

1. 포물선  $y = x^2 - x + 1$  위의 점 중에서 직선  $y = x - 3$  에의 거리가 최소인 점을  $(a, b)$  라 할 때,  $a + b$  의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

### 해설

직선  $y = x - 3$  에 평행인 직선  $y = x + k$  와  
포물선  $y = x^2 - x + 1$  과의 접점이 구하는 점이다.

$$x^2 - x + 1 = x + k \text{ 에서 } \frac{D}{4} = 1 - (1 - k) = 0$$

$$\therefore k = 0$$

이때,  $x = 1, y = 1$  이므로

구하는 점은  $(1, 1)$

$$\therefore a = 1, b = 1$$

$$\therefore a + b = 2$$

2. 두 원  $(x+1)^2 + y^2 = 1$ ,  $x^2 + y^2 - 6x - 6y + 2 = 0$  의 공통접선의 개수는?

① 0개

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 4개

해설

$(x+1)^2 + y^2 = 1$  에서 이 원의 중심을  $C_1$  이라 하면 점  $C_1$  의 좌표는  $(-1, 0)$  이고 반지름의 길이는 1 이다.

$x^2 + y^2 - 6x - 6y + 2 = 0$  에서  $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 16$  이므로 이 원의 중심을  $C_2$  이라 하면 점  $C_2$  의 좌표는  $(3, 3)$  이고 반지름의 길이는 4 이다.

$\overline{C_1C_2} = 5$  이고

두 원의 반지름의 길이는 1, 4 이므로

두 원은 서로 외접하게 된다.

따라서 공통접선은 3 개이다.

3. 평행이동  $f : (x, y) \rightarrow (x-1, y+3)$ 에 의하여 점  $(3, 1)$ 은 어떤 점으로 옮겨지는가?

①  $(2, 4)$

②  $(4, 2)$

③  $(2, -4)$

④  $(-2, 4)$

⑤  $(4, -2)$

해설

$f$ 는  $x$ 축의 방향으로  $-1$ ,  $y$ 축의 방향으로  $+3$ 만큼 평행이동하는 변환이므로  $(3-1, 1+3) = (2, 4)$ 로 옮겨진다.

4. 함수  $f(x)$ 가  $f(2x+1) = 3x+2$ 를 만족할 때,  $f(3)$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$f(2x+1) = 3x+2$ 에서  $2x+1 = 3$  이므로

$x = 1$  을 대입하면

$$f(2 \cdot 1 + 1) = f(3) = 3 \cdot 1 + 2 = 5$$

5. 두 점  $A(-2, 5)$ ,  $B(1, 1)$  과  $y$ 축 위의 점  $P$ 에 대하여  $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 의 최솟값은?

① 12

② 13

③ 14

④ 15

⑤ 16

### 해설

점  $P$ 의 좌표를  $P(0, b)$ 라 하면

$$\begin{aligned}\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 &= [\{0 - (-2)\}^2 + (b - 5)^2] \\ &\quad + \{(0 - 1)^2 + (b - 1)^2\} \\ &= 2b^2 - 12b + 31 \\ &= 2(b - 3)^2 + 13\end{aligned}$$

따라서  $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2$ 은  $b = 3$

즉 점  $P$ 의 좌표가  $P(0, 3)$ 일 때, 최솟값 13을 갖는다.

6. 중심이 A(3, k) 이고 x 축에 접하는 원 C<sub>1</sub> 과 중심이 B(k, 3) 이고 y 축에 접하는 원 C<sub>2</sub> 에 대하여 두 원 C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub> 가 서로 접할 때, 양수 k 의 값을 구하면?

①  $-1 + \sqrt{2}$

②  $-2 + 2\sqrt{2}$

③  $-3 + 3\sqrt{2}$

④  $-4 + 4\sqrt{2}$

⑤  $-5 + 5\sqrt{2}$

### 해설

중심이 A(3, k) 이고 x 축에 접하는 원은 반지름의 길이가 k 이므로

$$C_1 : (x-3)^2 + (y-k)^2 = k^2$$

중심이 B(k, 3) 이고 y 축에 접하는 원은 반지름의 길이가 k 이므로

$$C_2 : (x-k)^2 + (y-3)^2 = k^2$$

두 원의 중심 A, B 사이의 거리는

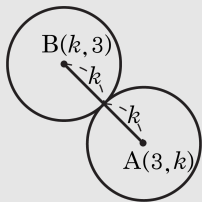
$$\overline{AB} = \sqrt{(k-3)^2 + (3-k)^2} = \sqrt{2(k-3)^2}$$

이 때, 두 원이 외접하려면 중심거리  $\overline{AB}$  가 두 원의 반지름의 길이의 합과 같아야 하므로

$$\sqrt{2(k-3)^2} = 2k \text{ 이 식의 양변을 제곱하여 정리하면 } k^2 + 6k - 9 = 0$$

∴  $k = -3 \pm 3\sqrt{2}$  그런데 k 는 양수이므로

$$k = -3 + 3\sqrt{2} (k = -3 - 3\sqrt{2} < 0)$$



7. 직선  $3x + 4y + a = 0$  이 원  $x^2 + y^2 = 4$  와 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 정수  $a$  의 개수를 구하여라.

▶ 답:            개

▷ 정답: 19개

### 해설

직선이 원과 서로 다른 두 점에서 만나려면  
원의 중심에서 직선까지의 거리( $d$ ) 보다  
원의 반지름 ( $r$ ) 이 크다.

$$d = \frac{|3 \times 0 + 4 \times 0 + a|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|a|}{5} < 2 = r$$

$$\frac{|a|}{5} < 2, |a| < 10, -10 < a < 10$$

$$a = -9, -8, -7, -6, \dots, 6, 7, 8, 9 \therefore 19 \text{ 개}$$

8. 집합  $A, B, C, D$  에서 다음 중 성립하지 않는 것은?

①  $A \cap (A \cup B) = A$

②  $A \cup (A \cap B) = A$

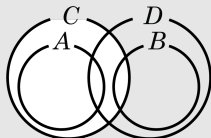
③  $(A - B) - C = A - (B \cup C)$

④  $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

⑤  $A \cap B = \emptyset, A \subset C, B \subset D$  이면  $C \cap D = \emptyset$  이다.

해설

⑤ 주어진 조건대로 벤다이어그램을 그려보면 다음과 같을 수 있다.  $C \cap D \neq \emptyset$  이므로 옳지 않다.





9.  $m$ 이 실수 일 때,  $2m^2 + \frac{8}{m^2} - 2 \geq k$ 를 만족하는  $k$ 의 최댓값을 구하시오.

(단,  $m \neq 0$ )

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$m$ 이 실수이고,  $m \neq 0$ 이므로  $m^2 > 0$ 이다.

$$\text{따라서, } 2m^2 + \frac{8}{m^2} - 2 \geq 2\sqrt{2m^2 \cdot \frac{8}{m^2}} - 2$$

$$= 2\sqrt{16} - 2 = 8 - 2 = 6$$

10.  $f(x) = \begin{cases} x+5 & (x \geq 0) \\ -x^2+3 & (x < 0) \end{cases}$  으로 정의된 함수  $f$  에 대하여  $(f \circ f)(-1) + f^{-1}(2)$  의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$$(f \circ f)(-1) = f(-(-1)^2 + 3) = f(2) = 2 + 5 = 7$$

$$f^{-1}(2) = t \text{ 라 하면 } f(t) = 2$$

그런데  $x+5 \geq 5$  ( $\because x \geq 0$ ) 이고

$$-x^2+3 < 3 \text{ ( $\because x < 0$ ) 이므로 } -t^2+3 = 2$$

$$\therefore t = f^{-1}(2) = -1 \text{ ( $\because t < 0$ )} \dots \textcircled{7}$$

$$\text{따라서 } (f \circ f)(-1) + f^{-1}(2) = 7 + (-1) = 6$$