

1. 분식집에서 1주년 개업기념을 맞이하여 특별히 학생들의 기호에 맞추어 새로운 메뉴판을 제작하기로 했다. 다음 중 집합인 것은?
- ① 가격이 2000 원인 음식

② 여학생들이 좋아하는 음식

③ 남학생들이 좋아하는 음식

④ 가격이 비교적 싼 음식

⑤ 맛있는 음식

메뉴	가격
라면	2000 원
김밥	1000 원
볶음밥	2000 원
우동	2000 원
순대	2000 원
떡볶이	1000 원
냉면	2000 원

해설

① 가격이 2000 원으로 명확하게 기준이 정해져 있으므로 집합이다.

②, ③ 남학생과 여학생에 대한 정보가 없고 ‘좋아하는’이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 아니다.

④ ‘비교적 싼’이라는 단어는 그 기준이 명확하지 않으므로 집합이 아니다.

⑤ ‘맛있는’이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 아니다.

2. 다음 중 옳은 것은?

① $n(\{\emptyset\}) = 0$

② $n(\{2\}) = 2$

③ $n(\{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}) = 6$

④ $n(\{x \mid x \text{는 } 2 < x < 3 \text{인 자연수}\}) = 1$

⑤ $n(\{1, 3, 5\}) - n(\{3\}) = 2$

해설

$$n(\{1, 3, 5\}) - n(\{3\}) = 3 - 1 = 2$$

3. 다음 중 옳은 것은?

보기

- ㉠ $A = \{1, 2, 3, 6\}$ 이면 $6 \in A$ 이다.
- ㉡ $A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{2, 3\}$ 이면 $A \subset B$ 이다.
- ㉢ $a \subset \{a, b, c\}$

- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉠, ㉡
- ④ ㉠, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

- ㉡ $A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{2, 3\}$ 이면 $B \subset A$ 이다.
- ㉢ $a \in \{a, b, c\}$

4. 두 집합 $A = \{a, 8\}, B = \{1, 4, b\}$ 가 다음을 만족할 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은?

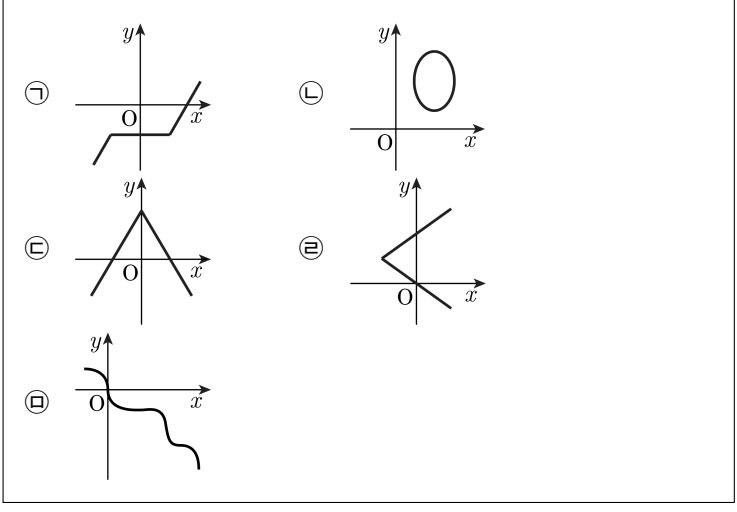
$A \cap B = \{4, 8\}$

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

두 집합 A, B 는 $A \cap B$ 를 포함한다.
 $A \cap B = \{4, 8\}$ 이므로 $\{4, 8\} \subset \{a, 8\}$, $\{4, 8\} \subset \{1, 4, b\}$ 이다.
따라서 $a = 4, b = 8$ 이므로 $\frac{b}{a} = \frac{8}{4} = 2$ 이다.

5. 다음 그래프 중 함수인 것은?



- ① ㉠, ㉡, ㉢
- ② ㉠, ㉢, ㉤
- ③ ㉠, ㉢, ㉣
- ④ ㉡, ㉢, ㉤
- ⑤ ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉠ 함수
㉡ 함수가 아니다.
㉢ 함수
㉣ 함수가 아니다.
㉤ 함수
따라서 ㉠, ㉢, ㉤만이 함수이다.

6. $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow Y$, $f(x) = |2x - 3|$ 으로 주어질 때, 다음 중 $f(X)$ 의 원소가 아닌 것은 무엇인가? (단, $f(X)$ 는 함수 f 의 치역)

① 1

② 2

③ 3

④ 5

⑤ 7

해설

$f(x) = |2x - 3|$ 에서

$f(1) = 1$, $f(2) = 1$, $f(3) = 3$, $f(4) = 5$, $f(5) = 7$ 이므로

$f(X) = \{1, 3, 5, 7\}$

$\therefore 2 \notin f(X)$

7. 전체집합 U 에서 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 한다.
 $\sim p \rightarrow \sim q$ 가 참일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

- ① $P \cup Q = U$
- ② $P \cap Q = \emptyset$
- ③ $Q \subset P$
- ④ $P \subset Q$
- ⑤ $P = Q$

해설

$\sim p \rightarrow \sim q$ 이 참이면 $P^c \subset Q^c \Leftrightarrow P \supset Q$

해설

$\sim p \rightarrow \sim q$ 이 참이면 대우인 $q \rightarrow p$ 가 참
따라서 $Q \subset P$

8. 실수 x 에 대하여 $x+1=0$ 이 $x^2+2x+a=0$ 이 되기 위한 충분조건일 때, 상수 a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x+1=0$ 이 $x^2+2x+a=0$ 이 되기 위한 충분조건이므로 명제 ‘ $x+1=0$ 이면 $x^2+2x+a=0$ 이다.’가 참이다.
 $x+1=0$ 에서 $x=-1$ 을 $x^2+2x+a=0$ 에 대입하면
 $(-1)^2+2\cdot(-1)+a=1-2+a=0$
 $\therefore a=1$

9. 다음 두 식의 대소를 바르게 비교한 것은?

$$A = 3x^2 - xy + 2y^2$$
$$B = 2x^2 + 3xy - 3y^2$$

- ① $A < B$

② $A \leq B$

③ $A > B$

④ $A \geq B$

⑤ $A = B$

해설

$$\begin{aligned} A - B &= 3x^2 - xy + 2y^2 - (2x^2 + 3xy - 3y^2) \\ &= x^2 - 4xy + 5y^2 \\ &= x^2 - 4xy + 4y^2 + y^2 \\ &= (x - 2y)^2 + y^2 \geq 0 \end{aligned}$$

따라서 $A - B \geq 0$ 이므로 $A \geq B$

10. $x > 2$ 일 때 $4x + \frac{1}{x-2}$ 의 최솟값은?

① 6

② 8

③ 10

④ 12

⑤ 14

해설

$x-2=t$ 로 놓으면 $t > 0$ 이고 $x=t+2$

따라서 주어진 식을 t 로 나타낸 다음 산술평균과 기하평가의 관계를 이용하면

$$\begin{aligned}4x + \frac{1}{x-2} &= 4(t+2) + \frac{1}{t} \\&= 4t + \frac{1}{t} + 8 \\&\geq 2\sqrt{4t + \frac{1}{t}} + 8 \\&= 12\end{aligned}$$

(단, 등호는 $4t = \frac{1}{t}$ 일 때 성립)

11. 실수 x, y, z 에 대하여 $x - y + 4z = 3\sqrt{2}$ 일 때 $x^2 + y^2 + z^2$ 의 최솟값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

x, y, z 가 실수이므로
코시-슈바르츠의 부등식에 의하여
 $\{1 + (-1)^2 + 4^2\} (x^2 + y^2 + z^2)$
 $\geq (x - y + 4z)^2$
 $18(x^2 + y^2 + z^2) \geq (3\sqrt{2})^2$
 $x^2 + y^2 + z^2 \geq 1$
따라서 $x^2 + y^2 + z^2$ 의 최솟값은 1이다.

12. 집합 $A = \{0, 1, 2\}$ 에 대하여 A 에서 A 에로의 함수 중 상수함수의 개수는?
- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

해설

상수함수의 개수는 공역의 원소의 개수와 같다.

X

0

1

2

Y

0

1

2

X

0

1

2

Y

0

1

2

X

0

1

2

Y

0

1

2

그러므로 구하는 상수함수의 개수는 3 개이다.

13. 두 함수 $f(x) = x + 2$, $g(x) = 2x - 1$ 에 대하여 $(g \circ f)(1)$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$$(g \circ f)(1) = g(f(1)) = g(3) = 5$$

14. 두 함수 $f(x) = x + 2$, $g(x) = 2x - 3$ 일 때, 합성함수 $g \circ f$ 의 역함수 $(g \circ f)^{-1}(x)$ 를 구하면 무엇인가?

- ① $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ ② $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ ③ $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$
④ $y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ ⑤ $y = \frac{1}{2}x + 1$

해설

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x + 2) \\ = 2(x + 2) - 3 = 2x + 1$$

합성함수 $g \circ f$ 는 일대일대응이므로
역함수가 존재한다.

$y = 2x + 1$ 로 놓고 x 에 대하여 풀면

$$x = \frac{y}{2} - \frac{1}{2} \text{ 이 된다.}$$

따라서, $(g \circ f)^{-1}(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ 이다.

15. 5 이상 10 미만의 자연수의 집합을 A 라고 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $5 \notin A$

② $7 \notin A$

③ $8.5 \notin A$

④ $9 \in A$

⑤ $10 \in A$

해설

집합 A 의 원소는 5, 6, 7, 8, 9 이므로 $8.5 \notin A$ 이고 $9 \in A$ 이다.

16. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$ 에 대하여, $A - B^c$ 을 원소나열 방법으로 옳게 나타낸 것은?

- ① $\{1, 2\}$
- ② $\{1, 2, 3\}$
- ③ $\{1, 2, 4\}$
- ④ $\{1, 2, 3, 6\}$
- ⑤ $\{1, 2, 4, 8\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, \dots, 12\}$
 $A = \{1, 2, 3, 6\}, B = \{1, 2, 4, 8\}$
 $A - B^c = A \cap B = \{1, 2\}$

17. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 것이 아닌 것은?

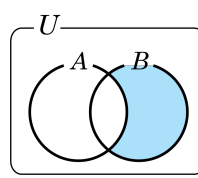
① $B - A$

② $A^c \cap B$

③ $A^c \cup B$

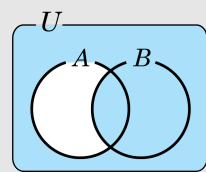
④ $B - (A \cap B)$

⑤ $(A \cup B) - A$



해설

③ $A^c \cup B$ 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



18. 다음 중 옳은 것은?

① $(A - B) \cup (A - C) = A - (B \cup C)$

② $(A - B) \cup (B - A) = \emptyset$ 이면 $A \subset B$

③ $(A - B)^c = A^c \cup B$

④ $A \subset B$ 이면 $(A^c \cup B^c) \cap (A \cup B) = A \cap B^c$

⑤ $(A^c - B^c)^c = A - B$

해설

① $(A - B) \cup (A - C) = (A \cap B^c) \cup (A \cap C^c) = A \cap (B^c \cup C^c) = A \cap (B \cap C)^c = A - (B \cap C)$

② $A = B$

③ $(A - B)^c = (A \cap B^c)^c = A^c \cup B$

④ $A \subset B$ 이면, $(A^c \cup B^c) \cap (A \cup B) = (A \cap B)^c \cap (A \cup B) = A^c \cap B$

⑤ $(A^c - B^c)^c = (A^c \cap B)^c = A \cup B^c$

19. 다음 보기의 함수 중에서 일대일 대응인 것은 모두 몇 개인가?

보기

- ㉠ $f(x) = -x^2 + 1$
- ㉡ $g(x) = -x + 1$
- ㉢ $h(x) = x^3$
- ㉤ $i(x) = 2$
- ㉥ $j(x) = |2x - 1| \ (x \geq 1)$

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

일대일 대응이란 정의역이 x 에 치역 y 가
하나씩 대응 될 때를 말한다.
㉠, ㉤ 일대일 대응이 아니다.
㉡ 함수가 아니다.
따라서 일대일 대응인 것은 ㉡, ㉢, ㉥ 3개이다.

20. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 다음 두 조건을 모두 만족시키는 함수 $f : A \rightarrow A$ 의 개수는 몇 개인가?

- I. $f(1) = 3$
II. $x \in A$ 에 대하여 $f(x)$ 의 최솟값은 2 이다.

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

두 조건을 만족시키기 위해서는
 $f(2) = 2$ 또는 $f(3) = 2$ 를 만족시키고
 $f(2), f(3)$ 의 값이 동시에
3 이 되어서는 안되며 어떤 원소도
1 에 대응해서는 안된다.
따라서, 함수 f 의 대응은 다음과 같다.

