

1. 두 점 A(2, 3), B(4, 1) 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P 에 대하여 원점 O 에서 점 P 까지의 거리는?

① 1

② $\sqrt{2}$

③ $\sqrt{3}$

④ $\frac{3}{4}$

⑤ 2

해설

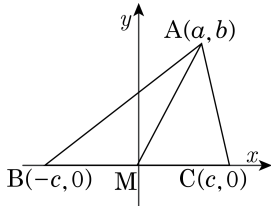
x 축 위의 점 P 의 좌표를 $P(a, 0)$ 이라 하면 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로

$$\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$$

$$(2-a)^2 + (3-0)^2 = (4-a)^2 + (1-0)^2$$

$$a^2 - 4a + 13 = a^2 - 8a + 17, 4a = 4, a = 1 \therefore \overline{OP} = 1$$

2. 다음은 $\triangle ABC$ 에서 변 BC의 중점을 M이라 할 때, $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2)$ 을 증명하는 과정이다.



직선 BC를 x 축, 중점 M을 지나고 변 BC에 수직인 직선을 y 축으로 잡고, 세 꼭짓점 A, B, C의 좌표를 각각

$A(a, b)$, $B(-c, 0)$, $C(c, 0)$ 라 하면

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = (a+c)^2 + b^2 + (a-c)^2 + b^2 = (\text{가}) \text{ 이고,}$$

$$\overline{AM}^2 = a^2 + b^2, \overline{BM}^2 = c^2$$

따라서 $\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2 = (\text{나})$

$$\therefore \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = (\text{다})(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2)$$

위

의 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

- ① $a^2 + b^2 + c^2, a^2 + b^2 + c^2, 1$
- ② $2(a^2 + b^2 + c^2), 2(a^2 + b^2 + c^2), 1$
- ③ $2(a^2 + b^2 + c^2), a^2 + b^2 + c^2, 2$
- ④ $2(a^2 + b^2 + c^2), 2(a^2 + b^2 + c^2), 2$
- ⑤ $3(a^2 + b^2 + c^2), a^2 + b^2 + c^2, 3$

해설

$A(a, b)$, $B(-c, 0)$, $C(c, 0)$ 이므로

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$$

$$= \{(-c-a)^2 + (0-b)^2\} + \{(c-a)^2 + (0-b)^2\}$$

$$= (c^2 + 2ca + a^2 + b^2) + (c^2 - 2ca + a^2 + b^2)$$

$$= 2(a^2 + b^2 + c^2)$$

$$\overline{AM}^2 = a^2 + b^2, \overline{BM}^2 = c^2 \text{ 이므로}$$

$$\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

$$\therefore \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{AM}^2 + \overline{BM}^2)$$

3. 두 점 $A(a, b)$, $B(3, 5)$ 를 이은 선분 AB 를 $2 : 1$ 로 외분하는 점이 $P(c, 9)$ 이고 선분 AB 의 중점이 $M(1, e)$ 일 때, $abce$ 의 값은?

① -10

② 10

③ -21

④ 0

⑤ 21

해설

$$(c, 9) = \left(\frac{2 \times 3 - 1 \times a}{2 - 1}, \frac{2 \times 5 - 1 \times b}{2 - 1} \right)$$

$$(1, e) = \left(\frac{a + 3}{2}, \frac{b + 5}{2} \right)$$

$$\therefore a = -1, b = 1, c = 7, e = 3$$

$$\therefore abce = -21$$

4. 세 점 $A(-3, 2)$, $B(4, 2)$, $C(2, 8)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 무게 중심의 좌표는?

① $(0, 4)$

② $(2, 3)$

③ $(2, 4)$

④ $(1, 3)$

⑤ $(1, 4)$

해설

$$\left(\frac{-3 + 4 + 2}{3}, \frac{2 + 2 + 8}{3} \right) = (1, 4)$$

5. 다음 두 직선 $y = (2a + 1)x - a + 2$, $y = (a + 2)x + 2$ 가 평행할 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

기울기가 같아야 하므로 $2a + 1 = a + 2$

y 절편이 달라야 하므로 $-a + 2 \neq 2$, $a \neq 0$

$\therefore a = 1$

6. 점 $(1, 2)$ 를 중심으로 하고 점 $(3, -2)$ 를 지나는 원의 방정식은?

① $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$

② $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 32$

③ $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 20$

④ $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 12$

⑤ $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 16$

해설

원의 반지름을 r 이라 하면

$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = r^2$ 이 $(3, -2)$ 를 지나므로

$$(3 - 1)^2 + (-2 - 2)^2 = r^2 \quad \therefore r^2 = 20$$

$$\therefore (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 20$$

7. 두 점 $(2, -1)$, $(4, 3)$ 을 지나는 직선과 원점 사이의 거리는 ?

① 1

② $\sqrt{2}$

③ $\sqrt{3}$

④ 2

⑤ $\sqrt{5}$

해설

두 점 $(2, -1)$, $(4, 3)$ 을 지나는 직선은

$$y + 1 = \frac{3 - (-1)}{4 - 2}(x - 2)$$

$$\therefore 2x - y - 5 = 0$$

원점에서 이 직선까지의 거리는

$$\frac{|2 \times 0 - 0 - 5|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

8. 다음 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 구하여라.

$(0, 0), (2, 6), (6, 3)$

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\frac{1}{2}|2 \cdot 3 - 6 \cdot 6| = 15$$

9. 세 점 $A(-1, 0)$, $B(2, -3)$, $C(5, 3)$ 에 대하여 등식 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 = 2\overline{CP}^2$ 을 만족하는 점 P 의 자취의 방정식은 $ax + y + b = 0$ 이다. 이 때, $a + b$ 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

점 P 의 좌표를 (x, y) 라 하면
주어진 조건에서,

$$(x+1)^2 + y^2 + (x-2)^2 + (y+3)^2 = 2\{(x-5)^2 + (y-3)^2\}$$

$$2x^2 - 2x + 2y^2 + 6y + 14$$

$$= 2(x^2 - 10x + y^2 - 6y + 34)$$

$$18x + 18y - 54 = 0$$

$$\Rightarrow x + y - 3 = 0$$

$$\therefore a + b = 1 + (-3) = -2$$

10. 두 점 A(1, 0), B(4, 0) 에서의 거리의 비가 2 : 1 이 되도록 움직이는 점 P 의 자취는 원이다. 이 원의 둘레의 길이는?

① 2π

② $2\sqrt{3}\pi$

③ 4π

④ $2\sqrt{5}\pi$

⑤ 8π

해설

점 P 의 자취는 점 A, B 의 내분점, 외분점을 지름의 양끝으로 하는 원과 같다.

$$\Rightarrow \text{내분점은 } \left(\frac{2 \times 4 + 1 \times 1}{2 + 1}, 0 \right) = (3, 0)$$

$$\Rightarrow \text{외분점은 } \left(\frac{2 \times 4 - 1 \times 1}{2 - 1}, 0 \right) = (7, 0)$$

$\therefore$ 중심은 (5, 0) 이고, 반지름은 2 인 원

$$\Rightarrow \text{둘레의 길이는 } 2 \times 2 \times \pi = 4\pi$$