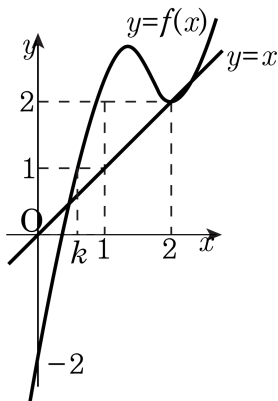


1. 다음 그림과 같이 함수 $f(x) = x^3 - 5x^2 + 8x - 2$ 에서 $f(k) = 1$ 일 때, $f^{10}(k)$ 의 값은? (단, $f^2 = f \circ f$, $f^3 = f^2 \circ f$, $f^n = f^{n-1} \circ f$)



① 1

② 2

③ 3

④ 5

⑤ 11

해설

$$f(k) = 1$$

$$f^2(k) = f(f(k)) = f(1) = 2$$

$$\begin{aligned} f^3(k) &= f^2 \circ f(k) = f^2(f(k)) = f^2(1) \\ &= f(f(1)) = f(2) = 2 \end{aligned}$$

$\vdots$

$$f^{10}(k) = 2$$

2. 함수 $f(x) = x^2 - x - 2$, $g(x) = x^2 + ax + 3$ 일 때, 모든 실수에 대하여 $(f \circ g)(x) \geq 0$ 이 되는 실수 a 의 범위는? (단, $f \circ g$ 는 g 와 f 의 합성함수이다.)

① $a \leq -3, a \geq 2$

② $-1 \leq a \leq 1$

③ $a \leq -2, a > 3$

④ $-2 \leq a \leq 2$

⑤ $-1 \leq a \leq 3$

해설

$g(x) = t$ 라 두면,

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(t) = t^2 - t - 2 \geq 0 \text{에서}$$

$$t \leq -1, t \geq 2 \text{에서}$$

$$(i) \ t \leq -1$$

$$x^2 + ax + 3 \leq -1$$

$$x^2 + ax + 4 \leq 0 \text{ (부적절)}$$

$$(ii) \ t \geq 2$$

$$x^2 + ax + 3 \geq 2$$

$$x^2 + ax + 1 \geq 0 \text{에서}$$

$$D = a^2 - 4 \leq 0$$

$$\therefore -2 \leq a \leq 2$$

3. 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, $(f \circ g)(p)$ 의 값은 얼마인가? (단, 점선은 x 축 또는 y 축에 평행하다.)

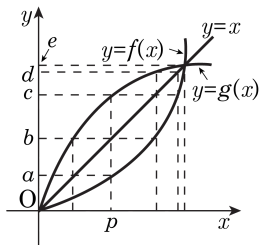
① a

② b

③ c

④ d

⑤ e



해설

주어진 그림에서 $g(p) = c, f(c) = b$

$\therefore (f \circ g)(p) = f(g(p)) = f(c) = b$

4. 림은 $y = f(x)$ 와 $y = x$ 의 그래프이다. 이를 이용하여 $(f \circ f)(x) = d$ 를 만족시키는 x 의 값은 얼마인가?

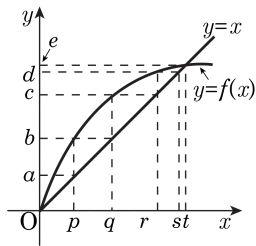
① p

② q

③ r

④ s

⑤ t



해설

$$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = d \dots \dots \textcircled{7}$$

그런데, 주어진 그래프에서 $f(r) = d$ 이므로

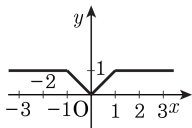
$$\textcircled{7} \text{에서 } f(x) = r$$

$$\therefore r = c \text{ 에서 } f(x) = r = c$$

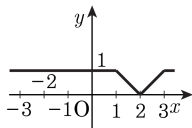
$$\therefore x = q$$

5. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 f, g 가 각각 $f(x) = \begin{cases} 1 & (|x| \geq 1) \\ |x| & (|x| < 1) \end{cases}$, $g(x) = x - 2$ 일 때, 합성함수 $f \circ g$ 의 그래프는 ?

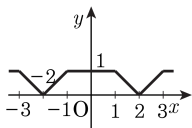
①



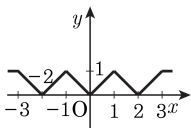
②



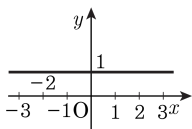
③



④



⑤



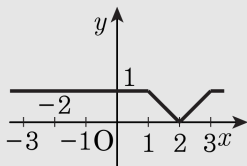
해설

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (|x| \geq 1) \\ |x| & (|x| < 1) \end{cases}$$

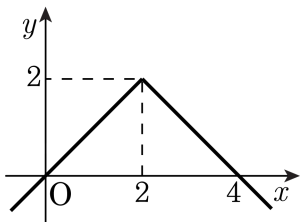
$$g(x) = x - 2 \text{ 에서}$$

$$(f \circ g)(x) = \begin{cases} 1 & (|x - 2| \geq 1) \\ |x - 2| & (|x - 2| < 1) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 & (x \leq 1 \text{ 또는 } x \geq 3) \\ |x - 2| & (1 < x < 3) \end{cases}$$



6. $y = f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 방정식 $(f \circ f)(x) = 1$ 의 서로 다른 실근의 개수는?



① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 무수히 많다.

해설

$$f(x) = \begin{cases} y = x(x \leq 2) & \dots \textcircled{㉠} \\ y = -x + 4(x > 2) & \dots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$$\textcircled{㉠}\text{에서는 } (f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(x) = x$$

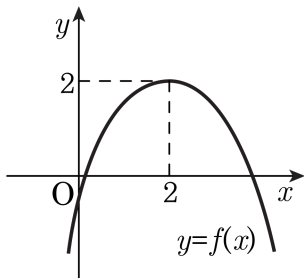
$$\therefore x = 1$$

$$\begin{aligned} \textcircled{㉡}\text{에서는 } (f \circ f)(x) &= f(f(x)) = f(-x + 4) \\ &= -x + 4 \end{aligned}$$

$$\therefore x = 3$$

실근의 개수 : 2 개.

7. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 방정식 $(f \circ f)(x) = 1$ 의 서로 다른 실근의 개수는?



- ① 없다 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

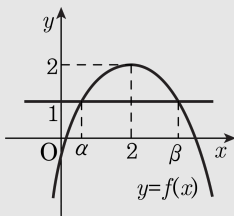
$(f \circ f)(x) = 1$ 을 만족하므로 $f(f(x)) = 1$

$f(x) = t$ 라 놓고 $f(t) = 1$ 을 만족하는 t 의 값을 $\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ 라 하면

$0 < \alpha < 2 < \beta$ 이다.

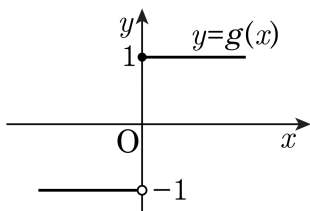
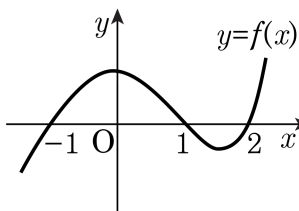
이 때, $f(x) = \alpha$ 를 만족하는 x 의 값은 2개이지만

$f(x) = \beta$ 를 만족하는 근은 없다.

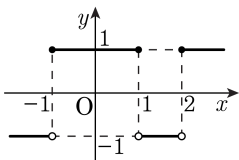


따라서, $(f \circ f)(x) = 1$ 을 만족하는 x 의 값은 2개이다.

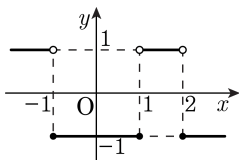
8. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 함수 f, g 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 다음 중 합성함수 $(g \circ f)(x)$ 의 그래프는?



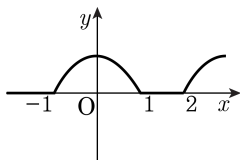
①



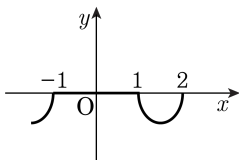
②



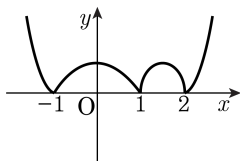
③



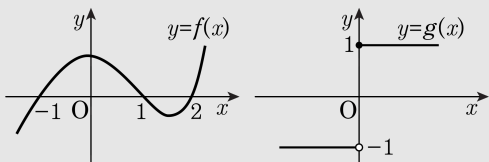
④



⑤

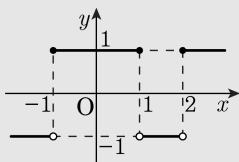


해설



$$g(x) = \begin{cases} 1 & (x \geq 0) \\ -1 & (x < 0) \end{cases} \quad \text{이므로}$$

$$(g \circ f)(x) = \begin{cases} 1 & (-1 \leq x \leq 1, 2 \leq x) \\ -1 & (x < -1, 1 < x < 2) \end{cases}$$



9. 함수 $f(x) = |x + 1| - 2$ 에서 $f(x) = (f \circ f)(x)$ 를 만족하는 실수 x 값들의 합을 구하면?

① -2

② -1

③ $-\frac{3}{2}$

④ 1

⑤ 0

해설

$$f(x) = |x + 1| - 2 \text{ 에서}$$

$$f(f(x)) = f(|x + 1| - 2) = ||x + 1| - 2 + 1| - 2$$

$$= ||x + 1| - 1| - 2$$

(i) $x \geq 0$ 일 때, $f(f(x)) = x - 2$

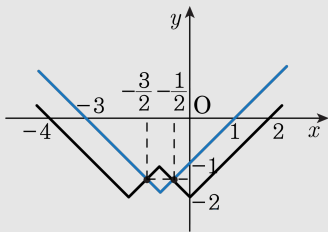
(ii) $-1 \leq x < 0$ 일 때, $f(f(x)) = -x - 2$

(iii) $-2 \leq x < -1$ 일 때, $f(f(x)) = x$

(iv) $x < -2$ 일 때, $f(f(x)) = -x - 4$

(i), (ii) 의 경우 $f(x) = x - 1$

(iii), (iv) 의 경우 $f(x) = -x - 3$



따라서 교점은 $x = -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}$ 일 때 생기고

$f(x) = (f \circ f)(x)$ 를 만족한다.

$$\therefore -\frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -2$$