

1. 다항식 $2x^3 + x^2 - 5x + 3$ 을 $x^2 + x - 1$ 로 나눌 때, 몫과 나머지의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

직접 나누어 보면

∴ 몫 : $2x - 1$, 나머지 : $-2x + 2$

몫과 나머지의 합은 1

2. $\frac{3+4i}{1+3i}$ 를 $a+bi$ 의 꼴로 나타 낼 때, $a-b$ 의 값은? (단, a, b 는 실수, $i = \sqrt{-1}$)

① 2 ② -2 ③ 1 ④ -1 ⑤ 0

해설

분모의 실수화를 해준다.

$$\frac{3+4i}{1+3i} = \frac{(3+4i)(1-3i)}{(1+3i)(1-3i)} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}i$$

$$\therefore a-b=2$$

3. $x = 3 + 2i$ 일 때, $x^2 - 6x - 10$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -23

해설

$x = 3 + 2i$ 에서 $x - 3 = 2i$ 의 양변을 제곱하면

$$(x - 3)^2 = (2i)^2 \quad \therefore x^2 - 6x = -13$$

$$x^2 - 6x - 10 = -13 - 10 = -23$$

$$\therefore -23$$

4. 정수 x 의 값이 $-2 \leq x \leq 2$ 일 때, $2x + 1$ 의 최댓값은?

- ① -3 ② 1 ③ 3 ④ 5 ⑤ 7

해설

$2x + 1$ 은 x 에 2를 곱하고 1을 더하여 얻은 값이다. 그러므로 x 가 커지면 $2x + 1$ 값도 커진다.
따라서 $x = 2$ 일 때 $2x + 1$ 값은 최대이고 그 값은 5이다.

해설

$-2 \leq x \leq 2 \Rightarrow -4 \leq 2x \leq 4$
 $\Rightarrow -3 \leq 2x + 1 \leq 5$
 $\therefore$ 최댓값은 5

5. 연립방정식 $\begin{cases} 2x + y - a^2 + 4 = 0 \\ (a+1)x + 2y - 10 = 0 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, 실수 a 의 값은?
- ① -3 ② -1
③ 1 ④ 3
⑤ 존재하지 않는다

해설

주어진 연립방정식의 해가
무수히 많기 위해서는 두 지서

$$\frac{a+1}{2} = \frac{2}{1} = \frac{-10}{-a^2+4}$$

$$\therefore a = 3$$

6. 두 직선 $3x + 2y + 1 = 0$, $x + 3y - 2 = 0$ 의 교점과 직선 $3x - y + 2 = 0$ 사이의 거리를 구하면?

- ① $\frac{\sqrt{7}}{5}$
- ② $\frac{\sqrt{10}}{5}$
- ③ $\frac{\sqrt{7}}{2}$
- ④ $\frac{\sqrt{10}}{2}$
- ⑤ $\frac{\sqrt{15}}{5}$

해설

$3x + 2y + 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$
 $x + 3y - 2 = 0 \cdots \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1} - \textcircled{2} \times 3$ 에서 $-7y + 7 = 0$
 $\therefore y = 1, x = -1$
따라서, 교점의 좌표는 $(-1, 1)$ 이다.
점 $(-1, 1)$ 과 직선 $3x - y + 2 = 0$
사이의 거리 d 는
$$d = \frac{|3 \times (-1) - 1 + 2|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}}$$
$$= \frac{2}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

7. 두 직선 $4x - 3y - 4 = 0$, $4x - 3y - 2 = 0$ 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{5}$

해설

$4x - 3y - 4 = 0$ 의 x 절편 $(1, 0)$ 에서
 $4x - 3y - 2 = 0$ 까지의 거리는

$$d = \frac{|4 - 2|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{2}{5}$$

8. $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $\emptyset \subset A$

② $\{2\} \subset A$

③ $\{4, 5\} \in A$

④ $n(A) = 5$

⑤ $\{0, \{2\}\} \subset A$

해설

③ $\{4, 5\} \subset A$

④ $n(A) = 6$

9. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 17 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 4 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$A = \{1, 17\}$ 이므로 A 의 부분집합의 개수는 원소의 개수만큼 2를 곱한 값과 같다.
따라서 $2^2 = 2 \times 2 = 4$ (개)이다.

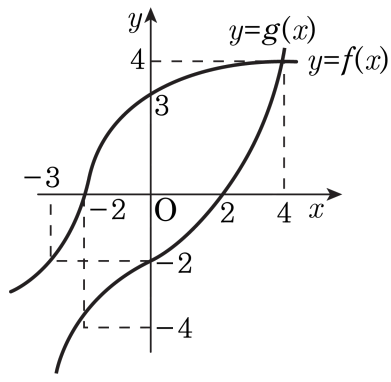
10. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 24$, $n(B) = 32$, $n(A \cup B) = 41$ 일 때, $n(A \cap B)$ 의 값을 구하면?

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

$$\begin{aligned} n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 24 + 32 - 41 = 15 \end{aligned}$$

11. 일대일대응인 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $(g \circ f^{-1})(3)$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$f^{-1}(b) = a \Leftrightarrow f(a) = b$ 이므로
그래프를 이용하여 $f^{-1}(3)$ 의 값을 찾는다.
 $f^{-1}(3) = a$ 라 하면 $f(a) = 3$
 $\therefore a = 0$
 $\therefore (g \circ f^{-1})(3) = g(f^{-1}(3)) = g(0) = -2$

12. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$ 일 때, $f(x) - 2 = x(x^2 - 1) + a(x - x^2) + b(x^2 - 1)$ 가 항상 성립하도록 하는 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(x) - 2 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ 이므로
 $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = x(x^2 - 1) + a(x - x^2) + b(x^2 - 1)$
 $= x^3 + (-a + b)x^2 + (a - 1)x - b \cdots \text{㉠}$
㉠이 x 에 대한 항등식이므로 양변의 차수가 같은 항의 계수가 같아야 한다.
즉, $-a + b = -3, a - 1 = 3, b = 1$
이므로 $a = 4, b = 1$
 $\therefore a + b = 5$

13. $x^3 - 2x^2 + a$ 가 $x+3$ 로 나누어 떨어지도록 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 45$

해설

$$\begin{aligned} f(-3) &= (-3)^3 - 2(-3)^2 + a = a - 45 = 0 \\ \therefore a &= 45 \end{aligned}$$

14. $\frac{5}{1+2i} = x+yi$ 를 만족하는 실수 x, y 의 합을 구하여라.(단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $x+y = -1$

해설

$$\frac{5}{1+2i} = \frac{5(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} = \frac{5(1-2i)}{5} = 1-2i$$

$$1-2i = x+yi$$

$$x = 1, y = -2, x+y = -1$$

15. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 점 $(1, 5)$ 를 지나고, $x = -1$ 일 때 최솟값 -3 을 가진다. 이 때, abc 의 값은?

① -10 ② -8 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

해설

$y = a(x+1)^2 - 3$ 에 $(1, 5)$ 를 대입하면 $a = 2$

따라서 $y = 2(x+1)^2 - 3$ 을 전개하면

$y = 2x^2 + 4x - 1$ 이므로 $a = 2$, $b = 4$, $c = -1$

$\therefore abc = -8$

16. $y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -3$ 에서 최댓값 5 를 갖는 포물선의 식의 y 절편을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -3$ 에서 최댓값 5 를 갖는 포물선의 식은 $y = -\frac{1}{3}(x+3)^2+5$ 이다. $y = -\frac{1}{3}(x+3)^2+5 = -\frac{1}{3}x^2 - 2x + 2$ 따라서 y 의 절편은 2 이다.

17. 사차방정식 $x^4 - 11x^2 + 30 = 0$ 의 네 근 중 가장 작은 근을 a , 가장 큰 근을 b 라 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$$x^4 - 11x^2 + 30 = 0$$

$$(x^2 - 5)(x^2 - 6) = 0$$

$$\therefore x = \pm\sqrt{5}, x = \pm\sqrt{6}$$

$$\text{가장 작은 근 } a = -\sqrt{6}, \text{ 가장 큰 근 } b = \sqrt{6}$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 6 + 6 = 12$$

18. 연립부등식($x \mid 3 - x > -1, 3x - 1 \geq 2$)의 해를 $a \leq x < b$ 라고 할 때,
 $a^2 + b^2$ 의 값을 구하면?

① 17 ② 16 ③ 15 ④ 14 ⑤ 13

해설

$3 - x > -1, -x > -1 - 3, x < 4,$
 $3x - 1 \geq 2, 3x \geq 3, x \geq 1$ 이므로
연립부등식의 해는 $1 \leq x < 4,$
따라서 $a^2 + b^2 = 1 + 16 = 17$ 이다.

19. 부등식 $2(x-1) \leq 5x+1 < 3(x+1)+1$ 을 만족시키는 x 의 값 중 가장 큰 정수와 가장 작은 정수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{cases} 2(x-1) \leq 5x+1 \\ 5x+1 < 3(x+1)+1 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} 2x-5x \leq 1+2 \\ 5x-3x < 3+1-1 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} x \geq -1 \\ x < \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$-1 \leq x < \frac{3}{2}$$

가장 큰 정수 : 1

가장 작은 정수 : -1

$$\therefore 1 + (-1) = 0$$

20. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $(m+2)x^2 - 2(m+2)x + 4 > 0$ 이 항상 성립하도록 할 때, 상수 m 의 값의 범위에 속한 정수의 개수는?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

모든 실수 x 에 대하여 성립하기 위해서는

$$m \geq -2$$

$$D/4 = (m+2)^2 - 4(m+2) < 0 \text{ 이므로}$$

$$m^2 + 4m + 4 - 4m - 8 = m^2 - 4 < 0$$

따라서 $-2 \leq m < 2$ 이므로

만족하는 정수 m 의 개수는

$-2, -1, 0, 1$ 의 4개

21. $\triangle ABC$ 의 꼭짓점 $A(4, 6)$, $B(-2, 2)$ 이고, 무게중심이 $G(1, 3)$ 일 때 꼭짓점 C 의 좌표는?

① $(-1, 1)$

② $(1, -1)$

③ $(1, 1)$

④ $(-1, -1)$

⑤ $(1, 2)$

해설

무게중심 구하는 공식을 이용한다.

점 $C(x, y)$ 라 하면,

$$G = \left(\frac{4 + (-2) + x}{3}, \frac{6 + 2 + y}{3} \right) = (1, 3)$$

$$\therefore x = 1, y = 1$$

22. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (x \text{는 유리수}) \\ \sqrt{2} & (x \text{는 무리수}) \end{cases}, g(x) = \begin{cases} 1 & (x \text{는 유리수}) \\ \sqrt{3} & (x \text{는 무리수}) \end{cases} \text{ 일 때, } (g \circ$$

$f)(\pi)$ 의 값은 얼마인가?.

① 0

② $\sqrt{2}$

③ $\sqrt{3}$

④ 1

⑤ $\sqrt{2} + \sqrt{3}$

해설

$$(g \circ f)(\pi) = g(f(\pi)) = g(\sqrt{2}) = \sqrt{3}$$

23. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 세 함수 f, g, h 에 대하여 $(h \circ g)(x) = 3x + 4$, $f(x) = x^2$ 일 때, $(h \circ (g \circ f))(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned}(h \circ (g \circ f))(2) &= ((h \circ g) \circ f)(2) \\ &= (h \circ g)(f(2)) \\ &= (h \circ g)(4) \\ &= 3 \times 4 + 4 = 16\end{aligned}$$

24. 두 다항식 A, B 의 최대공약수를 $A \star B$, 최소공배수를 $A \Delta B$ 라고 하자.
서로소인 두 다항 A, B 식에 대하여 $\frac{A \Delta B}{A B \star B^2}$ 를 간단히 한 것은?

- ① A ② B ③ AB ④ A^2 ⑤ B^2

해설

다항식 A, B 가 서로소이므로 $AB \star B^2 = B, A \Delta B = A \times B$

$$\therefore \frac{A \Delta B}{A B \star B^2} = \frac{A \times B}{B} = A$$

25. 사탕을 포장하는데 한 박스에 4개씩 넣으면 12개가 남고, 6개씩 넣으면 3개 이상 5개 미만인다고 한다. 전체 사탕의 개수는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 28개

해설

묵음의 수를 x 묵음이라 하면

사탕의 수: $(4x + 12)$ 개

$$6x + 3 \leq 4x + 12 < 6x + 5$$

$$\begin{cases} 6x + 3 \leq 4x + 12 \\ 4x + 12 < 6x + 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x \leq 9 \\ -2x < -7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \leq \frac{9}{2} \\ x > \frac{7}{2} \end{cases}$$

$\frac{7}{2} < x \leq \frac{9}{2}$ 에서 x 는 자연수이어야 하므로 $x = 4$

$\therefore$ 사탕의 수는 $4 \times 4 + 12 = 28$ (개)이다.

26. 다음 보기 중 $a^2 + b^2 \neq 0$ 과 동치인 것을 모두 고르면? (단, a, b 는 실수)

- $\textcircled{\text{㉠}}$ $a^2 + b^2 = 0$

$\textcircled{\text{㉡}}$ $a \neq 0$ 또는 $b \neq 0$
- $\textcircled{\text{㉢}}$ $ab \neq 0$

$\textcircled{\text{㉣}}$ $a + b \neq 0$ 이고 $ab = 0$
- $\textcircled{\text{㉤}}$ $a^2 + b^2 > 0$

- ① $\textcircled{\text{㉠}}$

② $\textcircled{\text{㉡}}$

③ $\textcircled{\text{㉢}}$
- ④ $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$

⑤ $\textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉤}}$

해설

$a^2 + b^2 \neq 0$ 은 a, b 중 적어도 하나는 0이 아니므로 $a \neq 0$ 또는 $b \neq 0$ 이다.
① $a^2 + b^2 = 0$ 이면 $a = 0$ 이고 $b = 0$ 이다.
③ $ab \neq 0$ 이면 $a \neq 0$ 이고 $b \neq 0$ 이다.
④ $a + b \neq 0$ 이고 $ab = 0$ 이면 a, b 둘 중에 하나는 0이 아니다.
⑤ $a^2 + b^2 > 0$ 이면 $a \neq 0$ 또는 $b \neq 0$ 이다. 따라서 $a^2 + b^2 \neq 0$ 과 동치인 것은 ②, ⑤이다.

27. 함수 f 의 정의역이 $A = \{x \mid 0 \leq x \leq 1\}$ 이고,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (x \in Q) \\ 1 & (x \notin Q) \end{cases} \text{이라고 한다. 위 함수의 그래프에 대한 설명 중}$$

맞는 것은?(Q 는 유리수 전체의 집합)

- ① 부등식 $y \geq x(0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1)$ 의 영역 안에 있는 점은 없다.
- ② 부등식 $y \geq x(0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1)$ 의 영역 안에 있는 점은 1 개이다
- ③ 부등식 $y \geq x(0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1)$ 의 영역 안에 있는 점은 무수히 많다.
- ④ 부등식 $y < x(0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1)$ 의 영역 안에 있는 점은 없다.
- ⑤ 부등식 $y < x(0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1)$ 의 영역 안에 있는 점은 1 개이다.

해설

함수 f 의 그래프를 그리면 y 값이 0, 1 인 점이 조밀하게 평면 위에 있다.

따라서 부등식 $y \geq x, y < x$ 의 영역 안에도 무수히 많다

28. 두 함수 $f(x) = x + 3$, $g(x) = 2x - 1$ 이고 $(f \circ h)(x) = g(x)$ 일 때, $h(1)$ 의 값은 얼마인가?

① -2 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

해설

$(f \circ h)(x) = g(x)$ 에 $x = 1$ 을 대입하면 $f(h(1)) = g(1)$

한편, $g(1) = 2 \cdot 1 - 1 = 1$ 이므로 $h(1) = k$ 라 하면

$f(k) = 1$ 에서 $f(k) = k + 3 = 1$ 이므로 $k = -2$

$\therefore h(1) = -2$

29. 다음 [보기]의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 임의의 자연수 x 에 대하여 $f(x) = (x \text{의 약수})$ 는 함수가 아니다.
- ㉡ 함수 f 가 일대일 함수이면 역함수가 항상 존재한다.
- ㉢ 함수의 모든 그래프는 집합으로 표현가능하다.
- ㉤ 함수 f, g 에 대하여 $f = g^{-1}$ 이면, f, g 는 $y = -x$ 에 대칭이다.
- ㉥ 임의 실수 x 에 대하여 $f(x) = [x]$ 는 일대일 함수이다. (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수)

- ① ㉠, ㉡, ㉢
- ② ㉠, ㉢, ㉤
- ③ ㉢, ㉤
- ④ ㉠, ㉢
- ⑤ ㉡, ㉢, ㉤

해설

- ㉠ 함수는 변수 x 에 해당되는 y 값이 하나씩 대응되어야 한다.
 $\Rightarrow f(x) = (x \text{의 약수})$ 는 함수가 아니다 (참)
- ㉡ 반례 : $A = \{1, 2, 3\}, B = \{4, 5, 6, 7\}$ 이면 일대일 함수라도 역함수가 존재하지 않는 경우가 있다.
- ㉢ 함수는 집합으로 표현 가능하다.
- ㉤ $f = g^{-1}$ 이면 f, g 는 $y = x$ 에 대칭이다.
- ㉥ 일대일 함수는 $a \neq b$ 이면 $f(a) \neq f(b)$ 이다.
 $\therefore f(x) = [x]$ 는 일대일 함수가 아니다.

30. 세 함수 $f(x), g(x), h(x)$ 가 $(f \circ g)(x) = -6x + 17$, $h(x) = 2x + 4$ 를 만족할 때, $(h^{-1} \circ g^{-1} \circ f^{-1})(5)$ 의 값은?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

$$(h^{-1} \circ g^{-1} \circ f^{-1})(5) = h^{-1} \circ (f \circ g)^{-1}(5)$$

$$(f \circ g)(x) = -6x + 17$$

$$\Rightarrow y = -6x + 17$$

$$\Rightarrow x = -6y + 17$$

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{6}x + \frac{17}{6} \cdots (f \circ g)^{-1}(x)$$

$$h(x) = 2x + 4$$

$$\Rightarrow y = 2x + 4$$

$$\Rightarrow x = 2y + 4$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2}x - 2 \cdots h^{-1}(x)$$

$$\therefore h^{-1} \circ (f \circ g)^{-1}(5) = h^{-1}(2) = -1$$

31. $(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 6$ 을 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 $\frac{y}{x}$ 의
최댓값은?

- ① $3 + 2\sqrt{2}$
- ② $2 + \sqrt{3}$
- ③ $3\sqrt{3}$
- ④ 6
- ⑤ $6 + 2\sqrt{3}$

해설

$(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 6$ 은 중심이 $(3, 3)$,
반지름이 $\sqrt{6}$ 인 원이고

$P(x, y)$ 에 대하여

$\frac{y}{x}$ 의 최댓값은 $\frac{y}{x} = k, y = kx$ 이므로

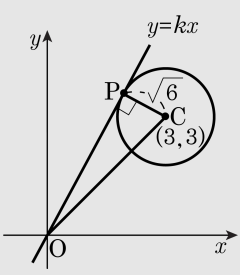
$\overline{OP}$ 의 기울기의 최댓값이다.

$y = kx$ 라 두고 원에 접하는 경우로 계산
하면

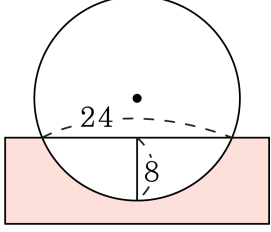
$kx - y = 0$ 에서 중심 $(3, 3)$ 까지의 거리가
원의 반지름 $\sqrt{6}$ 과 같다.

$$\frac{|3k - 3|}{\sqrt{k^2 + 1}} = \sqrt{6}, k^2 - 6k + 1 = 0$$

$k = 3 \pm 2\sqrt{2}$ 이므로, 최댓값은 $3 + 2\sqrt{2}$ 이다.



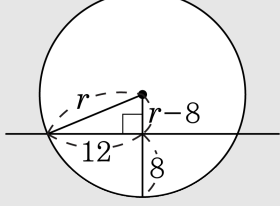
32. 구 모양의 공을 띄워 놓은 호수가 얼었다. 얼음을 깨지 않고 공을 들어내었더니 다음 그림과 같이 윗면의 지름이 24이고 깊이가 8인 홈이 생겼다고 할 때, 이 공의 반지름의 길이는?



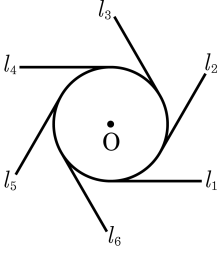
- ① $6\sqrt{3}$ ② 13 ③ $8\sqrt{3}$ ④ 16 ⑤ $12\sqrt{3}$

해설

다음 그림처럼 공의 반지름의 길이를 r 라 하면
피타고라스의 정리에 의하여
 $r^2 = 12^2 + (r - 8)^2$
 $r^2 = 144 + r^2 - 16r + 64$
 $\therefore r = 13$



33. 형중이는 수차 제작을 위해 그림과 같은 설계도를 그리고 있다. $l_1, l_2, \dots, l_6$ 는 원주를 6 등분하는 점에서 원의 접선 방향으로 붙인 날개의 단면이다. 두 접선 l_1 과 l_2 의 연장선의 교점으로부터 원의 중심까지의 거리는 반지름의 몇 배인가?



- ① 2 배 ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 배 ③ $3\sqrt{5}$ 배
 ④ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 배 ⑤ 5 배

해설

그림에서 $l_1 : y = -r$ 라 놓으면

$l_2 : y = \sqrt{3}x + k = \sqrt{3}x - 2r$

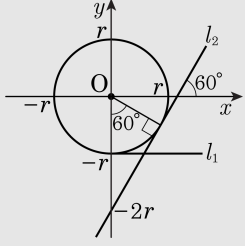
l_2 의 x 절편은 $\frac{2r}{\sqrt{3}}$ 이고

원의 반지름이 $\cos 30^\circ = \frac{r}{x}$ 이므로

$$x = r \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

따라서, 구하는 l_1 과 l_2 의 연장선의 교점으로부터

원의 중심까지의 거리는 반지름의 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 배이다.



34. 자연수 n 을 $n = 2^p \cdot k$ (p 는 음이 아닌 정수, k 는 홀수)로 나타냈을 때, $f(n) = p$ 라 하자. 예를 들면, $f(12) = 2$ 이다. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ n 이 홀수이면, $f(n) = 0$ 이다.

㉡ $f(8) < f(24)$ 이다.

㉢ $f(n) = 3$ 인 자연수 n 은 무한히 많다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉡, ㉢

해설

$n = 2^p \cdot k$ 에서
㉠ n 이 홀수이면, k 가 홀수이므로 2^p 이 홀수
 $\therefore p = 0$
즉 $f(n) = 0$
㉡ $f(8) = f(2^3 \cdot 1) = 3$, $f(24) = f(2^3 \cdot 3) = 3$
 $\therefore f(8) = f(24)$
㉢ $f(n) = 3$ 에서 $n = 2^3 \cdot k$
홀수 k 는 무한집합이므로 무한히 많다.

35. 두 집합 $X = \{x \mid 1 \leq x \leq 5\}$, $Y = \{y \mid 1 \leq y \leq 3\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 $f(x) = ax + b$ 의 역함수가 존재할 때, 상수 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, $a > 0$)

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 2

해설

역함수가 존재하므로 함수 f 는 일대일대응이다.

함수 $f(x)$ 의 기울기가 양수이므로

$$f(1) = 1, f(5) = 3$$

$$f(1) = 1 \text{ 에서 } a + b = 1 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$f(5) = 3 \text{ 에서 } 5a + b = 3 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}} \text{을 연립하여 풀면 } a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a^2 + b^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$$