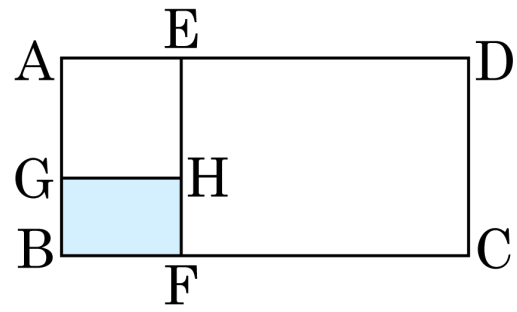
$A = B(2x + 1) - 6x + 2$ 에서

$B(2x + 1) = 2x^3 + 5x^2 + 6x + 2$

$\therefore B = (2x^3 + 5x^2 + 6x + 2) \div (2x + 1)$

$= x^2 + 2x + 2$

8. 다음 그림의 사각형 AGHE, 사각형 EFCD는 정사각형이고, $\overline{AD} = a$, $\overline{AB} = b$일 때, 사각형 GBFH의 넓이는?



① $a^2 - 2ab - b^2$

② $a^2 + 3b^2 - 2ab$

③ $-a^2 + 3ab - 2b^2$

④ $-a^2 + 3ab - b^2$

⑤ $-a^2 + 2ab - b^2$

해설

$\square GBFH = \square ABCD - \square AGHE - \square EFCD$

$= ab - (a-b)^2 - b^2 = ab - (a^2 - 2ab + b^2) - b^2$

$= -a^2 + 3ab - 2b^2$

9. $(x+y)^n$ 을 전개할 때 항의 개수는 $n+1$ 개이다. 다항식 $\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$ 을 전개할 때, 항의 개수를 구하면 ?

① 7 개 ② 8 개 ③ 12 개 ④ 13 개 ⑤ 64 개

해설

$\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$

$= \{(4a^2-9b^2)^3\}^4$

$= (4a^2-9b^2)^{12}$

$\therefore$ $(4a^2-9b^2)^{12}$ 의 항의 개수는 13 개이다.

10. $(2x^3 - 3x^2 + 3x + 4)(3x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 7x + 8)$을 전개한 식에서 x^3의 계수는?

① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

해설

$2x^3 \times 8 - 3x^2 \times (-7x) + 3x \times (-2x^2) + 4 \times 2x^3 = 39x^3$

11. $a^2+b^2+c^2=9,\ ab+bc+ca=9,\ a+b+c$의 값은?

① $-3\sqrt{2}$ ② $-2\sqrt{3}$ ③ $\pm 3\sqrt{3}$

④ $\pm 3\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}(a+b+c)^2 &= a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)\\ &= 9+18=27\end{aligned}$$

$\therefore\ a+b+c=\pm 3\sqrt{3}$

12. $(x+y)a-(x-y)b-(y-z)c-4z=0$이 $x,\ y,\ z$의 값에 관계없이 항상 성립할 때, 곱 abc를 구하면?

① 4 ② 8 ③ 16 ④ 32 ⑤ 64

해설

x, y, z에 대해 정리하면

$(a-b)x+(a+b-c)y+(c-4)z=0$

$x,\ y,\ z$에 대한 항등식이므로

$a=b,\ a+b-c=0,\ c=4$

$\therefore\ a=b=2,\ c=4$

$\therefore\ abc=16$

13. $a,\ b$는 정수이고, ax^3+bx^2+1이 x^2-x-1로 나누어 떨어질 때, b의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로

ax^3+bx^2+1

$=(x^2-x-1)(ax-1)$

$=ax^3-(1+a)x^2+(1-a)x+1$

양변의 계수를 비교하면

$-(1+a)=b, 1-a=0$

$\therefore\quad a=1, b=-2$

14. x에 대한 다항식 $(4x^2-3x+1)^5$을 전개하였을 때, 모든 계수들(상수항 포함)의 합은?

① 0 ② 16 ③ 32 ④ 64 ⑤ 1024

해설

$(4x^2-3x+1)^5$을 전개하여 x에 대한 내림차순으로 정리하면
$(4x^2-3x+1)^5 = a_0x^{10}+a_1x^9+a_2x^8+\cdots+a_9x+a_{10}$과 같이 된다.
여기서 모든 계수들의 합
$a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{10}$을 구하려면
$x=1$을 대입하면 된다.
즉, $(4-3+1)^5 = a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{10}$
모든 계수들의 합은 $2^5=32$

15. 다항식 $x^4 - 3x^2 + ax + 5$를 $x + 2$로 나누면 나머지가 3이다. a의 값은?

① 0 ② 2 ③ 3 ④ -2 ⑤ -3

해설

$x^4 - 3x^2 + ax + 5 = f(x)$라 놓자.

$f(-2) = 3$에서 $-2a + 9 = 3$

$\therefore\ a = 3$

16. 다항식 $f(x)$를 두 일차식 $x-1,\ x-2$로 나눌 때의 나머지는 각각 2, 1이다. 이때, $f(x)$를 x^2-3x+2로 나눌 때 나머지는?

① $x+3$ ② $-x+3$ ③ $x-3$

④ $-x-3$ ⑤ $-x+1$

해설

$f(x)$를 $x-1,\ x-2$로 나눈 나머지는 각각 $2, 1$이므로
$f(1)=2, f(2)=1$, 구하는 나머지를 $ax+b$라 하자.

$$f(x)=(x^2-3x+2)Q(x)+ax+b$$
$$=(x-1)(x-2)Q(x)+ax+b$$

양변에 각각 $x=1,\ x=2$를 대입하면
$f(1)=a+b=2,\ f(2)=2a+b=1$
두 식을 연립하여 구하면 $a=-1, b=3$
$\therefore$ 구하는 나머지는 $-x+3$

17. $f(x)=3x^3+px^2+qx+12$ 가 $x+2$ 로도 나누어떨어지고, $x-1$ 로도 나누어떨어질 때, $\dfrac{q}{p}$ 의 값은?

① 9 ② 4 ③ -9 ④ -3 ⑤ -12

해설

$f(-2)=-24+4p-2q+12=0$

$f(1)=3+p+q+12=0$

$p=-3,\ q=-12,\ \dfrac{q}{p}=\dfrac{-12}{-3}=4$

18. 다항식 $f(x)=x^3+2x^2-x+k$가 일차식 $x-1$을 인수로 가질 때, 이 다항식 $f(x)$를 인수분해 하면?

① $(x-2)(x-1)(x+1)$ ② $(x-1)x(x+2)$

③ $(x+1)(x-1)(x+2)$ ④ $(x-2)(x-1)(x+2)$

⑤ $(x-2)(x+1)(x+2)$

해설

$f(x)=(x-1)Q(x) \Rightarrow f(1)=0$

$\therefore f(1)=2+k=0, \quad \therefore k=-2$

즉, $f(x)=x^3+2x^2-x-2$

$=(x-1)(x+1)(x+2)$

19. 다항식 $f(x) = x^3 + ax^2 + 3$을 일차식 $x - 1$로 나누어 떨어지도록 a의 값을 정하면?

① -2 ② -4 ③ -6 ④ -8 ⑤ -10

해설

$f(1) = 1 + a + 3 = 0$, $a = -4$

20. 등식 $3x^2+2x+1=a(x-1)^2+b(x-1)+c$ 이 x 에 관한 항등식일 때, 상수 b 의 값은?

① 3 ② -4 ③ 2 ④ 8 ⑤ 6

해설

$3x^2+2x+1=a(x-1)^2+b(x-1)+c$

$=(x-1)\{a(x-1)+b\}+c$

1	3	2	1	
		3	5	
1	3	5	6	← c
		3		
	3	8	← c	
	↑			
	a			

해설

$x=1$ 을 대입하면 $c=6$

$3x^2+2x+1=a(x-1)^2+b(x-1)+6$

$\rightarrow 3x^2+2x-5=a(x-1)^2+b(x-1)$

$\rightarrow (x-1)(3x+5)=a(x-1)^2+b(x-1)$

$\rightarrow$ 양변을 $x-1$ 로 나누면

$3x+5=a(x-1)+b=ax-a+b$

$\therefore\ a=3,\ b=8$

※ 준식의 우변을 모두 전개해서 계수비교하여 구할 수도 있다.

21. $x^2 - x + 1 = 0$ 일 때, $x^5 + \frac{1}{x^5}$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^2 - x + 1 = 0$, 양변에 $x + 1$ 을 곱하면,

$(x + 1)(x^2 - x + 1) = 0$

$x^3 + 1 = 0$, $x^3 = -1$ 에서 $x^5 = x^3 \times x^2 = -x^2$

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = -\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \cdots\cdots ①$$

$x^2 - x + 1 = 0$ 를 x 로 나누어 정리한다.

$$x + \frac{1}{x} = 1$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = -1$$

① 에 대입하면, $x^5 + \frac{1}{x^5} = 1$

22. $\dfrac{2x+3a}{4x+2}$가 x에 관계없이 일정한 값을 가질 때, a의 값을 구하면?

$\left(\text{단, } x \neq -\dfrac{1}{2}\right)$

① 1 ② $\dfrac{1}{2}$ ③ $\dfrac{1}{3}$ ④ $\dfrac{1}{4}$ ⑤ $\dfrac{1}{5}$

해설

$\dfrac{2x+3a}{4x+2} = k$ (일정)라 놓으면

$2x+3a = k(4x+2)$ 에서 $(2-4k)x + (3a-2k) = 0$

이 식은 x에 대한 항등식이므로

$2-4k = 0$, $3a-2k = 0$

$\therefore\ k = \dfrac{1}{2}$ 이므로 $a = \dfrac{1}{3}$

23. k의 값에 관계없이 $(2k^2-3k)x-(k+2)y-(k^2-4)z=28$이 항상 성립하도록 x, y, z의 값을 정할 때, $3x+y+z$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

주어진 식을 k에 대해 정리하면

$(2x-z)k^2-(3x+y)k-(2y-4z+28)=0$

$\therefore\ 2x-z=0, 3x+y=0, 2y-4z+28=0$

$z=2x,\ y=-3x$을 $2y-4z+28=0$에 대입하면

$x=2,\ y=-6,\ z=4$

$\therefore\ 3x+y+z=4$

24. 다항식 $2x^{30}+2x^{28}-x$를 $x+1$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$라 할 때, $Q(x)$를 $x-1$로 나누었을 때의 나머지는?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$2x^{30}+2x^{28}-x=(x+1)Q(x)+R$

양변에 $x=-1$을 대입 하면,

$2+2+1=R \therefore\ R=5$

양변에 $x=1$을 대입 하면,

$2+2-1=2Q(1)+5$

$\therefore\ Q(1)=-1$

25. 다항식 $f(x)$를 $(x-1)(x-2)$로 나눈 나머지가 $4x+3$일 때 $f(2x)$를 $x-1$로 나눈 나머지는?

① -1 ② 0 ③ 3 ④ 7 ⑤ 11

해설

$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + 4x + 3$

$x = 2$를 대입하면 $f(2) = 11$

$f(2x)$를 $x-1$로 나눈 나머지를 R이라 하면

$f(2x) = (x-1)Q'(x) + R$

$x = 1$을 대입하면 $f(2) = R$

$\therefore\ R = 11$