

1. 다음 보기에서 집합인 것을 모두 고른것은?

보기

- ㉠ 10 보다 큰 홀수의 모임
- ㉡ 1 에 가까운 수의 모임
- ㉢ 요일의 모임
- ㉤ 마른 사람의 모임
- ㉥ 예쁜 꽃들의 모임
- ㉦ 100 보다 작은 짝수의 모임

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉤

③ ㉠, ㉤, ㉥

④ ㉠, ㉢, ㉦

⑤ ㉠, ㉤, ㉦

해설

㉠ : 11, 13, 15, ...

㉢ : 월, 화, 수, ... , 일

㉦ : 2, 4, 6, ..., 94, 96, 98

㉡, ㉤, ㉥은 기준이 분명하지 않다.

2. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{ 보다 작은 자연수}\}$ 에 대하여 $X \subset A, X \neq A$ 인 집합 X 를 구한 것 중 옳지 않은 것은?

① $\emptyset$

② $\{2\}$

③ $\{1, 2\}$

④ $\{1, 3\}$

⑤ $\{1, 2, 3\}$

해설

진부분집합의 또다른 정의는 $X \subset A, X \neq A$ 이다.

따라서 $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{ 보다 작은 자연수}\}$ 의 진부분집합을 구하는 문제와 같은 문제이다.

$A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{ 보다 작은 자연수}\} = \{1, 2, 3\}$ 이므로 $\{1, 2, 3\}$ 의 진부분집합을 구하면

$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$ 이다.

3. 집합 $\{1, 2, 4, 8\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, 4 를 포함하는 부분집합이 아닌 것은?

① $\emptyset$

② $\{1, 4\}$

③ $\{1, 2, 4\}$

④ $\{1, 4, 8\}$

⑤ $\{1, 2, 4, 8\}$

해설

원소 1, 4 를 제외한 $\{2, 8\}$ 의 부분집합을 먼저 구하면 $\emptyset, \{2\}, \{8\}, \{2, 8\}$ 이고, 그 각각의 부분집합에 원소 1, 4 를 넣으면, $\{1, 4\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 4, 8\}, \{1, 2, 4, 8\}$ 이다.

4. 두 집합 $A = \{1, 3, a\}$, $B = \{2, 5, b\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{2, 3\}$ 일 때, $A \cup B$ 의 원소의 합은?

① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

$A \cap B = \{2, 3\}$ 이므로 $2 \in A \therefore a = 2$

$A \cap B = \{2, 3\}$ 이므로 $3 \in B \therefore b = 3$

$\therefore A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 5\}$ 이므로

$A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$

따라서 $A \cup B$ 의 원소의 합은 $1 + 2 + 3 + 5 = 11$

5. 다음 문장 중 명제인 것을 모두 고르면?

① 4는 12의 약수이다.

② $x + y = 10$ 이다.

③ $|-3| = -3$

④ $x = 2$ 일 때, $x - 1 > 0$

⑤ x 는 무리수이다.

해설

① 참, ③ 거짓, ④ 참

따라서 명제는 ①, ③, ④

6. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 원소가 4개인 집합의 부분집합의 개수는 16개이다.
- ② 원소가 3개인 집합의 진부분집합의 개수는 7개이다.
- ③ 집합 $\{3, 6, 7\}$ 과 집합 $\{4, 5, 6\}$ 는 서로소이다.
- ④ 어떤 명제가 참이면 그 대우는 반드시 참이다.
- ⑤ 어떤 명제가 참이라고 해서 그 역이 반드시 참인 것은 아니다.

해설

- ① 부분집합의 개수 $= 2^n$ (n : 집합 원소의 개수)
- ② 진부분집합의 개수 $= 2^n - 1$
 $\therefore 2^3 - 1 = 7$ (참)
- ③ $A \cap B = \emptyset \Rightarrow A, B$ 는 서로소
 $\therefore \{3, 6, 7\} \cap \{4, 5, 6\} \neq \emptyset$ (거짓)
- ④ (참)
- ⑤ (참)

7. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $\{2\} \subset \{2, 4, 5\}$

② $\{1, 2\} \subset \{2, 1\}$

③ $\{\emptyset\} = \emptyset$

④ $\{6, 8\} \subset \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$

⑤ $\{1, 2, 5\} \subset \{1, 2\}$

해설

③ $\{\emptyset\} \neq \emptyset$

⑤ $\{1, 2, 5\} \not\subset \{1, 2\}$

8. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이다. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 13 \text{보다 작은 홀수}\}$ 일 때, B 의 원소의 개수는?

① 2 개

② 3 개

③ 4 개

④ 5 개

⑤ 6 개

해설

$A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이면, $A = B$ 이다.

$A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 이므로

$B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$

따라서 $n(B) = 6$ 이다.

9. 집합 $A = \{2, 3, 6, 8, 9\}$, $B = \{1, 4, 5, 6, 9\}$, $C = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9\}$ 일 때,
 $(A \cap B) \cap C$ 는?

① $\{4, 6, 8\}$

② $\{6, 8, 9\}$

③ $\{6, 9\}$

④ $\{3, 6, 8, 9\}$

⑤ $\{3, 5, 8\}$

해설

$A \cap B = \{6, 9\}$ 이고 C 와의 교집합은 $\{6, 9\}$ 이다.

10. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = A$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $A \subset B$

② $(A \cap B) \subset A$

③ $A \cap B = B$

④ $(A \cap \emptyset) \cup B = A$

⑤ $(A \cup B) \subset (A \cap B)$

해설

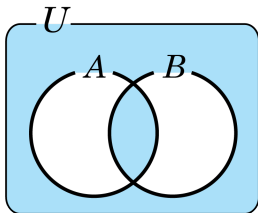
$A \cup B = A$ 이면 $B \subset A$ 이다.

① $B \subset A$ 이므로 옳지 않다.

④ $(A \cap \emptyset) \cup B = \emptyset \cup B = B$ 이므로 옳지 않다.

⑤ $(A \cup B) \subset (A \cap B)$ 은 $A \subset B$ 와 같으므로 옳지 않다.

11. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분이 나타내고 있는 집합은?



① $A^c \cap B^c$

② $(A - B)^c$

③ $(A - B) \cup (B - A)$

④ $U - (A \cap B)$

⑤ $(A \cup B)^c \cup (A \cap B)$

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 ⑤ $(A \cup B)^c \cup (A \cap B)$ 이다.

12. $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ 일 때, $B^c - A^c$ 은?

① $\{3\}$

② $\{3, 5\}$

③ $\{4\}$

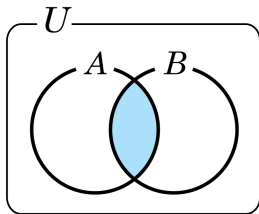
④ $\{4, 5\}$

⑤ $\{4, 5, 6\}$

해설

$B^c - A^c = A - B = \{3, 4, 5\} - \{1, 2, 3\} = \{4, 5\}$ 이다.

13. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 57$, $n(A) = 30$, $n(B) = 25$, $n(A^c \cap B^c) = 14$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 집합의 원소의 개수는?



- ① 12 개 ② 14 개 ③ 19 개 ④ 24 개 ⑤ 38 개

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 $A \cap B$ 이다.

$$n(A \cup B) = n(U) - n(A^c \cap B^c) = 57 - 14 = 43$$

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 30 + 25 - 43 = 12$$

14. 조건 $x < 1$ 또는 $x > 2$ 의 부정은?

① $x < 1$ 그리고 $x > 2$

② $x \leq 1$ 또는 $x \geq 2$

③ $x \geq 1$ 또는 $x \leq 2$

④ $x \leq 1$ 그리고 $x \geq 2$

⑤ $1 \leq x \leq 2$

해설

$x < 1$ 또는 $x > 2$ 의 부정은 $1 \leq x \leq 2$ 이다.

15. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 <보기> 중 서로소인 집합끼리 짝지어진 것은?

보기

㉠ $A^c \cap B, B^c \cap A$

㉡ $A \cup B, A \cup B^c$

㉢ $A, A^c - B$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢, ㉠

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $A^c \cap B = B - A, B^c \cap A = A - B$ 이므로 각각을 벤 다이어그램으로 나타내면 그림1에서 $(A^c \cap B) \cap (B^c \cap A) = \emptyset$ 따라서 $A^c \cap B$ 와 $B^c \cap A$ 는 서로소이다.

㉡ 그림2에서 $(A \cup B) \cap (A \cup B^c) = A$ 즉, $A \cup B$ 와 $A \cup B^c$ 은 서로소가 아니다.

㉢ 그림3에서 $A \cap (A^c - B) = \emptyset$ 따라서 A 와 $A^c - B$ 는 서로소이다.

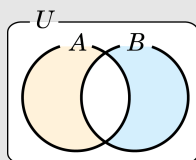


그림 1

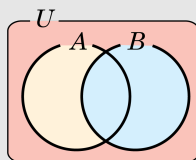


그림 2

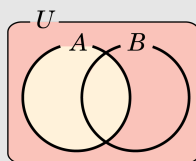


그림 3

16. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap (A - B)^c = B$ 가 성립할 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

① $A \subset B$

② $B \subset A$

③ $A \cap B = \emptyset$

④ $A - B \subset B$

⑤ $B - A = B$

해설

$$\begin{aligned} A \cap (A - B)^c &= A \cap (A \cap B^c)^c = A \cap (A^c \cup B) = (A \cap A^c) \cup (A \cap B) \\ &= A \cap B = B \rightarrow B \subset A \end{aligned}$$

17. 지우네 반 학생 30 명 중 게임기를 가진 학생은 21 명, 휴대전화기를 가진 학생은 19 명, 둘 다 가지고 있는 학생은 11 명이다. 이 때, 휴대전화기만 가지고 있는 학생 수는?

- ① 8 명 ② 11 명 ③ 19 명 ④ 21 명 ⑤ 30 명

해설

지우네 반 학생의 집합을 U , 게임기를 가진 학생의 집합을 A , 휴대전화기를 가진 학생의 집합을 B 라 하면

$n(U) = 30$, $n(A) = 21$, $n(B) = 19$, $n(A \cap B) = 11$ 이다.

휴대전화기만 가진 학생의 집합은 $B - A$ 이므로

$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 19 - 11 = 8$ 이다.

18. $\{(A \cap B) \cup (A - B)\} \cap B = A$ 가 성립하기 위한 필요충분조건으로 알맞은 것은?

① $A \cap B^c = \emptyset$

② $B \cap A^c = \emptyset$

③ $A = B$

④ $A \cap B = \emptyset$

⑤ $A \cup B = A$

해설

$$\begin{aligned} & \{(A \cap B) \cup (A - B)\} \cap B \\ &= \{(A \cap B) \cup (A \cap B^c)\} \cap B \\ &= \{A \cap (B \cup B^c)\} \cap B \\ &= A \cap B = A \end{aligned}$$

$\therefore A \subset B$ 이므로 $A \cap B^c = \emptyset$ 이면 $A \subset B$ 이므로 필요충분조건은 ①이다.

19. 조건 p, q, r, s 에 대하여 p 는 q 이기 위한 충분조건, q 는 r 이기 위한 필요조건, r 은 s 이기 위한 필요조건, s 는 q 이기 위한 필요조건일 때, q 는 s 이기 위한 (가)조건이고, s 는 p 이기 위한 (나)조건이다. 이때, (가), (나)에 알맞은 것을 차례대로 적은 것은?

① 필요, 필요충분

② 필요충분, 충분

③ 필요, 충분

④ 필요충분, 필요

⑤ 충분, 필요충분

해설

p 는 q 이기 위한 충분조건이므로 $p \Rightarrow q \dots\dots ㉠$

같은 방법으로 $r \Rightarrow q \dots\dots ㉡$

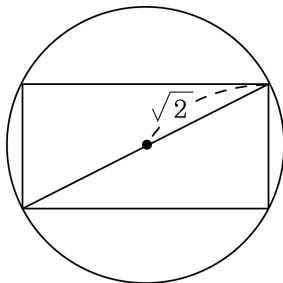
$s \Rightarrow r \dots\dots ㉢$

$q \Rightarrow s \dots\dots ㉣$

㉣에서 $q \Rightarrow s$ 이고 ㉡, ㉢에서 $s \Rightarrow q$ 이므로 q 는 s 이기 위한 필요충분조건(가)

또, $p \Rightarrow q \Rightarrow s$ 이므로 s 는 p 이기 위한 필요조건(나)

20. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$ 인 원에 내접하는 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값은?



① 6

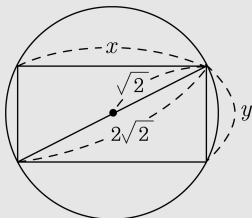
② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설



그림과 같이 직사각형의 가로 길이를 x , 세로 길이를 y ($x > 0, y > 0$) 라고 하면

$$x^2 + y^2 = (2\sqrt{2})^2 = 8$$

직사각형의 둘레의 길이는 $2x + 2y$ 이므로

코시-슈바르츠의 부등식에 의하여

$$(2x + 2y)^2 \leq (2^2 + 2^2)(x^2 + y^2) = 8 \times 8 = 64 \quad (\text{단, 등호는 } x = y \text{ 일 때 성립})$$

$$\therefore -8 \leq 2x + 2y \leq 8$$

따라서 구하는 최댓값은 8이다.