

1. 세 점 A(1, 2), B(3, -2), C(-5, -1) 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 는 어떤 삼각형인가?

① 이등변 삼각형

② 예각삼각형

③ $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형

④ $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형

⑤ $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{(3-1)^2 + (-2-2)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(-5-3)^2 + (-1+2)^2} = \sqrt{65}$$

$$\overline{CA} = \sqrt{(1+5)^2 + (2+1)^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} \text{ 에서}$$

$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CA}^2$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

2. 다음 함수의 그래프 중 평행이동하여 함수 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프와 겹쳐지는 것은?

① $y = \sqrt{x}$

② $y = \sqrt{2x+1} - 1$

③ $y = \sqrt{-2x-1} - 1$

④ $y = -\sqrt{2x} + 1$

⑤ $y = -\sqrt{-2x}$

해설

$y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 m 만큼

y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동하면

$y = \sqrt{2(x-m)} + n = \sqrt{2x-2m} + n$ 이 된다.

3. 원 $x^2 + y^2 = 5$ 위의 점 $A(1, 2)$ 에서 그은 접선의 방정식은?

① $-2x + y + 5 = 0$

② $-2x + y - 3 = 0$

③ $x - y + 5 = 0$

④ $x + 2y + 5 = 0$

⑤ $x + 2y - 5 = 0$

해설

접점이 주어졌을 때 접선의 방정식 구하는 공식

$x_1x + y_1y = r^2$ 을 이용하면,

$$1 \cdot x + 2 \cdot y = 5 \quad \therefore x + 2y - 5 = 0$$

4. 두 집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{1, 3, 8\}$ 일 때, $(A - B) \subset X$, $X - A = \emptyset$ 을 만족하는 집합 X 의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

$(A - B) \subset X \subset A$, 즉 $\{5, 7\} \subset X \subset \{1, 3, 5, 7\}$ 이므로 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 = 4(\text{개})$ 이다.

5. 다음 중 항상 참이라고 할 수 없는 것은?

- ① 자연수 n 에 대하여, n^2 이 짝수이면 n 도 짝수이다.
- ② 자연수 n, m 에 대하여 $n^2 + m^2$ 이 홀수이면, nm 은 짝수이다.
- ③ 자연수 n 에 대하여, n^2 이 3의 배수이면, n 은 3의 배수이다.
- ④ a, b 가 실수일 때, $a + b\sqrt{2} = 0$ 이면, $a = 0$ 이다.
- ⑤ 두 실수 a, b 에 대하여, $a + b > 2$ 이면, $a > 1$ 또는 $b > 1$

해설

①, ③ : n^2 이 p 의 배수이면, n 은 p 의 배수이다. (참)

② : 대우는 ‘ nm 은 홀수이면 $n^2 + m^2$ 이 짝수이다.’ nm 은 홀수, 즉 n, m 모두 홀수이면 n^2, m^2 모두 홀수이므로 $n^2 + m^2$ 은 짝수이다.

∴ 주어진 명제는 참

④ 반례 : $a = 2\sqrt{2}, b = -1$

※ 주의) 주어진 명제가 참일 때는 a, b 가 유리수라는 조건일 때임을 명심해야 한다.

⑤ 대우 : $a \leq 1$ 그리고 $b \leq 1$ 이면 $a + b \leq 2$ (참)

6. 함수 $y = \sqrt{2x-4} + b$ 의 정의역이 $\{x \mid x \geq a\}$ 이고, 치역이 $\{y \mid y \geq -3\}$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

① -6

② -3

③ 1

④ 3

⑤ 6

해설

$$2x - 4 \geq 0 \text{ 에서 } 2x \geq 4$$

$$\therefore x \geq 2$$

주어진 함수의 정의역이 $\{x \mid x \geq 2\}$ 이므로

$$a = 2$$

함수 $y = \sqrt{2x-4} + b$ 의 치역은 $\{y \mid y \geq b\}$ 이므로 $b = -3$

$$\therefore ab = -6$$

7. 좌표평면에서 무리함수 $y = -\sqrt{-x+2} + 1$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면을 모두 구하면?

① 제 1사분면

② 제 2사분면

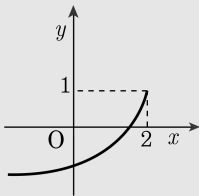
③ 제 3사분면

④ 제 1사분면, 제 2사분면

⑤ 제 3사분면, 제 4사분면

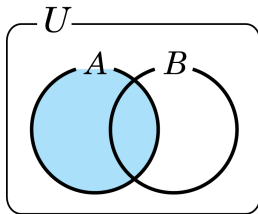
해설

무리함수의 그래프를 그려보면 아래와 같다.



따라서, 무리함수의 그래프가 지나지 않는 것은 제 2사분면이다.

9. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 50, n(A) = 20, n(B) = 20, n(A^c \cap B^c) = 12$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 원소의 개수를 구하여라.



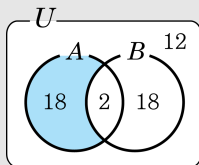
▶ 답 :

개

▷ 정답 : 18 개

해설

각 집합의 원소의 개수를 벤 다이어그램에 나타내면 다음 그림과 같으므로 18이다.



10. m 이 실수 일 때, $2m^2 + \frac{8}{m^2} - 2 \geq k$ 를 만족하는 k 의 최댓값을 구하시오.
(단, $m \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

m 이 실수이고, $m \neq 0$ 이므로 $m^2 > 0$ 이다.

$$\begin{aligned}\text{따라서, } 2m^2 + \frac{8}{m^2} - 2 &\geq 2\sqrt{2m^2 \cdot \frac{8}{m^2}} - 2 \\ &= 2\sqrt{16} - 2 = 8 - 2 = 6\end{aligned}$$

11. $0 \leq x \leq 1$ 일 때 $f(x) = x(1-x)$ 이고 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+1) = \frac{1}{2}f(x)$ 를 만족하는 함수 $f(x)$ 가 있다. 이 때 $f\left(\frac{5}{2}\right)$ 의 값은?

① $-\frac{3}{16}$

② $-\frac{1}{16}$

③ $\frac{1}{16}$

④ $\frac{3}{16}$

⑤ $\frac{1}{4}$

해설

$$f(x+1) = \frac{1}{2}f(x) \Leftrightarrow f(x) = \frac{1}{2}f(x-1)$$

$$\begin{aligned} f\left(\frac{5}{2}\right) &= \frac{1}{2}f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}f\left(\frac{1}{2}\right) \\ &= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{16} \end{aligned}$$