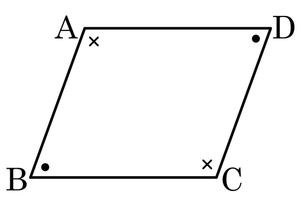
1. 다음은 '두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.'를 설명하는 과정이다. ㉠ ~ ㉤에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

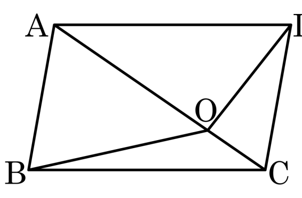


□ABCD에서 $\angle A = \angle C$, $\boxed{㉠}$
$\angle A = \angle C = a$
$\boxed{㉠} = b$라 하면
$2a + 2b = \boxed{㉡}$
$\therefore a + b = \boxed{㉢}$
$\boxed{㉣}$의 합이 $180°$이므로
$\therefore \overline{AB} // \overline{DC}$, $\boxed{㉤}$

① ㉠ : $\angle B = \angle D$　② ㉡ : $360°$　③ ㉢ : $180°$
④ ㉣ : 엇각　⑤ ㉤ : $\overline{AD} // \overline{BC}$

해설
동측내각의 합이 $180°$이다.

2. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 대각선 $\overline{\mathrm{AC}}$ 위의 점 O 에 대하여 $\triangle\mathrm{OAD} = 8\mathrm{cm}^2$, $\triangle\mathrm{OCD} = 3\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle\mathrm{OAB}$ 의 넓이를 구하면?

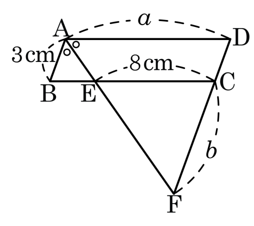


① $4\mathrm{cm}^2$ ② $5\mathrm{cm}^2$ ③ $6\mathrm{cm}^2$ ④ $7\mathrm{cm}^2$ ⑤ $8\mathrm{cm}^2$

해설

평행사변형의 대각선은 평행사변형의 넓이를 이등분하므로
$\triangle\mathrm{ABC} = \triangle\mathrm{ACD} = \triangle\mathrm{AOD} + \triangle\mathrm{OCD} = 11(\mathrm{cm}^2)$ 이다.
$\triangle\mathrm{OAB} = x$ 라고 하면
$\triangle\mathrm{OBC} = 11 - x$
또, $\triangle\mathrm{OAD} : \triangle\mathrm{OCD} = \overline{\mathrm{OA}} : \overline{\mathrm{OC}} = \triangle\mathrm{OAB} : \triangle\mathrm{OBC}$ 에서
$8 : 3 = x : (11 - x)$, $3x = 8(11 - x)$
$\therefore\ x = 8(\mathrm{cm}^2)$

3. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $a+b$ 의 값은?



① 19cm ② 20cm ③ 21cm

④ 22cm ⑤ 23cm

해설

$\angle DAF = \angle CEF$ ($\because$ 동위각)

$\angle BAE = \angle CFE$ ($\because$ 엇각)

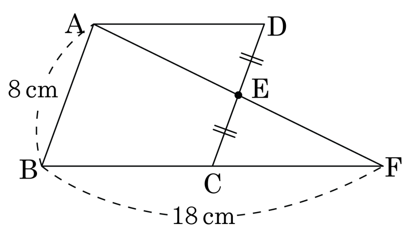
$\triangle CEF$ 는 이등변삼각형이 되어 $\overline{CE} = \overline{CF}$, $b = 8cm$

$\triangle DAF$ 도 이등변삼각형이 되고, $\square ABCD$ 에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$ 이므로

$\overline{AD} = \overline{DF} = a = b + \overline{DC} = 8 + 3 = 11cm$

$\therefore\ a + b = 11 + 8 = 19(cm)$

4. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{CD}$ 의 중점을 E 라 하고, $\overline{AE}$ 의 연장선이 $\overline{BC}$ 의 연장선과 만나는 점을 F 라 하자. 이 때 $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 9 cm

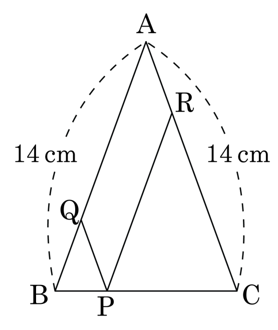
해설

$\triangle ADE$ 와 $\triangle FCE$ 에서
$\overline{ED} = \overline{EC}$
$\angle ADE = \angle FCE$(엇각)
$\angle AED = \angle FEC$(맞꼭지각)
$\therefore \triangle ADE \equiv \triangle FCE$ (ASA 합동)

따라서 $\overline{AD} = \overline{FC}$ 이고, 평행사변형이므로
$\overline{AD} = \overline{BC}$
따라서 $\overline{CF} = \overline{AD} = \overline{BC}$

즉, $\overline{BF} = \overline{BC} + \overline{FC} = 2\overline{AD}$ 이므로
$2\overline{AD} = 18$
$\therefore \overline{AD} = 9(\text{cm})$

5. 오른쪽 그림에서 삼각형ABC는 $\overline{AB} = \overline{AC} = 14\,\text{cm}$ 인 이등변삼각형이고 $\overline{AB} /\!/ \overline{RP}$, $\overline{QP} /\!/ \overline{AR}$일 때, 사각형 AQPR의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 28 cm

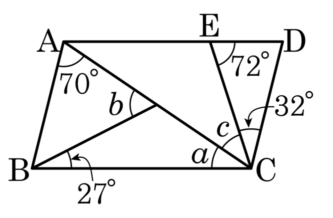
해설

사각형 AQPR은 평행사변형이므로
$\overline{AQ} = \overline{RP}$, $\overline{AR} = \overline{QP}$

또한 이등변삼각형이므로 $\angle B = \angle C$
$\overline{QP} /\!/ \overline{AR}$이므로 $\angle C = \angle BPQ$(동위각)
$\therefore$ $\triangle QBP$는 이등변삼각형
같은 방법으로 하면 $\triangle RPC$도 이등변삼각형

따라서 □AQPR의 둘레의 길이는
$\overline{AQ} + \overline{QP} + \overline{PR} + \overline{AR}$
$= \overline{AQ} + \overline{QB} + \overline{RC} + \overline{AR}$
$= \overline{AB} + \overline{AC}$
$= 14 \times 2$
$= 28(\text{cm})$

6. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle a + \angle b + \angle c$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 133 °

해설

$\angle\mathrm{BAC} = \angle\mathrm{ACD}$ (엇각), $\angle \mathrm{c} = 70^\circ - 32^\circ = 38^\circ$

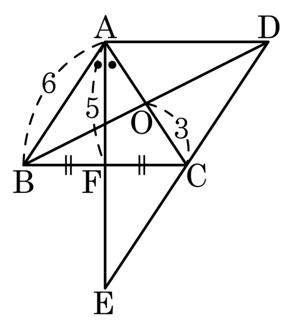
$\angle\mathrm{EDC} = 180^\circ - 72^\circ - 32^\circ = 76^\circ = \angle\mathrm{ABC}$

$\angle a = 180^\circ - 70^\circ - 76^\circ = 34^\circ$

$\angle b = \angle a + 27^\circ = 34^\circ + 27^\circ = 61^\circ$ (삼각형의 한 외각의 크기는 이웃하지 않은 두 각의 크기의 합과 같다.)

$\therefore\ \angle a + \angle b + \angle c = 34^\circ + 61^\circ + 38^\circ = 133^\circ$

7. 다음 평행사변형 ABCD에서 $\angle \mathrm{BAC}$의 이등분선이 $\overline{\mathrm{BC}}$의 중점을 지나고, $\overline{\mathrm{AF}}=5$, $\overline{\mathrm{AB}}=6$, $\overline{\mathrm{OC}}=3$일 때, $\triangle \mathrm{ACE}$의 둘레를 구하면?

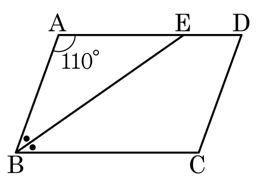


① 20 ② 21 ③ 22 ④ 23 ⑤ 24

해설

$\angle \mathrm{AFB}=\angle \mathrm{CFE}$, $\angle \mathrm{BAF}=\angle \mathrm{FEC}$이고, $\overline{\mathrm{BF}}=\overline{\mathrm{FC}}$이므로 $\triangle \mathrm{ABF}\equiv\triangle \mathrm{ECF}$이다.
따라서 $\triangle \mathrm{ACE}$의 둘레는 $6+6+5+5=22$이다.

8. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle BAD = 110°$ 이고 $\angle ABE = \angle CBE$ 일 때, $\angle BED$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 145°

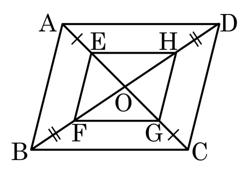
해설

$\angle ABC = 180° - 110° = 70°$

$\angle ABE = \angle EBC = \angle AEB = 70° \times \frac{1}{2} = 35°$

$\therefore \angle BED = 180° - 35° = 145°$

9. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AE} = \overline{CG}, \overline{BF} = \overline{DH}$ 일 때, □EFGH 는 평행사변형이 된다. 그 조건은?



① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

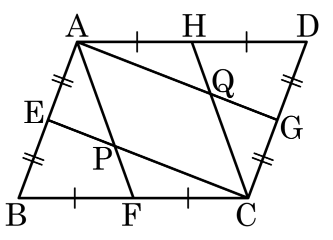
④ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

해설

$\overline{AO} = \overline{CO}, \overline{AE} = \overline{CG}$ 이므로 $\overline{EO} = \overline{GO}$
$\overline{BO} = \overline{DO}, \overline{BF} = \overline{DH}$ 이므로 $\overline{FO} = \overline{HO}$
따라서 사각형 EFGH 는 평행사변형이다.

10. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 잡아 $\overline{AF}$ 와 $\overline{CE}$, $\overline{AG}$ 와 $\overline{CH}$ 의 교점을 각각 P, Q 라 할 때, □ABCD를 제외한 평행사변형은 □AECG , □AFCH , □APCQ 이다. 각각의 평행사변형이 되는 조건을 순서대로 나열한 것은?



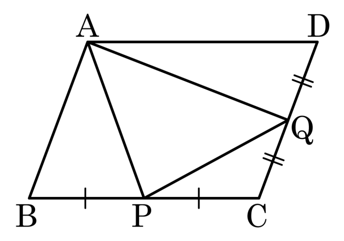
㉠ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
㉡ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
㉢ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
㉣ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
㉤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

① ㉠, ㉡, ㉢　② ㉤, ㉢, ㉠　③ ㉤, ㉤, ㉠
④ ㉠, ㉢, ㉢　⑤ ㉡, ㉤, ㉢

해설

□AECG는 $\overline{AE} // \overline{GC}$ 이고 $\overline{AE} = \overline{GC}$ 이다. (㉤)
□AFCH는 $\overline{AH} // \overline{FC}$ 이고 $\overline{AH} = \overline{FC}$ 이다. (㉤)
□APCQ는 $\overline{AP} // \overline{QC}$ 이고 $\overline{PC} // \overline{AQ}$ 이다. (㉠)

11. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC}, \overline{CD}$ 의 중점을 각각 P, Q 라 하자. $\square ABCD = 64\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle APQ$ 의 넓이는 얼마인가?



▶ 답: ______ cm^2

▷ 정답: 24 cm^2

해설

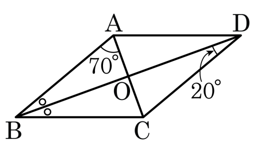
$\triangle APQ = \square ABCD - \triangle ABP - \triangle AQD - \triangle PCQ$

$= 64 - \frac{1}{4} \times 64 - \frac{1}{4} \times 64 - \frac{1}{8} \times 64$

$= 64 - 16 - 16 - 8$

$= 24\left(\text{cm}^2\right)$

12. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle ABO = \angle CBO$, $\angle OAB = 70°$, $\angle ODC = 20°$ 일 때, $\angle OCB$ 의 크기를 구하여라.



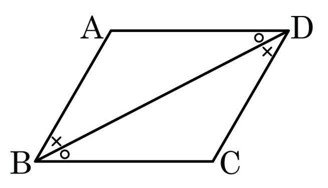
▶ 답 : $\underline{\quad\quad}°$

▷ 정답 : $70°$

해설

$\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$ 이므로 $\angle CDB = \angle ABD = 20°$ 이고, $\triangle ABC$ 에서 $\angle OCB = 180° - (70° + 40°) = 70°$ 이다.

13. 다음은 ‘평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.’ 를 증명한 것이다. ㄱ ~ ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



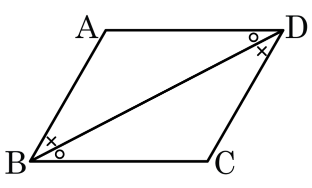
[가정] □ABCD에서 $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$
[결론] $\overline{AB} = \boxed{\text{ㄱ}}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$
[증명] 점 B와 점 D를 이으면 △ABD와 △CDB에서 $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$ 이므로
$\boxed{\text{ㄴ}} = \angle CDB$ (엇각) $\cdots$ ㉠
$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이므로
$\angle ADB = \boxed{\text{ㄷ}}$(엇각) $\cdots$ ㉡
$\boxed{\text{ㄹ}}$는 공통 $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ ($\boxed{\text{ㅁ}}$합동)
$\therefore \overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

① ㄱ : $\overline{CD}$　② ㄴ : $\angle ABD$　③ ㄷ : $\angle CDB$
④ ㄹ : $\overline{BD}$　⑤ ㅁ : ASA

해설

③ $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \angle CBD$ 이다.

14. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 것을 차례대로 나열하면?



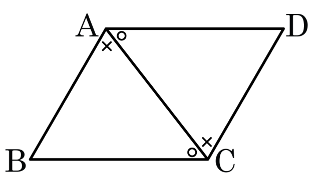
[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} \,//\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$
[결론] $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$
[증명] 점 B와 점 D를 이으면 △ABD와 △CDB에서
$\overline{AB} \,//\, \overline{DC}$ 이므로 $\angle ABD = \angle CDB$ (엇각) ⋯㉠
$\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \boxed{}$ (엇각) ⋯㉡
$\boxed{}$ 는 공통 ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABD ≡ △CDB ($\boxed{}$ 합동) ∴ $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

① $\angle CDB$, $\overline{BC}$, SSS
② $\angle CDB$, $\overline{BD}$, SSS
③ $\angle BCD$, $\overline{BC}$, ASA
④ $\angle CDB$, $\overline{BD}$, ASA
⑤ $\angle DBC$, $\overline{DB}$, ASA

해설

△ABD와 △CDB에서
$\overline{AB} \,//\, \overline{DC}$ 이므로 $\angle ABD = \angle CDB$ (엇각),
$\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \angle DBC$ (엇각),
$\overline{DB}$ 는 공통 이므로 △ABD = △CDB (ASA 합동)이다.

15. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.' 를 증명한 것이다. ㄱ ~ ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?



[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$

[결론] $\boxed{\text{ㄱ}} = \angle C$, $\angle B = \angle D$

[증명] 점 A와 점 C를 이으면 $\triangle ABD$와 $\triangle CDB$에서 $\boxed{\text{ㄴ}}$ 는 공통 $\cdots$ ㉠

$\overline{AB} /\!/ \boxed{\text{ㄷ}}$ 이므로 $\angle BAC = \angle DCA \cdots$ ㉡

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이므로 $\boxed{\text{ㄹ}} = \angle DAC \cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$

($\boxed{\text{ㅁ}}$ 합동)

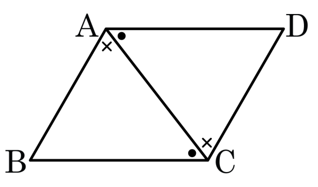
$\therefore$ $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$

① ㄱ : $\angle A$
② ㄴ : $\overline{AC}$
③ ㄷ : $\overline{DC}$
④ ㄹ : $\angle BCA$
⑤ ㅁ : SAS

해설

$\triangle ABC$와 $\triangle CDA$에서 $\overline{AC}$는 공통
$\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$ 이므로 $\angle BAC = \angle DCA$,
$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이므로
$\angle ACB = \angle DAC$ 이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$ (ASA 합동)이다.

16. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.' 를 나타내는 과정이다. ㄱ~ㅁ에 들어갈 것으로 옳은 것은?



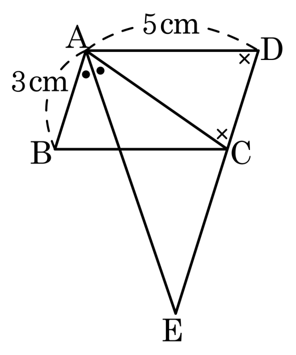
□ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$
점 A와 점 C를 이으면 △ABC와 △CDA 에서 $\boxed{\text{ㄱ}}$은 공통 ⋯㉠
$\overline{AB} // \boxed{\text{ㄴ}}$이므로 $\angle BAC = \angle DCA$ ⋯㉡
$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\boxed{\text{ㄷ}} = \angle DAC$ ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA
($\boxed{\text{ㄹ}}$ 합동)
$\therefore \boxed{\text{ㅁ}} = \angle C$, $\angle B = \angle D$

① ㄱ : $\overline{CD}$ ② ㄴ : $\overline{BC}$ ③ ㄷ : $\angle BAC$
④ ㄹ : SSS ⑤ ㅁ : $\angle A$

해설

$\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ 이기 위해서 점 A와 점 C를 이으면 △ABC와 △CDA 에서
$\overline{AC}$ 는 공통이고,
$\overline{AB} // \overline{CD}$ 이므로 $\angle BAC = \angle DCA$
$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle ACB = \angle DAC$ 이므로
△ABC ≡ △CDA (ASA 합동) 이다.

17. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle ACD = \angle ADC$ 이고 변 DC 의 연장선과 $\angle BAC$ 의 이등분선의 교점을 E 라 한다. $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{AD} = 5\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?



① 8cm ② 10cm ③ 12cm ④ 14cm ⑤ 16cm

해설

□ABCD 는 평행사변형에서 $\overline{AB} = \overline{DC} = 3\text{cm}$ 이고, $\overline{AB} // \overline{DE}$ 이므로

$\therefore \angle BAE = \angle CEA = \angle CAE$ 이다.

$\angle ACD = \angle ADC$ 이므로 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이다. $\overline{AD} = \overline{AC} = 5\text{cm}$

$\angle CAE = \angle CEA$ 이므로 $\triangle ACE$ 는 이등변삼각형이다. $\overline{AC} = \overline{CE} = 5\text{cm}$

$\therefore\ \overline{DE} = \overline{DC} + \overline{CE} = 3 + 5 = 8(\text{cm})$