

1. 세 점 A(1, 2), B(3, -2), C(-5, -1) 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 는 어떤 삼각형인가?

① 이등변 삼각형

② 예각삼각형

③ $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형

④ $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형

⑤ $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{(3-1)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(-5-3)^2 + (-1+2)^2} = \sqrt{65}$$

$$\overline{CA} = \sqrt{(1+5)^2 + (2+1)^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} \text{ 에서}$$

$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CA}^2$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

2. 다음 함수의 그래프 중 평행이동하여 함수 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프와 겹쳐지는 것은?

① $y = \sqrt{x}$

② $y = \sqrt{2x+1} - 1$

③ $y = \sqrt{-2x-1} - 1$

④ $y = -\sqrt{2x} + 1$

⑤ $y = -\sqrt{-2x}$

해설

$y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 m 만큼
 y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동하면
 $y = \sqrt{2(x-m)} + n = \sqrt{2x-2m} + n$ 이 된다.

3. 원 $x^2 + y^2 = 5$ 위의 점 A(1,2)에서 그은 접선의 방정식은?

① $-2x + y + 5 = 0$

② $-2x + y - 3 = 0$

③ $x - y + 5 = 0$

④ $x + 2y + 5 = 0$

⑤ $x + 2y - 5 = 0$

해설

접점이 주어졌을 때 접선의 방정식 구하는 공식

$x_1x + y_1y = r^2$ 을 이용하면,

$$1 \cdot x + 2 \cdot y = 5 \quad \therefore x + 2y - 5 = 0$$

4. 두 집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{1, 3, 8\}$ 일 때, $(A - B) \subset X$, $X - A = \emptyset$ 을 만족하는 집합 X 의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$(A - B) \subset X \subset A$, 즉 $\{5, 7\} \subset X \subset \{1, 3, 5, 7\}$ 이므로 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 = 4$ (개) 이다.

5. 다음 중 항상 참이라고 할 수 없는 것은?

- ① 자연수 n 에 대하여, n^2 이 짝수이면 n 도 짝수이다.
- ② 자연수 n, m 에 대하여 $n^2 + m^2$ 이 홀수이면, nm 은 짝수이다.
- ③ 자연수 n 에 대하여, n^2 이 3의 배수이면, n 은 3의 배수이다.
- ④ a, b 가 실수일 때, $a + b\sqrt{2} = 0$ 이면, $a = 0$ 이다.
- ⑤ 두 실수 a, b 에 대하여, $a + b > 2$ 이면, $a > 1$ 또는 $b > 1$

해설

- ①, ③ : n^2 이 p 의 배수이면, n 은 p 의 배수이다. (참)
- ② : 대우는 ' nm 은 홀수이면 $n^2 + m^2$ 이 짝수이다.' nm 은 홀수, 즉 n, m 모두 홀수이면 n^2, m^2 모두 홀수이므로 $n^2 + m^2$ 은 짝수이다.
∴ 주어진 명제는 참
- ④ 반례 : $a = 2\sqrt{2}, b = -1$
※ 주의) 주어진 명제가 참일 때는 a, b 가 유리수라는 조건일 때임을 명심해야 한다.
- ⑤ 대우 : $a \leq 1$ 그리고 $b \leq 1$ 이면 $a + b \leq 2$ (참)

6. 함수 $y = \sqrt{2x-4} + b$ 의 정의역이 $\{x \mid x \geq a\}$ 이고, 치역이 $\{y \mid y \geq -3\}$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

① -6 ② -3 ③ 1 ④ 3 ⑤ 6

해설

$2x - 4 \geq 0$ 에서 $2x \geq 4$

$\therefore x \geq 2$

주어진 함수의 정의역이 $\{x \mid x \geq 2\}$ 이므로

$a = 2$

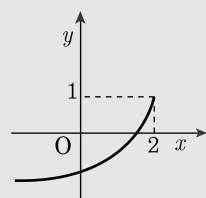
함수 $y = \sqrt{2x-4} + b$ 의 치역은 $\{y \mid y \geq b\}$ 이므로 $b = -3$

$\therefore ab = -6$

7. 좌표평면에서 무리함수 $y = -\sqrt{-x+2} + 1$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면을 모두 구하면?
- ① 제 1사분면 ② 제 2사분면
③ 제 3사분면 ④ 제 1사분면, 제 2사분면
⑤ 제 3사분면, 제 4사분면

해설

무리함수의 그래프를 그려보면 아래와 같다.



따라서, 무리함수의 그래프가 지나지 않는 것은 제 2사분면이다.

8. 좌표평면 위의 점 (a, b) 를 x 축에 대하여 대칭이동한 후, 다시 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동하였더니 제 4 사분면의 점이 되었다.
- 점 $\left(\frac{a}{b}, a + b\right)$ 는 제 몇 사분면에 존재하는가?
- ① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면
③ 제 3 사분면 ④ 제 4 사분면
⑤ x 축 위의 점이다.

해설

점 (a, b) 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점은 $(a, -b)$ 이고,
이 점을 다시 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점은 $(-b, a)$
이다.

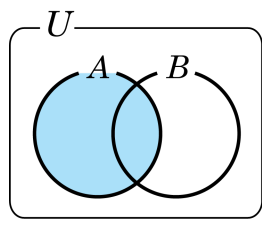
즉, 점 $(-b, a)$ 가 제4 사분면의 점이므로

$$-b \geq 0, a \leq 0 \quad \therefore a \leq 0, b \leq 0$$

따라서 $\frac{a}{b} > 0, a + b < 0$ 이므로 점 $\left(\frac{a}{b}, a + b\right)$ 는 제4사분면에 존재한다.

제4사분면에 존재한다.

9. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 50, n(A) = 20, n(B) = 20, n(A^c \cap B^c) = 12$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 원소의 개수를 구하여라.

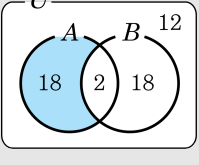


▶ 답 : 개

▷ 정답 : 18 개

해설

각 집합의 원소의 개수를 벤 다이어그램에 나타내면 다음 그림과 같으므로 18이다.



10. m 이 실수 일 때, $2m^2 + \frac{8}{m^2} - 2 \geq k$ 를 만족하는 k 의 최댓값을 구하시오.
(단, $m \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

m 이 실수이고, $m \neq 0$ 이므로 $m^2 > 0$ 이다.

$$\begin{aligned}\text{따라서, } 2m^2 + \frac{8}{m^2} - 2 &\geq 2\sqrt{2m^2 \cdot \frac{8}{m^2}} - 2 \\ &= 2\sqrt{16} - 2 = 8 - 2 = 6\end{aligned}$$

11. $0 \leq x \leq 1$ 일 때 $f(x) = x(1-x)$ 이고 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+1) = \frac{1}{2}f(x)$ 를 만족하는 함수 $f(x)$ 가 있다. 이 때 $f\left(\frac{5}{2}\right)$ 의 값은?

- ① $-\frac{3}{16}$ ② $-\frac{1}{16}$ ③ $\frac{1}{16}$ ④ $\frac{3}{16}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

해설

$$f(x+1) = \frac{1}{2}f(x) \Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2}f(x-1)$$

$$\begin{aligned} f\left(\frac{5}{2}\right) &= \frac{1}{2}f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}f\left(\frac{1}{2}\right) \\ &= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{16} \end{aligned}$$