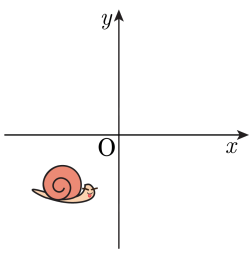


1. 직교좌표계를 사용했을 때, 달팽이의 현재 위치는  $(-10, -10)$  이다. 이 달팽이는  $x$  축 방향으로 2,  $y$  축 방향으로 2 만큼 평행이동하는데 1 분이 걸린다고 한다. 이 달팽이가 원점에 도달하는데 걸린 시간은 몇 분인지 구하여라.



▶ 답 :                      분

▷ 정답 : 5 분

해설

달팽이가  $x$  축 방향으로 2,  $y$  축 방향으로 2 만큼 평행이동하는데 1 분이 걸린다.

즉,  $(-10, -10)$  에서  $(-8, -8)$  까지 가는데 1 분,  
 $(-6, -6)$  까지 가는데 2 분, 같은 식으로 하면  
원점에 도달하는데 총 5 분이 걸린다.

2. 점 $P_1(1, 2)$ 를 점 $P_2(-1, 4)$ 로 옮기는 평행이동에 의하여 점 $(2, -2)$ 는 어떤 점으로 옮겨지는가?

- ①  $(0, 0)$                       ②  $(1, 1)$                       ③  $(4, 0)$   
④  $(4, -4)$                       ⑤  $(1, 2)$

해설

주어진 평행이동은  $x$ 축 방향으로  $-2$ ,  $y$ 축 방향으로  $+2$ 만큼 평행이동하므로  $(2 - 2, -2 + 2) = (0, 0)$ 으로 이동한다.

3. 좌표축을 평행이동하여 원점을 점  $(a, b)$  로 이동하였더니 방정식  $x^2 + y^2 = 16$  이 새로운 좌표축에서  $x^2 + y^2 + 4x - 2y + c = 0$  인 방정식으로 되었다. 이 때, 상수  $a, b, c$  의 합  $a + b + c$  의 값은?

①  $-10$       ②  $-12$       ③  $-14$       ④  $-16$       ⑤  $-18$

해설

원점을 점  $(a, b)$ 로 평행이동시키는 좌표축의 변환은, 좌표평면 위의 모든 점을  $x$ 축으로  $-a$ 만큼,  $y$ 축으로  $-b$ 만큼 평행이동시키는 변환과 같다.

또, 원을 평행이동하면 반지름의 길이는 변하지 않고 중심좌표만 평행이동된다.

$\therefore x^2 + y^2 = 16 \rightarrow (x - a)^2 + (y - b)^2 = 16$ 으로 이동

$\therefore x^2 + y^2 + 4x - 2y + c = 0 \rightarrow (x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 5 - c$  이므로

$a = -2, b = +1, c = 5 - c = 16 \rightarrow c = -11$

$\therefore a + b + c = -12$

4. 직선  $y = 2x + 4$  를  $x$  축을 따라  $\alpha$  만큼 평행이동시킨 직선을  $l$ ,  $l$  을  $x$  축에 대하여 대칭이동시킨 직선을  $m$ ,  $m$  을  $y$  축에 대하여 대칭이동시킨 직선을  $n$  이라고 할 때, 직선  $l$  이  $n$  과 일치하도록 상수  $\alpha$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

직선  $y = 2x + 4$  를  $x$  축 방향으로  $\alpha$  만큼  
평행이동시킨 직선  $l$  은  
 $l : y = 2(x - \alpha) + 4$   
이것을  $x$  축에 대하여 대칭이동시킨 직선  $m$  은  
 $m : (-y) = 2(x - \alpha) + 4$   
 $n$  은  $m$  을  $y$  축에 대하여 대칭이동시킨 것이므로  
 $n : (-y) = 2(-x - \alpha) + 4$   
이것을 정리하면  $y = 2x + 2\alpha - 4$  이므로  
 $l$  과  $n$  이 일치하려면  
 $-2\alpha + 4 = 2\alpha - 4$  가 되어  $\alpha = 2$  이다.



5. 직선  $l$  을  $x$  축의 양의 방향으로 2 만큼,  $y$  축의 양의 방향으로  $-1$  만큼 평행이동 시켰더니  $x - 2y - 1 = 0$  와 겹쳤다. 직선  $l$  의 방정식은?

- ①  $x + y - 1 = 0$       ②  $x - 2y + 3 = 0$       ③  $2x + y - 1 = 0$   
④  $x - y + 5 = 0$       ⑤  $x - 2y + 7 = 0$

해설

거꾸로  $x - 2y - 1 = 0$  을  $x$  축으로  $-2$ ,  $y$  축으로  $+1$  이동시키면,  
직선  $l$  과 겹치게 된다.

$$\Rightarrow (x + 2) - 2(y - 1) - 1 = 0$$

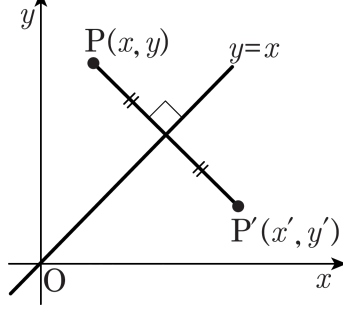
$$\Rightarrow x - 2y + 3 = 0 \quad \cdots \quad l$$

6. 직선  $2x - y + 3 = 0$  을 직선  $y = x$  에 대하여 대칭이동한 다음  $y$  축에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하면?
- ①  $x + 2y + 3 = 0$                       ②  $x + 4y + 6 = 0$   
③  $2x + y + 2 = 0$                       ④  $2x + 4y + 6 = 0$   
⑤  $3x + 2y + 1 = 0$

해설

직선  $2x - y + 3 = 0$   
 $\xrightarrow[\text{대칭이동}]{\text{직선 } x=y \text{에 대하여}}$  직선  $2y - x + 3 = 0$   
 $\xrightarrow[\text{대칭이동}]{y\text{축에 대하여}}$  직선  $2y - (-x) + 3 = 0,$   
즉  $x + 2y + 3 = 0$

7. 다음은 점  $P(x, y)$  를 직선  $y = x$  에 대하여 대칭이동한 점  $P'$  의 좌표를 구하는 과정이다. 이 때, (가) ~ (라)에 알맞지 않은 것은?



점  $P(x, y)$  를  
 직선  $y = x$  에 대하여 대칭이동한 점을  $P'(x', y')$  이라고 하면  
 선분  $PP'$  의 중점  
 $M\left(\frac{x+x'}{2}, \frac{y+y'}{2}\right)$  은  
 직선 (가) 위에 있으므로  
 $\frac{y+y'}{2} = (\text{나}) \dots\dots \text{㉠}$   
 또한, 직선  $PP'$  은 직선  $y = x$  와 수직이므로  
 $1 \times (\text{다}) = -1 \leftarrow$  (수직인 두 직선의 기울기의 곱이  $-1$ )  
 이것을 정리하면  
 $x' + y' = (\text{라}) \dots\dots \text{㉡}$   
 ㉠, ㉡을 연립하여 풀면  $x' = y, y' = x$   
 따라서, 구하는 점  $P'$  의 좌표는 (마) 이다.

- ① (가) :  $y = x$       ② (나) :  $\frac{x+x'}{2}$       ③ (다) :  $\frac{y'-y}{x'-x}$   
 ④ (라) :  $x + y$       ⑤ (마) :  $(x, y)$

**해설**

구하는 점  $P'$  의 좌표는  $(y, x)$  이다.

8. 좌표평면 위의 점  $(a, b)$  를  $x$  축에 대하여 대칭이동한 후, 다시 직선  $y = x$  에 대하여 대칭이동하였더니 제 4 사분면의 점이 되었다.
- 점  $\left(\frac{a}{b}, a + b\right)$  는 제 몇 사분면에 존재하는가?
- ① 제 1 사분면                      ② 제 2 사분면  
③ 제 3 사분면                      ④ 제 4 사분면  
⑤  $x$  축 위의 점이다.

해설

점  $(a, b)$  를  $x$  축에 대하여 대칭이동한 점은  $(a, -b)$  이고,  
이 점을 다시 직선  $y = x$  에 대하여 대칭이동한 점은  $(-b, a)$  이다.

즉, 점  $(-b, a)$ 가 제4 사분면의 점이므로

$$-b > 0, a < 0 \quad \therefore a < 0, b < 0$$

따라서  $\frac{a}{b} > 0, a + b < 0$  이므로 점  $\left(\frac{a}{b}, a + b\right)$  는 제4사분면에 존재한다.



9. 점  $(-1, 2)$  를 원점에 대해 대칭 이동시킨 후, 다시  $x$  축 방향으로  $a$  만큼 평행 이동시켰다. 그 후 다시  $x$  축에 대하여 대칭 이동시킨 후,  $y = x$  에 대해 대칭이동 시켰더니  $(b, 1)$  이 되었다. 이 때, 상수  $a + b$  의 값을 구하면?

①  $-1$       ②  $2$       ③  $3$       ④  $4$       ⑤  $5$

해설

$(-1, 2)$  을 원점대칭이동  $\rightarrow (1, -2)$   
 $x$  축 방향으로  $a$  만큼 평행이동  $\rightarrow (1+a, -2)$   
 $x$  축에 대해 대칭이동  $\rightarrow (1+a, 2)$   
 $y = x$  에 대해 대칭이동  $\rightarrow (2, 1+a)$   
따라서  $b = 2, 1+a = 1, a = 0$  이므로  $a + b = 2$

10. 점  $(-1, 2)$  를 원점에 대하여, 대칭 이동시킨 후,  $x$  축 방향으로  $a$  만큼,  $y$  축 방향으로  $b$  만큼 평행 이동시켰다. 그 후 다시  $y = x$  에 대하여 대칭 이동시켰더니  $(3, 2)$  가 되었다. 이 때,  $ab$  의 값은?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

$(-1, 2)$

$\xrightarrow{\text{원점대칭}}$

$(1, -2)$

$\xrightarrow{x\text{축으로 } a\text{만큼 평행이동}}$

$(1 + a, -2)$

$\xrightarrow{y\text{축으로 } b\text{만큼 평행이동}}$

$(1 + a, -2 + b)$

$\xrightarrow{y=x\text{대칭}}$

$(-2 + b, 1 + a) = (3, 2)$

$\therefore a = 1, b = 5$

11. 좌표평면 위의 점 P 를 y 축에 대하여 대칭이동 하고 x 축 방향으로 2 , y 축 방향으로 3 만큼 평행이동한 후 다시 직선  $y = x$  에 대하여 대칭이동 하였더니 원래의 점 P 가 되었다. 점 P 의 좌표는?

- ①  $\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$
- ②  $\left(\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right)$
- ③  $\left(\frac{7}{2}, \frac{1}{3}\right)$
- ④  $\left(\frac{7}{2}, -\frac{1}{3}\right)$
- ⑤  $\left(\frac{7}{2}, \frac{3}{2}\right)$

해설

$P = (x, y)$  라 하면,  
 $(x, y) \xrightarrow{y\text{축 대칭}}$   
 $(-x, y) \xrightarrow{x\text{축으로 2, } y\text{축으로 3만큼 평행이동}}$   
 $(-x + 2, y + 3) \xrightarrow{y=x\text{에 대칭}} (y + 3, -x + 2)$   
 $\Rightarrow (y + 3, -x + 2) = (x, y)$   
 $\Rightarrow x = y + 3, \quad y = -x + 2$   
두 식을 연립하면,  $x = \frac{5}{2}, \quad y = -\frac{1}{2}$   
 $\therefore P\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

12. 원  $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 9 = 0$  을  $y$  축에 대하여 대칭이동하면 직선  $y = mx$  에 접한다고 한다. 이때, 이를 만족하는 모든 상수  $m$  의 값의 합은?

- ①  $-\frac{12}{5}$       ②  $-\frac{3}{2}$       ③  $\frac{6}{5}$       ④  $\frac{3}{2}$       ⑤  $\frac{12}{5}$

해설

원  $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 9 = 0$  을  $y$  축에 대하여 대칭이동하면  $(-x)^2 + y^2 - 6(-x) + 4y + 9 = 0$ ,  
 $x^2 + y^2 + 6x + 4y + 9 = 0$

$$\therefore (x+3)^2 + (y+2)^2 = 4$$

이 원이 직선  $y = mx$  에 접하므로 원의 중심

$(-3, -2)$  에서 직선  $mx - y = 0$  에 이르는 거리는 반지름 2 와 같다.

$$\text{즉, } \frac{|-3m+2|}{\sqrt{m^2+1}} = 2$$

이것을 정리하여 풀면  $m = 0$  또는  $m = \frac{12}{5}$

따라서 모든 상수  $m$  의 합은  $\frac{12}{5}$



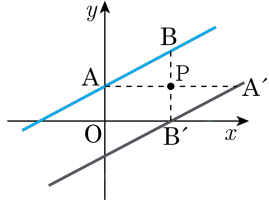
13. 직선  $2x - 3y - 1 = 0$  을 원점에 대하여 대칭이동한 후, 다시 직선  $y = x$  에 대하여 대칭이동하였더니 원  $(x - 1)^2 + (y - a)^2 = 5$  의 넓이를 이등분하였다. 이때,  $a$  의 값은?

① 1                      ② 2                      ③  $\sqrt{5}$                       ④ 3                      ⑤  $2\sqrt{5}$

해설

직선  $2x - 3y - 1 = 0$  을 원점에 대하여  
대칭이동하면  $-2x + 3y - 1 = 0$   
이 직선을 다시 직선  $y = x$  에 대하여 대칭이동하면  
 $-2y + 3x - 1 = 0$   
 $\therefore 3x - 2y - 1 = 0$   
이 직선이 원  $(x - 1)^2 + (y - a)^2 = 5$  의 넓이를  
이등분하므로 원의 중심  $(1, a)$  를 지난다.  
즉,  $3 - 2a - 1 = 0, 2a = 2 \quad \therefore a = 1$

14. 다음 그림과 같이 좌표평면 위의 한 점 P에 대한 두 점 A, B의 대칭점은 각각 A', B'이고, 직선 AB의 방정식은  $x - 2y + 4 = 0$ 이라 한다. 점 A'의 좌표가 (3, 1), 직선 A'B'의 방정식이  $y = ax + b$ 일 때, 두 상수  $a, b$ 의 곱은?



- ①  $-\frac{1}{2}$       ②  $-\frac{1}{3}$       ③  $-\frac{1}{4}$       ④  $\frac{1}{4}$       ⑤  $\frac{1}{3}$

**해설**

두 점 A', B'은 각각 점 P에 대한 두 점 A, B의 대칭점이므로 직선 A'B'은 직선 AB의 점대칭도형이다.

즉,  $\triangle APB \equiv \triangle A'PB'$ 에서  $\angle ABP = \angle A'B'P$  (엇각)이므로

$$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{A'B'}$$

따라서, 직선 A'B'의 기울기는 직선 AB의

기울기인  $\frac{1}{2}$ 과 같다.

또, 직선 A'B'은 점 A'(3, 1)을 지나므로 직선 A'B'의 방정식은

$$y - 1 = \frac{1}{2}(x - 3)$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$$

따라서,  $a = \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2}$ 이므로

$$ab = -\frac{1}{4}$$

15. 점  $(-1, 4)$  를 점  $P(a, b)$  에 대하여 대칭이동한 점이  $(5, 2)$  일 때,  $ab$  의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

점  $P(a, b)$  가 두 점  $(-1, 4)$ ,  $(5, 2)$  를 이은  
선분의 중점이므로

$$(a, b) = \left( \frac{-1+5}{2}, \frac{4+2}{2} \right) = (2, 3)$$

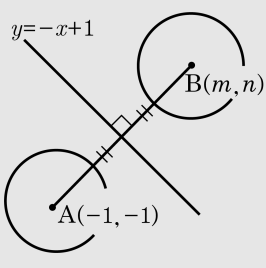
$$\therefore a = 2, b = 3 \therefore ab = 6$$

16. 원  $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 1$  을 직선  $y = -x + 1$  에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  일 때,  $a + b + c$  의 값은?

- ① -3
- ② -1
- ③ 0
- ④ 3
- ⑤ 5

해설

원  $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 1$  을 직선  $y = -x + 1$  에 대하여 대칭이동한 도형은 반지름의 길이가 1 인 원이다.  
이때, 옮기기 전의 원의 중심을  $A(-1, -1)$  , 옮긴 후의 원의 중심을  $B(m, n)$  이라고 하면  
선분 AB 는 직선  $y = -x + 1$  과 수직이므로  
 $\frac{n+1}{m+1} \cdot (-1) = -1$  에서  
 $m = n \cdots \cdots \textcircled{1}$   
또한, 선분 AB 의 중점  $\left(\frac{m-1}{2}, \frac{n-1}{2}\right)$  은 직선  $y = -x + 1$  위에 있으므로  
 $\frac{n-1}{2} = -\frac{m-1}{2} + 1$  에서  
 $m + n = 4 \cdots \cdots \textcircled{2}$   
 $\textcircled{1}$ ,  $\textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면  
 $m = 2, n = 2$   
따라서, 대칭이동하여 옮겨진 원은 중심이  $(2, 2)$  이고 반지름의 길이가 1 이므로 그 방정식은  
 $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 1$   
즉,  $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 7 = 0$   
 $\therefore a = -4, b = -4, c = 7$   
 $\therefore a + b + c = -1$





17. 직선  $x - y + 2 = 0$  에 관하여 점  $P(5, 3)$  과 대칭인 점을  $Q(a, b)$  라 할 때,  $ab$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $ab = 7$

해설

$x - y + 2 = 0$  에 관하여 점  $P(5, 3)$  과 대칭인 점을  $Q(a, b)$  라면

$\overline{PQ}$  의 중점  $\left(\frac{a+5}{2}, \frac{b+3}{2}\right)$  이

직선 위에 있으므로 대입하면

$$\frac{a+5}{2} - \frac{b+3}{2} + 2 = 0$$

$$\rightarrow a - b + 6 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

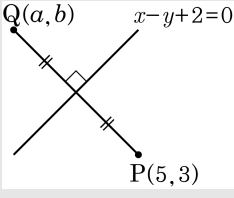
( $\overline{PQ}$  의 기울기)  $\times 1 = -1$  이므로

( $\because \overline{PQ}$  와 직선이 수직)

$$\frac{b-3}{a-5} \times 1 = -1 \rightarrow a + b - 8 = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$  에서  $a = 1, b = 7$

$$\therefore ab = 7$$



18. 좌표평면 위의 원  $x^2 + y^2 = 8$ 을 직선  $y = ax + b$ 에 대하여 대칭이동시켰더니 원  $x^2 + y^2 - 8x - 4y + c = 0$ 이 되었다. 이 때,  $a + b + c$ 의 값은?

① 13      ② 14      ③ 15      ④ 16      ⑤ 17

해설

중심을 대칭이동했다고 보면 된다. 구하려는 중심을  $(a, b)$ 라 하면,  
 $x^2 + y^2 = 8$ 의 중심  $(0, 0)$ 과  $x^2 + y^2 - 8x - 4y + c = 0$ 의 중심인  $(4, 2)$ 의 중점은  $y = ax + b$  위를 지나고,  
두 점을 이은 직선과  $y = ax + b$ 는 수직이다.  
따라서 중점인  $(2, 1)$ 를  $y = ax + b$ 에 대입하면  $1 = 2a + b$ .  
수직조건은 기울기의 곱이  $-1$ 이므로  
 $y = ax + b$ 의 기울기가  $a$ 이므로  
두 중심을 지나는 기울기는  $\frac{1}{2}$ ,  
따라서  $a = -2, b = 5$ , 그리고 원의 반지름은 같으므로  $20 - c = 8$ .  
 $c = 12$

19. 직선  $y = x + 1$ 에 관해서 점  $A(-2, 3)$ 과 대칭인 점의 좌표를  $(x, y)$ 라 할 때,  $x + y$  값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$y = x + 1$ 에  $A(-2, 3)$ 에 대칭인 점은  $A'$ 이므로  $\overline{AA'}$ 의 중점은  $y = x + 1$  위의 점이다.

$$\frac{-2+a}{2} + 1 = \frac{3+b}{2} \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

또  $\overline{AA'}$ 의 기울기와  $y = x + 1$ 의 기울기의 곱이  $-1$ 이므로

$$\left(\frac{b-3}{a+2}\right) \times 1 = -1$$

$$\therefore b-3 = -a-2 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

①, ②에 의해  $a = 2, \quad b = -1$

$$\therefore (2, -1)$$

20. 다음은 갑, 을, 병, 정 네 사람이 도형의 이동에 대하여 말한 것이다. 올바르게 말한 사람은?

갑: 점  $(x, y)$  를 점  $(x-a, y-b)$  로 옮기는 평행이동에 의하여  $f(x, y) = 0$  이 나타내는 도형은  $f(x+a, y+b) = 0$  이 나타내는 도형으로 이동 한다.  
을: 점  $(x, y)$  를 점  $(x-2, y+1)$  로 옮기는 평행이동에 의하여 점  $(2, -1)$  은 점  $(0, 0)$  으로 이동한다.  
병: 점  $(x, y)$  를 점  $(-x, -y)$  로 옮기는 대칭이동에 의하여  $y = f(x)$  이 나타내는 도형은  $y = -f(-x)$  이 나타내는 도형으로 이동한다.  
정: 점  $(x, y)$  를 점  $(y, x)$  로 옮기는 대칭이동에 의하여  $f(x, y) = 0$  이 나타내는 도형은  $f(y, x) = 0$  이 나타내는 도형으로 이동한다.

- ① 갑, 을, 병
- ② 갑, 을, 정
- ③ 갑, 병, 정
- ④ 을, 병, 정
- ⑤ 갑, 을, 병, 정

해설

갑, 을, 정 : 참  
병 :  $(x, y) \rightarrow (-x, -y)$  : 원점 대칭  
 $\therefore y = f(x) \rightarrow -y = f(-x)$  : 거짓



21. 다음 중 원  $x^2 + y^2 + 6x - 6y + 2 = 0$  을 평행이동하여 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은?

- ①  $x^2 + y^2 = \frac{1}{3}$                       ②  $x^2 + y^2 = 1$   
③  $x^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{5}$               ④  $(x + 1)^2 + y^2 = 3$   
⑤  $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 16$

해설

평행이동하여 겹쳐질 수 있으려면

반지름의 길이가 같아야 한다.

$x^2 + y^2 + 6x - 6y + 2 = 0$  에서  $(x + 3)^2 + (y - 3)^2 = 16$

따라서 겹쳐질 수 있는 원의 방정식은

반지름의 길이가 4인 ⑤이다.

22. 좌표평면 위의 점  $P(x, y)$  가 다음과 같은 규칙에 따라 이동하거나 이동하지 않는다.  $P$ 가 점  $A(6, 5)$  에서 출발하여 어떤 점  $B$  에서 더 이상 이동하지 않게 되었다.  $A$  에서  $B$  에 이르기까지 이동한 횟수는?

- ㉠  $y = 2x$  이면 이동하지 않는다.

㉡  $y < 2x$  이면  $x$  축 방향으로  $-1$ 만큼 이동한다.

㉢  $y > 2x$  이면  $y$  축 방향으로  $-1$ 만큼 이동한다.

① 4회      ② 5회      ③ 6회      ④ 7회      ⑤ 8회

해설

$(6, 5) \rightarrow (5, 5) \rightarrow (4, 5) \rightarrow (3, 5) \rightarrow (2, 5) \rightarrow (2, 4)$   
 $\therefore$  5 회 이동한다.

23. 점  $(1, 2)$  를 점  $(a, b)$  로 옮기는 평행이동에 의하여 직선  $x+2y-1=0$  은 직선  $x+2y-4=0$  으로 이동하였다. 이때,  $a+2b$  의 값을 구하면?

- ① 2
- ② 6
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

해설

$x$  축으로  $m$ ,  $y$  축으로  $n$  만큼 평행이동했다고 하면,  
 $(x-m)+2(y-n)-1=0$ ,  $x+2y-m-2n-1=0$ 을  
 $x+2y-4=0$  과 비교해 보면,  
 $-m-2n=-3 \cdots \textcircled{1}$   
점  $(1, 2)$  를  $x$  축으로  $m$ ,  $y$  축으로  $n$  만큼 평행이동 시키면,  
 $(1+m, 2+n)$   
 $\Rightarrow 1+m=a, 2+n=b$   
 $\Rightarrow a+2b=m+1+4+2n=8$   
( $\because \textcircled{1}$ 에서  $m+2n=3$ )

24. 직선  $y = 2x + 8$  을  $x$  축의 방향으로  $m$  만큼 평행이동한 직선  $l_1$  과  $y$  축의 방향으로  $n$  만큼 평행이동한 직선  $l_2$  가 모두 원  $x^2 + y^2 = 5$  와 제2 사분면에서 접한다. 이 때,  $m + n$  의 값은?

- ①  $-\frac{3}{2}$       ②  $-\frac{1}{2}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{3}{2}$       ⑤  $\frac{5}{2}$

**해설**

직선  $y = 2x + 8$  을 평행이동하면  
원  $x^2 + y^2 = 5$  와 접하므로 접선의  
기울기는 2 이다.

원  $x^2 + y^2 = 5$  와 제2 사분면에서 접  
하고 기울기가 2 인 접선의 방정식은

$$y = 2x + \sqrt{5} \cdot \sqrt{1+2^2}$$

즉,  $y = 2x + 5$  이고,

이것이 두 직선  $l_1, l_2$  와 일치한다.

이때, 직선  $y = 2x + 8$  을  $x$  축의 방향으로

$m$  만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$$y = 2(x - m) + 8 \quad \therefore l_1 : y = 2x - 2m + 8$$

이것이 직선  $y = 2x + 5$  와 일치하므로

$$-2m + 8 = 5 \quad \therefore m = \frac{3}{2}$$

또한, 직선  $y = 2x + 8$  을  $y$  축의 방향으로  $n$  만큼

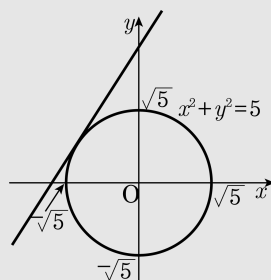
평행이동한 직선의 방정식은

$$y - n = 2x + 8 \quad \therefore l_2 : y = 2x + 8 + n$$

이것이 직선  $y = 2x + 5$  와 일치하므로

$$8 + n = 5 \quad \therefore n = -3$$

$$\therefore m + n = \frac{3}{2} - 3 = -\frac{3}{2}$$





25. 직선  $y = 2x + a$  를  $x$  축으로 2 만큼,  $y$  축으로 1 만큼 평행이동하면  $x^2 + y^2 = 5$ 와 접한다고 한다. 이 때, 양수  $a$ 의 값을 구하면?

① 1                      ② 2                      ③ 5                      ④ 8                      ⑤ 10

해설

$$f(x : y) \rightarrow (x + 2, y + 1)$$

$$y = 2x + a \xrightarrow{f} (y - 1) = 2 \cdot (x - 2) + a$$

$$y = 2x - 4 + a + 1 = 2x + a - 3$$

직선  $2x - y + (a - 3) = 0$  과  $(0, 0)$  과의 거리가  $\sqrt{5}$ 이므로

$$\frac{|a - 3|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \sqrt{5}, |a - 3| = 5$$

$$a - 3 = \pm 5, a = 3 \pm 5$$

$$\therefore a = 8 \quad (\because a > 0)$$

26. 원  $x^2 + y^2 = 1$  을 평행이동  $f : (x, y) \rightarrow (x - 4, y + 1)$  에 의하여 옮긴 후 다시 직선  $y = -3$  에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$  이라 할 때,  $a + b + r$  의 값은?

① 10      ② 5      ③ 0      ④ -5      ⑤ -10

해설

원의 중심을 이동시키면 된다

$$(0, 0) \xrightarrow{f} (-4, 1) \xrightarrow{y=-3\text{대칭}} (-4, -7)$$

$$\therefore \text{이동된 원의 방정식} : (x + 4)^2 + (y + 7)^2 = 1$$

$$\Rightarrow a + b + r = -10$$

27. 점  $P(a, b)$  의 직선  $y = 2x$  에 대한 대칭점을 Q, 점 Q 를  $x$  축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 점을 R 이라 하면 두 점 R 과 P 가 직선  $y = x$  에 대하여 대칭일 때,  $3a + b$  의 값은?

- ①  $\frac{5}{2}$
- ② 3
- ③  $\frac{7}{2}$
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

$Q = (X, Y)$  라 할 때,  $\overline{PQ}$  는  $y = 2x$  에 수직하고,  
P, Q 의 중점은  $y = 2x$  위에 존재한다.

$\Rightarrow \frac{Y-b}{X-a} \times 2 = -1, \quad \frac{Y+b}{2} = 2 \times \frac{X+a}{2}$

두 식을 연립하면,  $X = \frac{4b-3a}{5}, \quad Y = \frac{4a+3b}{5}$

이제 Q 를  $x$  축으로 1 평행이동 시키면,

$R = \left( \frac{4b-3a+5}{5}, \frac{4a+3b}{5} \right)$

R 과 P 가  $y = x$  대칭이므로,

$\frac{4b-3a+5}{5} = b, \quad \frac{4a+3b}{5} = a$

정리하면  $3a + b = 5, \quad a = 3b$

두 식을 연립하면,  $a = \frac{3}{2}, \quad b = \frac{1}{2}$

$\therefore 3a + b = 5$

28. 원  $O : x^2 + (y - 1)^2 = 1$  을  $x$  축의 방향으로  $-1$  만큼,  $y$  축의 방향으로  $-1$  만큼 평행이동한 원을  $O'$  이라고 하자. 두 원  $O, O'$  의 교점을 각각  $A, B$  라 할 때, 점  $(6, 2)$  를 직선  $AB$  에 대하여 대칭이동한 점이  $(a, b)$  이다. 이 때,  $ab$  의 값을 구하면?

- ①  $-8$
- ②  $-12$
- ③  $8$
- ④  $12$
- ⑤  $0$

해설

원  $O : x^2 + (y - 1)^2 = 1$  을  $x$  축의 방향으로  $-1$  만큼,  $y$  축의 방향으로  $-1$  만큼 평행이동하면

$O' : (x + 1)^2 + y^2 = 1$

두 원의 방정식을 일반형으로 변형하면

$O : x^2 + y^2 - 2y = 0, O' : x^2 + y^2 + 2x = 0$

이 때, 직선  $AB$  의 방정식은  $2x + 2y = 0$ ,

즉  $y = -x$

따라서 점  $(6, 2)$  를 직선  $y = -x$  에 대하여

대칭이동한 점은  $(-2, -6)$  이므로

$a = -2, b = -6 \therefore ab = 12$



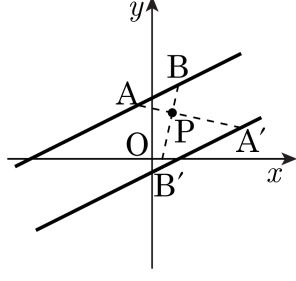
29. 직선  $y = kx + 1$  을  $x$  축에 대하여 대칭이동하면 원  $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 9 = 0$  의 넓이를 이등분한다고 할 때  $k$  의 값을 구하면?

- ① -2
- ② -1
- ③ 1
- ④ 2
- ⑤  $\frac{1}{2}$

해설

먼저  $y = kx + 1$  를  $x$  축 대칭시킨 직선은  
 $y = -kx - 1 \cdots \textcircled{1}$   
이제 원의 방정식을 정리하면,  
 $(x + 3) + (y - 2)^2 = 4$   
직선이 원의 넓이를  
이등분하려면 직선이 원의 중심을 지나면 된다.  
중심이  $(-3, 2)$  이므로  $\textcircled{1}$  에 대입하면,  
 $2 = 3k - 1 \Rightarrow k = 1$

30. 좌표평면 위의 정점 P에 대한 두 점 A, B의 대칭점은 각각 A', B'이고, 직선 AB의 방정식은  $x - 2y + 4 = 0$  이라 한다. 점 A'의 좌표가 (3, 1), 직선 A'B'의 방정식이  $y = ax + b$  일 때, 두 상수  $a, b$ 의 곱  $ab$ 의 값은?



- ①  $-\frac{1}{4}$       ②  $\frac{1}{4}$       ③  $-\frac{1}{3}$       ④  $\frac{1}{3}$       ⑤  $-\frac{1}{2}$

해설

두 점 A', B'은 점 P에 대한 두 점 A, B의 대칭점이므로, 직선 A'B'은 직선 AB의 점대칭도형이다

$\triangle APB \equiv \triangle A'PB'$ 에서

$\angle ABP = \angle A'B'P$  (엇각)이므로

$\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{A'B'}$ 이다.

따라서 직선 A'B'의 기울기는 직선 AB의 기울기인  $\frac{1}{2}$ 과 같다.

또한, 직선 A'B'은 A'(3, 1)을 지나므로

직선 A'B'의 방정식은

$$y - 1 = \frac{1}{2}(x - 3)$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$$

따라서  $a = \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2}$ 이다.

$$\therefore ab = -\frac{1}{4}$$

31. 원  $x^2 + y^2 - 4x - 8y = 0$  을 직선  $y = ax + b$  에 대하여 대칭이동하면 원  $x^2 + y^2 - c = 0$  이 된다고 한다. 이 때,  $a + b + c$  의 값은?

① -18      ② -16      ③ 0      ④ 22      ⑤ 23

해설

$$(x-2)^2 + (y-4)^2 = 20$$

즉, (2, 4) 를  $y = ax + b$  에 대칭이동하면 (0, 0)

1) (2, 4) 와 (0, 0) 의 중점은  $y = ax + b$  를 지난다.  $\Rightarrow 2 = a + b$

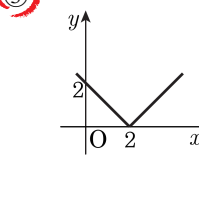
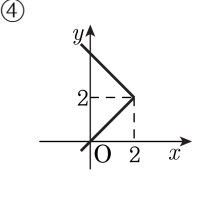
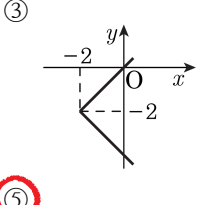
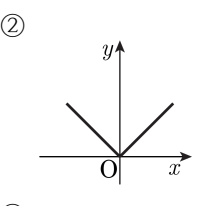
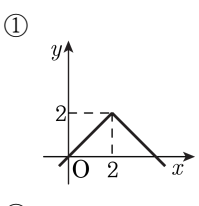
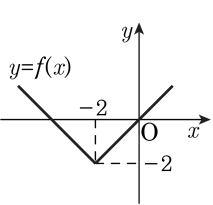
2) (2, 4), (0, 0) 을 잇는 선분은  $y = ax + b$  에 수직이다.

$$\Rightarrow 2 = -\frac{1}{a}, a = -\frac{1}{2}$$

1), 2) 에 의해  $a = -\frac{1}{2}, b = \frac{5}{2}, c = 20,$

$$a + b + c = 22$$

32. 다음 그림은 함수의 그래프이다. 다음 중  $y = f(-x) + 2$ 의 그래프를 나타낸 것은?



**해설**

$y = f(-x) + 2$ 의 그래프는 주어진 그래프를  $y$ 축에 대칭시킨 후  $y$ 축으로 2만큼 평행 이동 한 것이다.

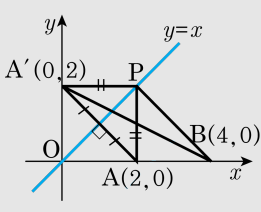


33.  $x$  축 위의 두 점  $A(2, 0), B(4, 0)$  과 직선  $y = x$  위를 움직이는 점  $P$ 에 대하여  $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은?

- ① 2
- ②  $2\sqrt{2}$
- ③  $2\sqrt{3}$
- ④ 4
- ⑤  $2\sqrt{5}$

해설

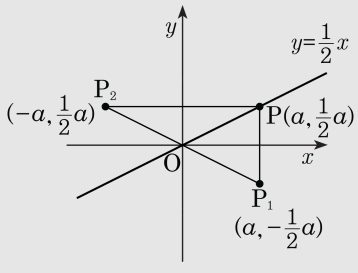
점  $A(2, 0)$ 을 직선  $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을  $A'$ 이라 하면  $A'(0, 2)$ 이때, 다음 그림에서  $\overline{AP} = \overline{A'P}$ 또,  $\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{A'P} + \overline{BP} \geq \overline{A'B}$ 이므로  $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은  $\overline{A'B} = \sqrt{4^2 + (-2)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$



34. 직선  $y = \frac{1}{2}x$  위의 점  $P(a, b)$  를  $x$  축,  $y$  축에 대하여 각각 대칭이동한 점을  $P_1$ ,  $P_2$  라 하자.  $\triangle PP_1P_2$  의 넓이가 4 일 때, 두 양수  $a, b$  에 대하여  $a + b$  의 값을 구하면?

- ① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

해설



점  $P(a, b)$  가 직선  $y = \frac{1}{2}x$  위의 점이므로  $P\left(a, \frac{1}{2}a\right)$ ,  $x$  축 대칭 :  $P_1\left(a, -\frac{1}{2}a\right)$ ,  $y$  축 대칭 :  $P_2\left(-a, \frac{1}{2}a\right)$

$\triangle PP_1P_2$  는  $\angle P_1PP_2 = 90^\circ$  인 직각삼각형으로 넓이는  $\overline{PP_1} \times \overline{PP_2} \times \frac{1}{2}$  이다.

$\overline{PP_1} = a, \overline{PP_2} = 2a$

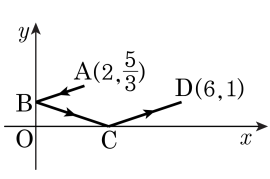
$\therefore a \times 2a \times \frac{1}{2} = 4$

$a = \pm 2$

$a > 0$  이므로  $a = 2, b = \frac{1}{2}a = 1$

$\therefore a + b = 3$

35. 좌표평면의  $x$  축,  $y$  축 ( $x \geq 0, y \geq 0$ ) 위에 두 평면 거울이 놓여있다. 빛이 점  $A(2, \frac{5}{3})$  에서 출발하여 다음 그림과 같이  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ 의 경로로 반사되어 점  $D(6, 1)$  에 도달한다고 할 때, 점  $C$  의  $x$  좌표를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 :  $x = 3$

해설

$A''$  와  $D$ 를 지나는 직선의 방정식은  

$$y = \frac{1 + \frac{5}{3}}{6 + 2}(x - 6) + 1 = \frac{1}{3}x - 1$$
 점  $C$ 의  $x$ 좌표는 이 그래프의  $x$ 절편이므로 3  
 $\therefore x = 3$

