

1. 방정식 $2x^2 - 6x + 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = \frac{3}{2}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 9 - 2 \cdot \frac{3}{2} = 6$$

2. 세 점 $A(a, 4)$, $B(1, b)$, $C(3, 1)$ 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표가 $G(2, 1)$ 일 때, ab 의 값은?

- ① -4 ② -3 ③ -2 ④ 3 ⑤ 4

해설

무게중심의 좌표가 $G(2, 1)$ 이므로

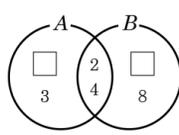
$$\frac{a+1+3}{3} = 2, \frac{4+b+1}{3} = 1$$

$$a+4=6 \quad \therefore a=2$$

$$b+5=3 \quad \therefore b=-2$$

$$\therefore ab = 2 \times (-2) = -4$$

3. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $A \cap B = \{2, 4\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$ 일 때, 아래 벤 다이어그램의 빈 칸에 들어갈 알맞은 숫자들의 합을 써라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설



4. $x : y = 1 : 3$ 일 때, $\frac{x^2 + y^2}{x(x + y)}$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$$y = 3x$$

$$\frac{x^2 + (3x)^2}{x(x + 3x)} = \frac{10x^2}{4x^2} = \frac{5}{2}$$

5. $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ 을 계산하면 $a+b\sqrt{c}$ 가 된다. 이때, $a+b+c$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = 5-2\sqrt{6}$$

$$a=5, b=-2, c=6$$

$$\therefore a+b+c=9$$

6. 등식 $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1)$ 이 x 에 관한 항등식이 되도록 할 때, $2ab$ 의 값은?

① -6 ② -4 ③ -2 ④ 2 ⑤ 4

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면, $-2 = 2a \quad \therefore a = -1$
양변에 $x = 1$ 을 대입하면, $-3 = -b \quad \therefore b = 3$
 $\therefore 2ab = -6$

7. 다항식 $x^3 + ax + b$ 가 다항식 $x^2 - x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

나누어 떨어지려면 나머지가 0이어야 하므로
 $x^2 = x - 1$ 을 대입하면
 $ax + (b - 1) = 0$
이 등식이 x 에 대한 항등식이므로,
 $a = 0, b - 1 = 0$
 $\therefore a = 0, b = 1$
 $\therefore a + b = 1$

해설

$x^3 + ax + b$
 $= (x^2 - x + 1)Q(x)$
 $= (x^2 - x + 1)(x + b)$
 $\therefore b = 1, a = 0$

8. 이차식 $x^2 - 2(k-1)x + 2k^2 - 6k + 4$ 가 x 에 대하여 완전제곱식이 될 때, 상수 k 의 값의 합을 구하여라.

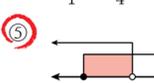
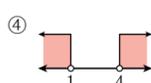
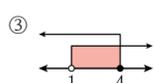
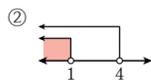
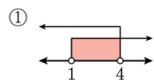
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차식이 완전제곱식이 되면
이차방정식 $x^2 - 2(k-1)x + 2k^2 - 6k + 4 = 0$
이 중근을 갖는다.
따라서, $\frac{D}{4} = (k-1)^2 - (2k^2 - 6k + 4) = 0$
위의 식을 정리하면
 $-k^2 + 4k - 3 = 0$
 $k^2 - 4k + 3 = 0$
 $(k-1)(k-3) = 0$ 에서
 $k = 1$ 또는 $k = 3$

9. 연립부등식 $\begin{cases} 3-x > -1 \\ 3x-1 \geq 2 \end{cases}$ 의 해를 수직선에 바르게 나타낸 것은?



해설

$3-x > -1, x < 4$ 이고
 $3x-1 \geq 2, 3x \geq 3, x \geq 1$ 이므로
 $1 \leq x < 4$ 이다.

10. $x^2 - 2ax + 2a + 3 < 3$ 을 만족하는 x 가 없도록 하는 정수 a 의 개수는?

- ① 1개 ② 3개 ③ 5개 ④ 7개 ⑤ 9개

해설

$x^2 - 2ax + 2a + 3 < 0$ 의 해가 존재하지 않으려면

모든 실수 x 에 대하여

$x^2 - 2ax + 2a + 3 \geq 0$ 이어야 한다.

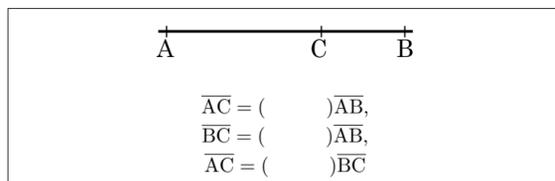
$$\frac{D}{4} = a^2 - (2a + 3) \leq 0, (a - 3)(a + 1) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq a \leq 3$$

따라서, 구하는 정수 a 의 개수는

-1, 0, 1, 2, 3의 5개이다.

11. 다음 그림에서 $\overline{AC} : \overline{CB} = 3 : 2$ 이다. 다음 빈칸에 적합한 수를 채워라.(단, 기약분수 형태로 써라).



▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{3}{5}$

▷ 정답: $\frac{2}{5}$

▷ 정답: $\frac{3}{2}$

해설

$\overline{AC} : \overline{AB} = 3 : 5$ 이므로 $\overline{AC} = \frac{3}{5} \overline{AB}$ 이다.

$\overline{BC} : \overline{AB} = 2 : 5$ 이므로 $\overline{BC} = \frac{2}{5} \overline{AB}$ 이다.

$\overline{AC} : \overline{CB} = 3 : 2$ 이므로 $\overline{AC} = \frac{3}{2} \overline{CB}$ 이다.

13. 방정식 $x^2 + y^2 - 7y = 0$ 이 나타내는 도형을 x 축의 방향으로 4 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 도형의 방정식을 구하면?

- ① $x^2 + y^2 + x - x + 2 = 0$
② $x^2 + y^2 - 2x - 3y + 5 = 0$
③ $x^2 + y^2 - 8x - 3y + 6 = 0$
④ $2x^2 + y^2 - 9x + 4y + 3 = 0$
⑤ $4x^2 + y^2 + 2x - y + 9 = 0$

해설

$$(x-4)^2 + (y+2)^2 - 7(y+2) = 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 8x - 3y + 6 = 0$$

14. 직선 $3x + y - 5 = 0$ 을 x 축 방향으로 1만큼, y 축 방향으로 n 만큼 평행이동하면 직선 $3x + y - 1 = 0$ 이 된다. 이 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -7

해설

x 축 방향으로 1, y 축 방향으로 n 만큼 평행이동하므로
직선 $3x + y - 5 = 0$ 에 x 대신 $x - 1$, y 대신 $y - n$ 을 대입하면
 $3(x - 1) + (y - n) - 5 = 0$
 $3x + y - n - 8 = 0 \dots\dots \textcircled{1}$
 $\textcircled{1}$ 이 $3x + y - 1 = 0$ 과 일치하므로 $-n - 8 = -1 \therefore n = -7$

15. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$ 의 부분집합을 모두 고르면?

- ① $\{3, 4, 5, 6\}$
- ② \emptyset
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$
- ④ $\{3\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$

해설

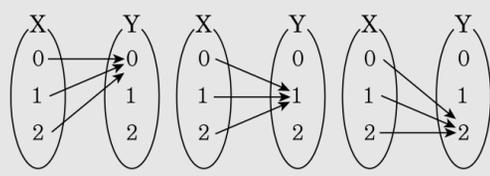
- $A = \{3, 6, 9\}$
- ③ $\{1, 3, 5, 7, 9\} \not\subset A$
- ⑤ $\{1, 3, 9\} \not\subset A$

16. 집합 $A = \{0, 1, 2\}$ 에 대하여 A 에서 A 에로의 함수 중 상수함수의 개수는?

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

해설

상수함수의 개수는 공역의 원소의 개수와 같다.



그러므로 구하는 상수함수의 개수는 3 개이다.

17. 함수 $f(x) = mx + n$ 에 대하여 $f^{-1}(3) = 2$, $(f \circ f)(2) = 7$ 이 성립할 때, 상수 m, n 의 합 $m + n$ 의 값은 얼마인가?

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$f^{-1}(3) = 2$ 이므로
역함수의 정의에 의해서
 $f(2) = 3$, $(f \circ f)(2) = 7$ 에서 $f(f(2)) = f(3) = 7$
 $2m + n = 3 \cdots \text{㉠}$
 $3m + n = 7 \cdots \text{㉡}$
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $m = 4, n = -5$
 $\therefore m + n = -1$

18. x 에 대한 두 이차방정식
 $x^2 - 2\sqrt{b}x + (2a + 1) = 0 \cdots \textcircled{A}$
 $x^2 - 2ax - b = 0 \cdots \textcircled{B}$ 가 있다. \textcircled{A} 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, \textcircled{B}
 의 근을 판별하면? (단, a, b 는 실수이고, $b \geq 0$)

- ① 서로 다른 두 실근을 가진다.
 ② 중근을 가진다.
 ③ 서로 다른 두 허근을 가진다.
 ④ 판별할 수 없다.
 ⑤ 한 개의 실근과 한 개의 허근을 가진다.

해설

\textcircled{A} 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = b - (2a + 1) > 0 \therefore b > 2a + 1$$

\textcircled{B} 의 판별식을 D' 이라 하면

$$\begin{aligned} \frac{D'}{4} &= a^2 + b > a^2 + 2a + 1 \\ &= (a + 1)^2 \geq 0 \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{D'}{4} > 0$$

따라서, \textcircled{B} 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

19. 직선 $y = mx - 4$ 가 이차함수 $y = 2x^2 - 3$ 의 그래프에 접하도록 하는 양수 m 의 값은?

- ① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $\sqrt{6}$ ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

해설

이차방정식 $2x^2 - 3 = mx - 4$, 즉 $2x^2 - mx + 1 = 0$ 이 이차방정식이 중근을 가져야 하므로

$$D = (-m)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 0$$

$$m^2 - 8 = 0, m^2 = 8$$

$$\therefore m = 2\sqrt{2} (\because m > 0)$$

20. 이차방정식 $x^2 - (p+1)x + \frac{1}{4}q - 1 = 0$ 의 두 근의 차가 1 이 되는 q 의 최솟값은 ?

- ① $\sqrt{2}$ ② 3 ③ $3\sqrt{2}$ ④ 5 ⑤ $3\sqrt{3}$

해설

주어진 방정식의 두 근을 α, β 라고 하면,

$$\alpha + \beta = p + 1, \alpha\beta = \frac{1}{4}q - 1$$

$$|\alpha - \beta| = \sqrt{(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta} \\ = \sqrt{(p + 1)^2 - 4\left(\frac{1}{4}q - 1\right)} = 1$$

제곱하여 정리하면 $q = (p + 1)^2 + 3$
따라서 q 의 최솟값은 3

21. 연립방정식 $\begin{cases} x+y=2 \\ ax-y=3 \end{cases}$ 의 해가 좌표평면의 제1사분면에 있기
 위한 실수 a 의 값의 범위는?

- ① $a > -1$ ② $a < -1$ ③ $a > \frac{3}{2}$
 ④ $a < \frac{3}{2}$ ⑤ $a > -2$

해설

$$\begin{cases} x+y=2 & \dots \textcircled{A} \\ ax-y=3 & \dots \textcircled{B} \end{cases}$$

$\textcircled{A} + \textcircled{B}$ 에서 $(a+1)x=5$
 $\therefore x = \frac{5}{a+1} \dots \dots \dots \textcircled{C}$
 \textcircled{C} 을 \textcircled{A} 에 대입하면 $\frac{5}{a+1} + y = 2$
 $\therefore y = 2 - \frac{5}{a+1}$
 그런데 $x > 0, y > 0$ 이므로
 $\frac{5}{a+1} > 0, 2 - \frac{5}{a+1} > 0$ 에서,
 $a > \frac{3}{2}$

22. 연립부등식 $\begin{cases} x > a \\ x - 1 \leq 3 \end{cases}$ 의 해집합이 공집합이 되기 위한 a 의 값 중 가장 작은 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\begin{cases} x > a \\ x - 1 \leq 3 \end{cases}$ 가 공집합이려면 $a \geq 4$
 a 의 가장 작은 값은 4

23. 유리식 $\frac{b+3c}{2a} = \frac{3c+2a}{b} = \frac{2a+b}{3c} = k$ 일 때, k 의 값을 구하면? (단, $abc \neq 0$)

- ① 2 또는 -1 ② 0 또는 -1 ③ -1 또는 -1
 ④ 2 또는 3 ⑤ -2 또는 -1

해설

$$\frac{b+3c}{2a} = \frac{3c+2a}{b} = \frac{2a+b}{3c} = k$$

$$\frac{b+3c}{2a} = k, \frac{3c+2a}{b} = k, \frac{2a+b}{3c} = k$$

각각 정리하면

$$b+3c = 2ak \cdots ①$$

$$3c+2a = bk \cdots ②$$

$$2a+b = 3ck \cdots ③$$

$$① + ② + ③ : 2(b+3c+2a) = k(2a+b+3c)$$

$$\Rightarrow k = 2 \text{ 또는 } 2a+b+3c = 0$$

$2a+b+3c = 0$ 인 경우,

$$① \text{에 대입해 보면 } -2a = 2ak, k = -1$$

$$\therefore k = 2, -1$$

24. 함수 $f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$, $f(g(x)) = x$ 를 만족하는 $g(x) = \frac{bx+c}{x+a}$ 일 때,
 $a+b+c$ 의 값은?

- ① -5 ② -4 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$f(g(x)) = x \text{에서}$$

$$\therefore g(x) = f^{-1}(x)$$

$$y = \frac{2x-1}{x+2} \text{로 놓으면}$$

$$y(x+2) = 2x-1, yx+2y = 2x-1$$

$$yx-2x = -1-2y, x(y-2) = -1-2y$$

$$x = \frac{-1-2y}{y-2}$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{-2x-1}{x-2} = g(x)$$

$$\frac{-2x-1}{x-2} = \frac{bx+c}{x+a} \text{에서}$$

$$a = -2, b = -2, c = -1$$

$$\therefore a+b+c = -2-2-1 = -5$$

25. $x = \sqrt{11 + 6\sqrt{2}}$ 일 때, $x^2 - 6x + 10$ 의 값을 구하면?

- ① -2 ② 0 ③ $2\sqrt{2}$ ④ 3 ⑤ $2\sqrt{3}$

해설

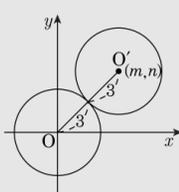
$$\begin{aligned}x &= \sqrt{11 + 2\sqrt{18}} = 3 + \sqrt{2} \\x - 3 &= \sqrt{2}, \text{ 양변을 제곱하면} \\x^2 - 6x + 9 &= 2, \text{ 양변에 } 1 \text{을 더하면} \\\therefore x^2 - 6x + 10 &= 3\end{aligned}$$

26. 좌표평면 위의 원 $x^2 + y^2 = 9$ 와 이 원을 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 도형의 교점이 1개일 때, $m^2 + n^2$ 의 값은?

- ① 20 ② 25 ③ 30 ④ 36 ⑤ 40

해설

중심이 $O(0, 0)$ 이고
반지름의 길이가 3인 원을,
 x 축의 방향으로 m 만큼,
 y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동하면
중심이 $O'(m, n)$ 이고
반지름의 길이가 3인 원이다.



두 원의 크기가 같으므로 내접할 수 없고,
두 원의 교점이 1개이므로 두 원은 서로 외접한다.
따라서 중심거리가 반지름의 길이의 합과 같으므로
 $OO' = \sqrt{m^2 + n^2} = 3 + 3 = 6$
 $\therefore m^2 + n^2 = 36$

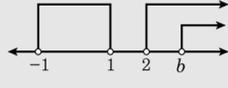
27. $-1 < x < 1$ 또는 $x > 2$ 이 되기 위한 $x > a$ 은 필요조건이고 $x > b$ 는 충분조건일 때 a 의 최댓값과 b 의 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

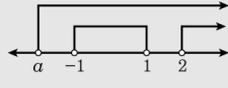
해설

$x > b$ 은 $-1 < x < 1$ 또는 $x > 2$ 이 되기 위한 충분조건에서



$\therefore b \geq 2$

$x > a$ 은 $-1 < x < 1$ 또는 $x > 2$ 이 되기 위한 필요조건에서



$\therefore a \leq -1$

$\therefore a$ 의 최댓값 : -1 , b 의 최솟값 : 2

따라서 $(-1) + 2 = 1$

28. 세 함수 f, g, h 에 대하여 $f(x) = x + 4, g(x) = -2x + 3$ 이고 $(f^{-1} \circ g^{-1} \circ h)(x) = f(x)$ 가 성립할 때, $h^{-1}(5)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -9

해설

두 함수 $f(x) = x + 4, g(x) = -2x + 3$ 에 대하여

$f^{-1} \circ g^{-1} \circ h = f$ 이므로

$g^{-1} \circ h = f \circ f, h = g \circ f \circ f$

$\therefore h(x) = g(f(f(x)))$

$= g(f(x+4))$

$= g((x+4)+4)$

$= g(x+8)$

$= -2(x+8) + 3 = -2x - 13$

$h^{-1}(5) = a$ 라고 하면 $h(a) = 5$

$-2a - 13 = 5, -2a = 18$

$\therefore a = -9$

$\therefore h^{-1}(5) = -9$

29. x, y 가 유리수일 때, $[x, y] = \sqrt{2}x + y$ 로 정의하자. 유리수 a, b 가 $[2a, 2b] + 1 = [b, a] - 2$ 를 만족할 때, $a + b$ 의 값은?

- ① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} [2a, 2b] + 1 &= \sqrt{2}(2a) + 2b + 1 \\ [b, a] - 2 &= \sqrt{2}b + a - 2 \\ \therefore (2b + 1) + 2a\sqrt{2} &= (a - 2) + b\sqrt{2} \\ \begin{cases} 2b + 1 = a - 2 \\ 2a = b \end{cases} &\text{에서} \\ a = -1, b = -2 & \\ \therefore a + b = -1 - 2 = -3 & \end{aligned}$$

30. $y = \sqrt{x+2}$ 와 $x = \sqrt{y+2}$ 의 교점의 좌표를 $P(a, b)$ 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ $\frac{7}{5}$

해설

두 곡선은 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로
두 곡선의 교점은 $y = \sqrt{x+2}$ 와 $y = x$ 와의
교점이다.

$$\sqrt{x+2} = x \text{ 에서 } x^2 = x+2$$

$$\therefore x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x-2)(x+1) = 0 \text{ 에서}$$

$$x = -1 \text{ 또는 } x = 2$$

$$\therefore P(a, b) = P(2, 2)$$

($\therefore P(a, b)$ 는 제 1 사분면에 존재한다.)