

1. x 가 정수일 때, $y = 2x^2 - 3x + 6$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$y = 2x^2 - 3x + 6 = 2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{39}{8}$$

x 가 정수이므로 $x = 1$ 일 때, 최솟값 5 를 갖는다.

2. 연립부등식 $3x - 2 \leq 5x + 8 \leq 4x + 17$ 의 해가 $a \leq x \leq b$ 일 때, a, b 의 값은?

- ① $a = -5, b = 7$ ② $a = -5, b = 9$ ③ $a = -5, b = 11$
④ $a = 5, b = 9$ ⑤ $a = 5, b = 11$

해설

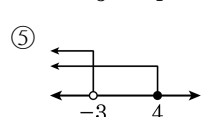
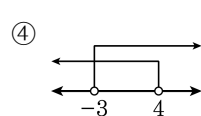
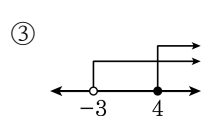
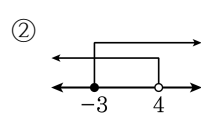
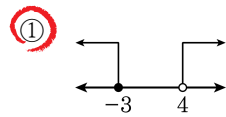
$$3x - 2 \leq 5x + 8 \leq 4x + 17$$

$$\begin{cases} 3x - 2 \leq 5x + 8 \\ 5x + 8 \leq 4x + 17 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq -5 \\ x \leq 9 \end{cases}$$

$$-5 \leq x \leq 9$$

$$\therefore a = -5, b = 9$$

3. 연립부등식 $\begin{cases} 7x - 10 > 2x + 10 \\ 5x + 3 \leq 2(x - 3) \end{cases}$ 의 해를 수직선 위에 바르게 나타낸 것은?



해설

$$\begin{aligned} 7x - 10 &> 2x + 10, 5x > 20, x > 4 \\ 5x + 3 &\leq 2x - 6, 3x \leq -9, x \leq -3 \\ \therefore x &\leq -3, x > 4 \end{aligned}$$

4. $3\overline{PA} = 2\overline{PB}$ 가 되도록 하는 선분 AB 위의 점 P에 대하여 A(-3, 2)이고, P(1, 0)일 때, 점 B의 x 좌표와 y 좌표의 합은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$3\overline{PA} = 2\overline{PB}$ 이므로

$\overline{PA} : \overline{PB} = 2 : 3$ 이고,

점 P가 선분 AB 위의 점이므로

점 P는 선분 AB를 2 : 3으로 내분하는 점이다.

이 때, 점 B의 좌표를 B(a, b)라 하면

$$\left(\frac{2 \times a + 3 \times (-3)}{2 + 3}, \frac{2 \times b + 3 \times 2}{2 + 3} \right) = (1, 0)$$

$$\frac{2a - 9}{5} = 1, \frac{2b + 6}{5} = 0$$

$$\therefore a = 7, b = -3$$

$$\therefore a + b = 4$$

5. 평행사변형 ABCD에서 꼭짓점 A(-1, -2), B(6, 4), D(0, 2)이고, $\overline{AB}$ 와 BC가 이웃하는 두 변일 때 나머지 한 꼭짓점 C의 좌표는?

① C(5, 0)

② C(0, 5)

③ C(7, 8)

④ C(8, 7)

⑤ C(7, 6)

해설

$C(a, b)$ 라고 하면, 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{AC}$ 의 중점과 $\overline{BD}$ 의 중점은 같다.

$$\left(\frac{-1+a}{2}, \frac{-2+b}{2}\right) = \left(\frac{6+0}{2}, \frac{4+2}{2}\right)$$

$$-1+a=6, \quad -2+b=6$$

$$\therefore a=7, \quad b=8$$

$$\therefore C(7, 8)$$

6. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$ 일 때, 다음 중 A 의 부분집합이 아닌 것은?

① $\{1, 3\}$

② $\emptyset$

③ $\{1, 5, 7\}$

④ $\{\emptyset, 1, 3\}$

⑤ $\{1, 3, 5, 7\}$

해설

A 의 부분집합 : $\emptyset, \{1\}, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{1, 3\}, \{1, 5\}, \{1, 7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}, \{1, 3, 5\}, \{1, 3, 7\}, \{1, 5, 7\}, \{3, 5, 7\}, \{1, 3, 5, 7\}$

7. 두 집합 $A = \{a^2 - 2, a + 3\}$, $B = \{2, -2a - 1, -2a + 1\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{2\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$ 일 때, 상수 a 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$A \cap B = \{2\}$ 에서 $2 \in A$ 이므로 $a^2 - 2 = 2$ 또는 $a + 3 = 2$

$a^2 - 2 = 2$ 에서 $a = 2$ 또는 $a = -2$

(i) $a = 2$ 일 때,

$$A = \{2, 5\}, B = \{2, -5, -3\}$$

$$A \cup B = \{-5, -3, 2, 5\}$$

(ii) $a = -2$ 일 때,

$$A = \{1, 2\}, B = \{2, 3, 5\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$$

(iii) $a + 3 = 2$ 일 때, $a = -1$

$$A = \{-1, 2\}, B = \{1, 2, 3\}$$

$$A \cup B = \{-1, 1, 2, 3\}$$

$\therefore a = -2$

8. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 40, n(A) = 14, n(B) = 19, n(A \cup B) = 21$ 일 때, $n(B^c) - n(A - B)$ 의 값은?

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 15 ⑤ 19

해설

$n(B^c) = n(U) - n(B) = 40 - 19 = 21$ 이다. $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$, $21 = 14 + 19 - n(A \cap B)$ 이므로 $n(A \cap B) = 12$ 이다. $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 14 - 12 = 2$ 이므로 $n(B^c) - n(A - B) = 21 - 2 = 19$ 이다.

9. 자연수 전체의 집합 N 에 대하여 함수 $f : N \rightarrow N$ 을 $f(n) = (n \text{의 양의 약수의 개수})$ 로 정의한다. 이 때, 집합 $A = \{n | f(n) = 2\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은 무엇인가?

① $1 \in A$

② $2 \in A$

③ $4 \in A$

④ $6 \in A$

⑤ $10 \in A$

해설

$f(n) = 2$ 란 소수를 말함. 따라서 정답은 ②

10. 양수 a, b, c, d 는 $a : b = c : d$ 가 성립한다. 다음 중에서 옳은 것은?

① $ac = bd$

② $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

③ $a + b = c + d$

④ $a - c = b - d$

⑤ $\frac{a}{d} = \frac{b}{c}$

해설

$a : b = c : d$ 이면 $ad = bc$

11. 함수 $y = \frac{x+2}{x-1}$ 의 정의역은 $x \neq a$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq b$ 인 모든 실수이다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

함수 $y = \frac{x+2}{x-1}$ 의 정의역이 $x \neq a$ 인 모든 실수이고

치역이 $y \neq b$ 인 모든 실수이면 $x=a$, $y=b$ 는 점근선이다.

따라서 $y = \frac{(x-1)+3}{x-1} = \frac{3}{x-1} + 1$ 에서

$a=1$, $b=1$ 이므로

$\therefore a+b=1+1=2$

12. x 에 대한 다항식 $x^3 + kx^2 + kx - 1$ 을 $x - 2$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 $Q_1(x)$, R_1 , $x + 2$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 $Q_2(x)$, R_2 라 할 때, $R_1 = R_2$ 를 만족하는 실수 k 의 값을 구하면?

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}x^3 + kx^2 + kx - 1 &= (x - 2)Q_1(x) + R_1 \\ &= (x + 2)Q_2(x) + R_2\end{aligned}$$

$$x = 2 \text{ 대입, } R_1 = 8 + 4k + 2k - 1 = 6k + 7$$

$$x = -2 \text{ 대입, } R_2 = -8 + 4k - 2k - 1 = 2k - 9$$

$$R_1 = R_2 \text{ 이므로 } 6k + 7 = 2k - 9$$

$$\therefore k = -4$$

13. x 에 관한 삼차식 $x^3 + mx^2 + nx + 1$ 을 $x + 1$ 로 나누면 나머지가 5이고, $x - 2$ 로 나누면 나누어 떨어진다고 한다. 이 때, $m + n$ 의 값은?

- ① $-\frac{19}{3}$ ② $-\frac{25}{6}$ ③ $-\frac{29}{6}$ ④ $-\frac{14}{3}$ ⑤ $-\frac{7}{2}$

해설

$$f(x) = x^3 + mx^2 + nx + 1$$

$$f(x) = (x + 1)Q_1(x) + 5 \text{ 으로 놓으면 } f(-1) = 5$$

$$f(x) = (x - 2)Q'(x) \text{ 으로 놓으면 } f(2) = 0$$

$$\text{따라서, } f(-1) = -1 + m - n + 1 = 5$$

$$f(2) = 8 + 4m + 2n + 1 = 0$$

$$\text{두 식을 연립하여 풀면 } m = \frac{1}{6}, \quad n = -\frac{29}{6}$$

$$\therefore m + n = -\frac{28}{6} = -\frac{14}{3}$$

14. x 에 대한 다항식 $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)+a$ 가 x 에 대한 완전제곱식으로 인수분해 될 때, 정수 a 의 값은?

① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x+1)(x+2)(x+3)(x+4)+a \\ &= (x^2+5x+4)(x^2+5x+6)+a \\ x^2+5x+4 &= Y \text{로 치환하면} \\ (\text{준식}) &= Y(Y+2)+a \\ &= Y^2+2Y+a \\ \therefore \text{완전제곱식이 되려면 } a &= 1\end{aligned}$$

15. 자연수 $N = 35^3 + 3 \cdot 35^2 + 3 \cdot 35 + 1$ 의 양의 약수의 개수를 구하여라.(인수분해공식을 이용하여 푸시오.)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 49 개

해설

$$\begin{aligned} a^3 + 3a^2 + 3a + 1 &= (a + 1)^3 \\ \therefore N &= 35^3 + 3 \cdot 35^2 + 3 \cdot 35 + 1 \\ &= (35 + 1)^3 = 36^3 = 2^6 \times 3^6 \\ \therefore \text{약수의 개수} &= (6 + 1) \times (6 + 1) = 49 \end{aligned}$$

16. $\frac{1999^3 + 1}{1999 \cdot 1998 + 1}$ 의 값은?

- ① 1997 ② 1998 ③ 1999 ④ 2000 ⑤ 2001

해설

1999 = x 라 놓으면

$$\begin{aligned} \text{(준 식)} &= \frac{x^3 + 1}{x(x-1) + 1} = \frac{(x+1)(x^2 - x + 1)}{x^2 - x + 1} \\ &= x + 1 = 1999 + 1 = 2000 \end{aligned}$$

17. 실수 a, b 에 대하여 연산*를 $a * b = a^2 + b$ 로 정의한다. 방정식 $x * (x - 6) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + 2\beta$ 의 값을 구하여라. (단, $\alpha < \beta$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x * (x - 6) = 0$ 에서
 $x^2 + x - 6 = 0$
 $(x + 3)(x - 2) = 0$
 $\therefore x = -3, 2$
 $\therefore \alpha = -3, \beta = 2 \ (\alpha < \beta)$
 $\therefore \alpha + 2\beta = 1$

18. 어떤 축구 선수가 축구공을 찼을 때, t 초 후의 높이를 $h\text{m}$ 라고 하면 $h = -\frac{1}{2}t^2 + 3t$ 의 관계가 성립한다. 축구공이 가장 높이 올라갔을 때의 높이를 구하여라.

▶ 답 : m

▷ 정답 : $\frac{9}{2}$ m

해설

$h = -\frac{1}{2}t^2 + 3t$ 에서 $h = -\frac{1}{2}(t-3)^2 + \frac{9}{2}$ 이다.

따라서 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 $\frac{9}{2}$ m 이다.

19. 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(x + 12)$ 를 만족시키고 $f(1) = 3$ 일 때, $f(13) + f(37) - f(25)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

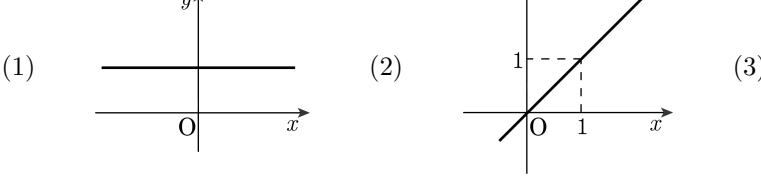
$$f(13) = f(1 + 12) = f(1)$$

$$f(25) = f(13 + 12) = f(13) = f(1)$$

$$f(37) = f(25 + 12) = f(25) = f(1)$$

$$\text{따라서 준식은 } f(1) + f(1) - f(1) = f(1) = 3$$

20. 다음 함수의 그래프에서 일대일 대응, 상수함수, 항등함수인 것을 골라 적은 것 중 잘못된 것은?



- ① (1) 상수함수

② (2) 항등함수
- ③ (3) 일대일 대응

④ (1) 항등함수
- ⑤ (2) 일대일 대응

해설

일대일 대응의 그래프는 함수의 그래프 중 x 축에 평행한 직선을 그을 때, 교점이 오직 하나인 그래프이므로 (2), (3) 이다.
상수함수는 X 의 모든 원소가 Y 의 한 원소에만 대응되는 함수이므로 (1) 이다.
항등함수는 X 의 모든 원소가 자기 자신에 대응되는 함수이므로 (2) 이다.

21. 분수함수 $f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$ 에 대하여 $(g \circ f)(x) = x$ 가 성립하는 함수 $g(x)$ 에서 $g(3)$ 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$(g \circ f)(x) = x \Rightarrow g(f(x)) = x$$

$\therefore g(3)$ 을 구하려면

$f(x) = 3$ 인 x 를 찾으면 된다.

$$3 = \frac{2x-1}{x-1} \text{에서 } x = 2$$

$$\therefore g(3) = g(f(2)) = 2$$

22. 함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 가 기함수이고 $f(1) = 3$ 을 만족시킬 때, $a + b - c$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

기함수는 모든 실수 x 에 대하여 원점에 대하여 대칭이어야 하므로

$$f(-x) = -f(x)$$

$$ax^2 - bx + c = -ax^2 - bx - c$$

$$\text{따라서 } a = 0, c = 0 \quad \therefore f(x) = bx$$

$$f(1) = 3 \text{ 이므로 } f(1) = b = 3$$

$$\therefore a + b - c = 3$$

23. 분수식 $\frac{2x}{x+1} + \frac{3x-2}{x-1} - \frac{5x^2-7x+3}{x^2-x}$ 을 간단히 하면?

- ① $-\frac{x-3}{x(x+1)}$
- ② $\frac{x-3}{x(x+1)}$
- ③ $\frac{x+3}{x(x+1)}$
- ④ $\frac{x+3}{x(x-1)}$
- ⑤ $\frac{x-3}{x(x-1)}$

해설

(준식)

$$\begin{aligned} &= \frac{2x(x-1) + (3x-2)(x+1)}{(x-1)(x+1)} - \frac{5x^2-7x+3}{x(x-1)} \\ &= \frac{5x^2-x-2}{(x-1)(x+1)} - \frac{5x^2-7x+3}{x(x-1)} \\ &= \frac{(5x^3-x^2-2x) - (5x^2-7x+3)(x+1)}{x(x-1)(x+1)} \\ &= \frac{x^2+2x-3}{x(x-1)(x+1)} \\ &= \frac{(x+3)(x-1)}{x(x-1)(x+1)} = \frac{x+3}{x(x+1)} \end{aligned}$$

해설

분자의 차수를 줄여서 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} &\frac{2x}{x+1} + \frac{3x-2}{x-1} - \frac{5x^2-7x+3}{x^2-x} \\ &= \frac{2(x+1)-2}{x+1} + \frac{3(x-1)+1}{x-1} - \frac{5(x^2-x)-2x+3}{x^2-x} \\ &= (2+3-5) + \frac{-2}{x+1} + \frac{1}{x-1} + \frac{2x-3}{x(x-1)} \\ &= \frac{-2(x-1)+x+1}{(x+1)(x-1)} + \frac{2x-3}{x(x-1)} \\ &= \frac{x(-x+3) + (2x-3)(x+1)}{x(x+1)(x-1)} \\ &= \frac{(x-1)(x+3)}{x(x+1)(x-1)} = \frac{x+3}{x(x+1)} \end{aligned}$$

24. 무리식 $\sqrt{2x+3} - \frac{2}{\sqrt{5-x}}$ 의 값이 실수가 되도록 하는 정수 x 의 개수는?

- ① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

$$2x + 3 \geq 0, 5 - x > 0$$

$$\therefore -\frac{3}{2} \leq x < 5$$

따라서 정수 x 는 $-1, 0, 1, 2, 3, 4$ 의 6 개이다.

25. 복소수 $z = a + bi$ (단, a, b 는 실수, $i = \sqrt{-1}$ 를 좌표평면 위의 점 $P(a, b)$ 에 대응시킬 때, $(2 - 3i)z$ 가 실수가 되게 하는 점 P 가 그리는 도형은?
- ① 원

② 아래로 볼록한 포물선

③ 위로 볼록한 포물선

④ 기울기가 음인 직선

⑤ 기울기가 양인 직선

해설

$$\begin{aligned}(2 - 3i)z &= (2 - 3i)(a + bi) \\ &= (2a + 3b) + (2b - 3a)i\end{aligned}$$

$\therefore 2b - 3a = 0 \quad \therefore b = \frac{3}{2}a \Rightarrow$ 기울기가 양인 직선

26. 평면 위에 세 점 A(0, a), B(2, 3), C(1, 0) 에 대하여 $\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이 되도록 하는 모든 a의 값의 합은?

- ① 7
- ② 8
- ③ 9
- ④ 10
- ⑤ 11

해설

$$\overline{AB}^2 = (0 - 2)^2 + (a - 3)^2 = a^2 - 6a + 13$$

$$\overline{BC}^2 = (2 - 1)^2 + (3 - 0)^2 = 10$$

$$\overline{AC}^2 = (0 - 1)^2 + (a - 0)^2 = a^2 + 1$$

1) $\overline{AB} = \overline{BC}$ 일 때, $\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2$ 에서
 $a^2 - 6a + 13 = 10$ 즉 $a^2 - 6a + 3 = 0$
 $\therefore a = 3 \pm \sqrt{6}$

2) $\overline{AC} = \overline{BC}$ 일 때, $\overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$ 에서
 $a^2 + 1 = 10$ 즉 $a^2 = 9$
 $\therefore a = \pm 3$

3) $\overline{AC} = \overline{AB}$ 일 때, $\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2$ 에서
 $a^2 + 1 = a^2 - 6a + 13$ 즉 $6a = 12$
 $\therefore a = 2$

a = -3이면 세 점 A, B, C는 일직선 상에 있으므로 구하는 a의 값의 합은
 $(3 + \sqrt{6}) + (3 - \sqrt{6}) + 3 + 2 = 11$

27. 두 점 A(2, -2), B(1, 3)에 대하여 선분 AB를 $(1+t) : t$ 로 외분하는 점이 제2사분면에 속할 때, t 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $t > 1$

해설

선분 AB를 $(1+t) : t$ 로 외분하는 점을 Q라 하면

$$Q\left(\frac{(1+t) \cdot 1 - t \cdot 2}{(1+t) - t}, \frac{(1+t) \cdot 3 - t \cdot (-2)}{(1+t) - t}\right)$$

즉, Q($1-t$, $3+5t$) 이때, 점 Q가 제2사분면에 속하므로

$$1-t < 0, 3+5t > 0$$

따라서 $t > 1$

28. 제1 사분면에서 x 축과 y 축에 동시에 접하면서 반지름의 길이가 r 인 원의 중심을 C_1 , 제2 사분면에서 x 축과 y 축에 동시에 접하면서 반지름의 길이가 $\frac{1}{2}r$ 인 원의 중심을 C_2 , 제3 사분면에서 x 축과 y 축에 동시에 접하면서 반지름의 길이가 $\frac{1}{4}r$ 인 원의 중심을 C_3 , 제4 사분면에서 x 축과 y 축에 동시에 접하면서 반지름의 길이가 $\frac{1}{8}r$ 인 원의 중심을 C_4 라 하자.

$\overline{C_1C_2} + \overline{C_2C_3} + \overline{C_3C_4} = 14\sqrt{10}$ 일 때, r 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned} & C_1(r, r), C_2\left(-\frac{1}{2}r, \frac{1}{2}r\right), \\ & C_3\left(-\frac{1}{4}r, -\frac{1}{4}r\right), C_4\left(\frac{1}{8}r, -\frac{1}{8}r\right) \text{ 이므로} \\ & \overline{C_1C_2} + \overline{C_2C_3} + \overline{C_3C_4} \\ &= \sqrt{\left(-\frac{3}{2}r\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}r\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{1}{4}r\right)^2 + \left(-\frac{3}{4}r\right)^2} \\ & \quad + \sqrt{\left(\frac{3}{8}r\right)^2 + \left(\frac{1}{8}r\right)^2} \\ &= \frac{\sqrt{10}}{2}r + \frac{\sqrt{10}}{4}r + \frac{\sqrt{10}}{8}r \\ &= \frac{7\sqrt{10}}{8}r = 14\sqrt{10} \\ &\therefore r = 16 \end{aligned}$$

29. 두 집합 $A = \{4, 7, a+1, 2a-2\}$, $B = \{3, a+2, b, 9\}$ 에 대하여 $A-B = \{4, 6\}$ 일 때, $A \cup B$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{3, 4, 6, 7, 8, 9\}$

해설

$A-B = \{4, 6\}$ 이므로
 $4 \in A, 6 \in A$ 이고 $4 \notin B, 6 \notin B, 7 \in B$
 $a+1=6$ 또는 $2a-2=6$
(i) $a+1=6$ 일 때, $a=5$
 $A = \{4, 6, 7, 8\}, B = \{3, 7, b, 9\}$
 $A-B = \{4, 6\}$ 이려면 $b=8$
(ii) $2a-2=6$ 일 때, $a=4$
 $A = \{4, 5, 6, 7\}, B = \{3, 6, b, 9\}$
 $6 \notin B$ 이어야 하므로 $a \neq 4$
 $\therefore A = \{4, 6, 7, 8\}, B = \{3, 7, 8, 9\}$
 $A \cup B = \{3, 4, 6, 7, 8, 9\}$

30. 세 집합 A, B, C 에 대하여
 $n(A) = 40, n(B) = 24, n(C) = 16, n(A \cup B) = 50, n(B \cap C) = 10, A \cap C = \emptyset$ 일 때,
 $n(A \cup B \cup C) + 2 \times n(A \cap B \cap C)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 56

해설

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

$A \cap C = \emptyset$ 이므로 $A \cap B \cap C = \emptyset$ 이 된다.

$$n(A) + n(B) - n(A \cap B) = n(A \cup B) \text{ 이고}$$

$$A \cap B \cap C = \emptyset \text{ 이므로 } n(A \cap B) = 40 + 24 - 50 = 14$$

$$\therefore n(A \cup B \cup C) = 40 + 24 + 16 - 14 - 10 - 0 + 0 = 56$$

$$\text{따라서 정답은 } 56 + 2 \times 0 = 56$$

31. 다항함수 $f(x) = \frac{x-a}{(a-b)(a-c)} + \frac{x-b}{(b-c)(b-a)} + \frac{x-c}{(c-a)(c-b)}$ 일 때, $f(2013)$ 의 값은?
- ① $a+b+c$ ② $a^2+b^2+c^2$ ③ $a^3+b^3+c^3$
④ $ab+bc+ca$ ⑤ 0

해설

주어진 식을 통분하면
(분자)
 $= \{(x-a)(b-c) + (x-b)(c-a) + (x-c)(a-b)\}$
 $= (b-c+c-a+a-b)x$
 $+ (-ab+ac-bc+ab-ca+cb) = 0$
 $\therefore f(x) = 0 \quad \therefore f(2013) = 0$

해설

주어진 식의 분모는 0이 아니므로
 a, b, c 는 서로 다른 수이고
 $f(a) = \frac{a-b}{(b-c)(b-a)} + \frac{a-c}{(c-a)(c-b)}$
 $= \frac{-1}{b-c} + \frac{1}{b-c} = 0$
 $f(b) = \frac{b-a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b-c}{(c-a)(c-b)}$
 $= \frac{-1}{a-c} + \frac{1}{a-c} = 0$
그런데 $f(x)$ 는 일차이하의 함수이고
 $f(a) = f(b) = 0$ 이므로
모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = 0$ 이다.
 $\therefore f(2013) = 0$

32. 사차방정식 $x^4 - 10x^3 + 28x^2 - 45x + a + 20 = 0$ 과 이차방정식 $x^2 - 8x + 8 = 0$ 이 공통근을 가질 때, a 의 값은?

- ① $6\sqrt{2}$
- ② $\pm 6\sqrt{2}$
- ③ $2\sqrt{6}$
- ④ $\pm 2\sqrt{6}$
- ⑤ $\pm 5\sqrt{3}$

해설

두 방정식의 공통근을 α 라 하면
 $\alpha^4 - 10\alpha^3 + 28\alpha^2 - 45\alpha + a + 20 = 0 \cdots ①$
 $\alpha^2 - 8\alpha + 8 = 0 \cdots ②$
①의 좌변을 ②의 좌변으로 나누어 정리하면,
 $(\alpha^2 - 8\alpha + 8)(\alpha^2 - 2\alpha + 4) + 3\alpha + a - 12 = 0$
 $\therefore 3\alpha + a - 12 = 0 \cdots ③$
②에서 $\alpha = 4 \pm 2\sqrt{2}$
이것을 ③에 대입하여 a 를 구하면
 $a = \pm 6\sqrt{2}$

33. $\frac{2x-3}{4}$ 의 절대값이 2보다 크고 6보다 작을 때, 만족하는 정수 x 의 모든 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$$(1) 2 < \frac{2x-3}{4} < 6 \text{ 일 때,}$$

$$8 < 2x-3 < 24,$$

$$11 < 2x < 27,$$

$$\frac{11}{2} < x < \frac{27}{2}$$

$$\therefore x = 6, 7, 8, \dots, 13$$

$$(2) -6 < \frac{2x-3}{4} < -2 \text{ 일 때,}$$

$$-24 < 2x-3 < -8,$$

$$-21 < 2x < -5,$$

$$-\frac{21}{2} < x < -\frac{5}{2}$$

$$\therefore x = -10, -9, -8, \dots, -3$$

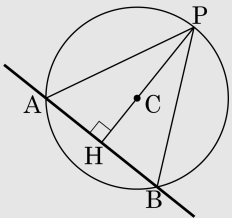
따라서 x 의 값의 합은 24이다.

34. 원 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$ 와 직선 $3x+4y-1=0$ 이 만나는 두 점을 각각 A,B, 원 위의 한 점을 P라 할 때, $\triangle PAB$ 의 넓이의 최댓값을 구하면?

- ① $\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $3\sqrt{5}$ ④ $4\sqrt{5}$ ⑤ $5\sqrt{5}$

해설

원 위의 점 P에서 직선 $3x+4y-1=0$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면 다음 그림과 같이 PH가 원의 중심을 지날 때, $\triangle PAB$ 의 넓이가 최대이다.



이 때, 원 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$ 의 중심 $C(1,2)$ 에서 직선 $3x+4y-1=0$ 에 이르는 거리는

$$\overline{CH} = \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot 2 - 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2$$

$$\therefore \overline{PH} = 3 + 2 = 5$$

또, 다음 그림에서 $\triangle CAH$ 는 직각삼각형

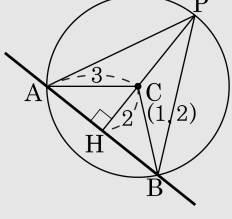
이므로 피타고라스정리에 의하여

$$\overline{AH} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$$

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AH} = 2\sqrt{5}$$

따라서, $\triangle PAB$ 의 넓이의 최댓값은

$$\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{PH} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times 5 = 5\sqrt{5}$$



35. 집합 $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 부분집합 중에서 홀수가 하나만 속하는 것을 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ 이라 하고, $A_k (k = 1, 2, \dots, n)$ 의 원소의 합을 S_k 라고 할 때, $S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n$ 의 값은?

- ① 216 ② 240 ③ 672 ④ 696 ⑤ 728

해설

집합 S 에 홀수 1, 3, 5가 있으므로 홀수를 하나만 포함하는 부분집합의 개수를 구할 때, 1을 포함하고 3, 5를 포함하지 않는 부분집합의 개수는

$$2^{6-3} = 8 \text{ (개)} \dots \textcircled{\text{A}}$$

3을 포함하고 1, 5를 포함하지 않는 부분집합의 개수는

$$2^{6-3} = 8 \text{ (개)} \dots \textcircled{\text{B}}$$

5를 포함하고 1, 3을 포함하지 않는 부분집합의 개수는

$$2^{6-3} = 8 \text{ (개)} \dots \textcircled{\text{C}}$$

이므로 모두 24개이다. 이 24개의 부분집합의 열을 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{24}$ 라 하면 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{24}$ 에는 S 의 원소 1, 2, 3, 4, 5, 6이 각각 몇 개씩 들어갈까? 우선 1을 포함하고 3, 5를 포함하지 않는 부분집합의 개수가 8개이므로 1이 8번 들어가는 것은 분명하다. 그러면 3, 5는 들어가지 않으니 문제 삼지 말고 2, 4, 6은 몇 번 들어갈까?

구체적으로 나열하면 $\{1\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{1, 6\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 6\}, \{1, 4, 6\}, \{1, 2, 4, 6\}$ 이 되어 2, 4, 6은 각각 4번씩 들어간다. 따라서 $\textcircled{\text{A}}$ 의 8개의 집합 안에는 1이 8번, 2, 4, 6이 각각 4번씩 $\textcircled{\text{B}}$ 의 8개의 집합 안에는 3이 8번, 2, 4, 6이 각각 4번씩 $\textcircled{\text{C}}$ 의 8개의 집합 안에는 5가 8번, 2, 4, 6이 각각 4번씩 들어가므로 $S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{24} = 8(1 + 3 + 5) + 12(2 + 4 + 6) = 216$ 그런데, 여기서 원소의 총합에 대한 규칙성을 발견해 보면 2, 4, 6이 각각 4번씩 나오는데 그 이유를 알아보자. 1을 반드시 포함하고 3, 5를 포함하지 않는 부분집합 중에서 2를 반드시 포함하는 부분집합의 개수는 1, 2, 3, 5를 제외한 부분집합의 개수와 같으므로 $2^{6-4} = 4$ (개)이다.