

1. 세 실수 a, b, c 가 $a^2 + b^2 + c^2 = 24$, $a + b, b + c, c + a$ 의 평균이 4 일 때, ab, bc, ca 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$a + b, b + c, c + a$ 의 평균이 4 이므로

$$\frac{2(a + b + c)}{3} = 4, \quad a + b + c = 6$$

$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$ 에서

$$a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)$$

$$24 = 6^2 - 2(ab + bc + ca)$$

$$\therefore ab + bc + ca = 6$$

따라서 ab, bc, ca 의 평균은

$$\frac{ab + bc + ca}{3} = \frac{6}{3} = 2 \text{ 이다.}$$

2. 네 수 5, 7, x , y 의 평균이 4 이고, 분산이 3 일 때, 5 , $2x^2$, $2y^2$, 7의 평균은?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

변량 5, 7, x , y 의 평균이 4 이므로

$$\frac{5+7+x+y}{4}=4, \quad x+y+12=16$$

$$\therefore x+y=4 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또한, 분산이 3 이므로

$$\frac{(5-4)^2+(7-4)^2+(x-4)^2+(y-4)^2}{4}=3,$$

$$\frac{1+9+x^2-8x+16+y^2-8y+16}{4}=3,$$

$$\frac{x^2+y^2-8(x+y)+42}{4}=3$$

$$x^2+y^2-8(x+y)+42=12$$

$$\therefore x^2+y^2-8(x+y)=-30 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{2}$ 의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$\therefore x^2+y^2=8(x+y)-30=8\times 4-30=2$$

따라서 5, $2x^2$, $2y^2$, 7의 평균은

$$\frac{5+2x^2+2y^2+7}{4}=\frac{12+2(x^2+y^2)}{4}=\frac{12+4}{4}=4 \text{ 이다.}$$

3. 세 수 a, b, c 의 평균이 7 , 분산이 4 일 때, ab, bc, ca 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 47

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 7 이므로

$$\frac{a+b+c}{3} = 7$$

$$\therefore a+b+c = 21 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

또한, 세 수 a, b, c 의 분산이 4 이므로

$$\frac{(a-7)^2 + (b-7)^2 + (c-7)^2}{3} = 4$$

$$\frac{a^2 - 14a + 49 + b^2 - 14b + 49 + c^2 - 14c + 49}{3} = 4$$

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2 - 14(a+b+c) + 147}{3} = 4$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - 14(a+b+c) + 135 = 0$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 14(a+b+c) - 135 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하여 풀면

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 14 \times 21 - 135 = 159 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$ 이므로 ㉠, ㉢에 의하여

$$ab+bc+ca = 141$$

따라서 ab, bc, ca 의 평균은

$$\therefore \frac{ab+bc+ca}{3} = \frac{141}{3} = 47$$

4. 실수 x 에 대하여 이차방정식 $\frac{x^2}{p} + x + 1 = 0$ 의 근의 개수를 a 개, 이차방정식 $x^2 + \frac{x}{p} + \frac{1}{pq} = 0$ 의 근의 개수를 b 개라 하자. $a^2 + b^2 - 2a - 2b = -2$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$a^2 + b^2 - 2a - 2b = -2$ 에서
 $(a - 1)^2 + (b - 1)^2 = 0$ 이므로 $a = 1, b = 1$
즉, $\frac{x^2}{p} + x + 1 = 0$ 과 $x^2 + \frac{x}{p} + \frac{1}{pq} = 0$ 이 모두 중근을 가지므로
 $D = 1 - \frac{4}{p} = 0$
 $\therefore p = 4$
 $D = \frac{1}{p^2} - \frac{4}{pq} = 0$
 $\therefore q = 16$
따라서 $p + q = 4 + 16 = 20$ 이다.

5. 세 수 a, b, c 의 평균이 4 이고 분산이 5 일 때, 변량 a^2, b^2, c^2 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 4 이므로

$$\frac{a+b+c}{3} = 4$$

$$\therefore a+b+c = 12 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또한, a, b, c 의 분산이 5 이므로

$$\frac{(a-4)^2 + (b-4)^2 + (c-4)^2}{3} = 5$$

$$(a-4)^2 + (b-4)^2 + (c-4)^2 = 15$$

$$a^2 - 8a + 16 + b^2 - 8b + 16 + c^2 - 8c + 16 = 15$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - 8(a+b+c) + 48 = 15$$

위의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$a^2 + b^2 + c^2 - 8 \times 12 + 48 = 15$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 63$$

따라서 a^2, b^2, c^2 의 평균은

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} = \frac{63}{3} = 21 \text{ 이다.}$$

6. 두 직선 $(3+a)x+y=1$, $4x+(2a-1)y=1$ 이 평행할 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{7}{2}$

해설

$$\frac{3+a}{4} = \frac{1}{2a-1} \neq 1$$

$$(a+3)(2a-1)=4$$

$$2a^2+5a-7=0$$

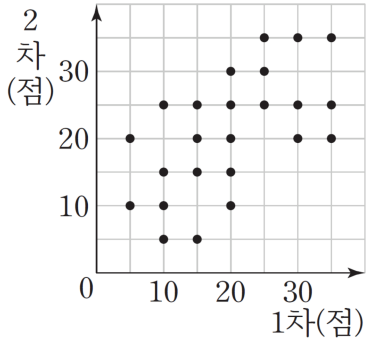
$$(a-1)(2a+7)=0$$

$$\therefore a=1 \text{ 또는 } a=-\frac{7}{2}$$

$$\text{그런데 } \frac{1}{2a-1} \neq 1$$

즉 $a \neq 1$ 이어야 하므로 $a = -\frac{7}{2}$ 이다.

7. 그림은 로희네 반 학생 24명의 음악 실기 시험 1차, 2차 점수를 조사하여 나타낸 산점도이다. 1차 점수가 상위 25% 이내에 드는 학생들과 하위 25% 이내에 드는 학생들의 2차 점수의 평균의 차를 구하시오.



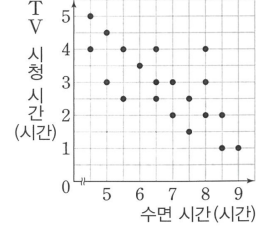
▶ 답 :

▷ 정답 : 12.5 점

해설

상위 25%와 하위 25% 이내에 드는 학생 수는 각각 6명이다.
1차 점수가 상위 25% 이내에 드는 학생들의 점수는 30 점 이상
이므로 2차 점수의 평균은 $\frac{80}{3}$ 점
1차 점수가 하위 25.% 이내에 드는 학생들의 점수는 10 점 이하
이므로 2차 점수의 평균은 $\frac{85}{6}$ 점
따라서 (차)= $\frac{75}{6} = 12.5$ 점

8. 은수네 반 학생 20명의 수면 시간과 TV 시청 시간을 조사하여 나타낸 산점도이다. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

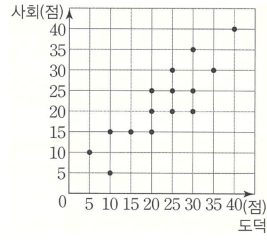


- ① 수면 시간이 5시간 미만인 학생은 4명이다.
- ② TV 시청 시간이 3시간 이상인 학생은 전체의 50%이다.
- ③ 수면 시간이 긴 학생은 대체로 TV 시청 시간이 짧다.
- ④ TV 시청 시간이 2시간 미만인 학생의 평균 수면 시간은 8시간 30분이다.
- ⑤ 수면 시간이 8시간인 학생의 평균 TV 시청 시간은 3시간이다.

해설

- ① 수면 시간이 5시간 미만인 학생은 2명이다.
- ② TV 시청 시간이 3시간 이상인 학생은 11명이므로 55%이다.
- ④ TV 시청 시간이 2시간 미만인 학생의 평균 수면 시간은 8시간 20분이다.

9. 그림은 어느 반 15명의 도덕과 사회 수행평가 점수를 나타낸 산점도이다. 도덕과 사회 점수가 같은 학생 수를 a , 두 성적의 차가 5점 이상 10점 미만인 학생 수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.

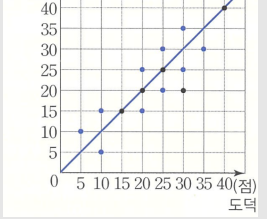


▶ 답 :

▷ 정답 : 14

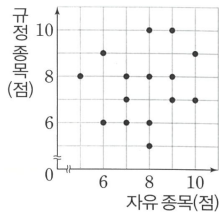
해설

한 칸이 5점이므로 두 성적의 차가 5점 이상 10점 미만이면 한 칸 차이가 나는 것만 세면 된다.



기준선 위에 있는 학생의 도덕과 사회 점수가 같으므로 $a=4$ 이다. 두 성적의 차가 조건을 만족하는 학생은 10명이므로 $b=10$ 이다. 따라서 $a+b=14$ 이다.

10. 어느 대회에서 체조 선수 15명의 자유 종목과 규정 종목의 점수를 조사하여 나타낸 산점도이다. () 안에 알맞은 수의 합을 구하시오.

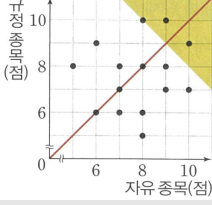


- (ㄱ) 규정 종목 점수와 자유 종목 점수가 같은 선수는 전체 선수의 ()%이다.
(ㄴ) 규정 종목 점수보다 자유 종목 점수가 더 높은 선수는 ()명이다.
(ㄷ) 두 종목의 점수의 평균이 9점 이상인 선수는 ()명이다.

▶ 답 :

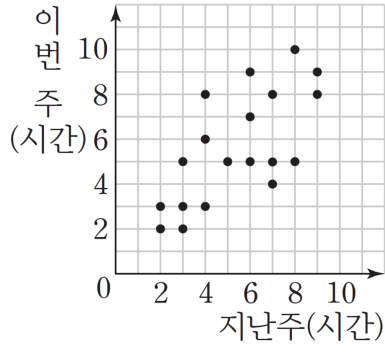
▷ 정답 : 30

해설



(ㄱ) 20%, (ㄴ) 7명, (ㄷ) 3명
따라서 (합)=20+7+3=30이다.

11. 그림은 희진이네 반 학생 19명의 지난주와 이번 주 운동 시간을 조사하여 나타낸 산점도이다. 지난주와 이번 주 운동 시간의 평균이 5시간 미만인 학생 수를 구하시오.

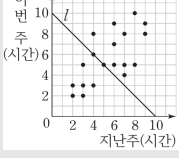


▶ 답 :

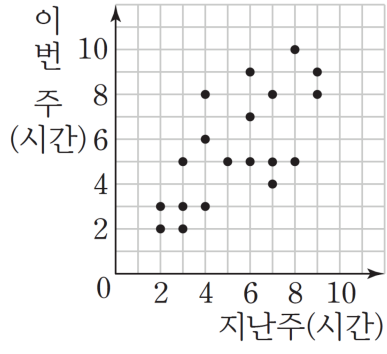
▷ 정답 : 6명

해설

산점도에서 직선의 아래쪽에 있는 점의 개수와 같으므로 6명이다.



12. 그림은 희진이네 반 학생 19명의 지난주와 이번 주 운동 시간을 조사하여 나타낸 산점도이다. 지난주와 이번 주 운동 시간의 차가 2시간 이상인 학생 수를 구하시오.

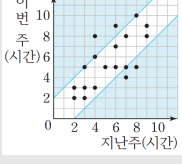


▶ 답 :

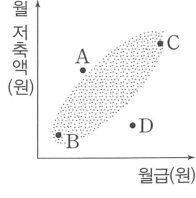
▷ 정답 : 8명

해설

산점도에서 경계선을 포함한 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 같으므로 8명이다.



13. 어느 회사 직원들의 월급과 월 저축액을 조사하여 나타낸 산점도이다. 옳은 것은 모두 몇 가지인가?

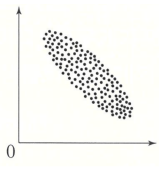


- (ㄱ) 월급이 많은 직원이 대체로 월 저축액도 많은 편이다.
- (ㄴ) A, B, C, D 네 직원 중 월 저축액이 가장 많은 직원은 C이다.
- (ㄷ) A, B, C, D 네 직원 중 월급에 비하여 월 저축액이 가장 적은 직원은 B이다.

▶ 답 :
▷ 정답 : 2가지

해설
(ㄷ) A, B, C, D 네 직원 중 월급에 비하여 월 저축액이 가장 적은 직원은 D이다.

14. 그림은 두 변량 사이의 관계를 산점도로 나타낸 것이다. 두 변량 사이의 상관관계가 그림과 같은 것은?

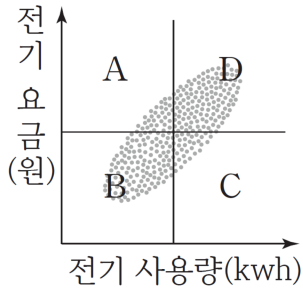


- ① 몸무게와 키
- ② 지능지수와 머리카락의 길이
- ③ 지면으로부터의 높이와 기온
- ④ 키와 가슴둘레
- ⑤ 여름철 기온과 음료수 판매량

해설

주어진 산점도는 음의 상관관계가 있다.
①, ④, ⑤ 양의 상관관계

15. 그림은 어느 지역에 거주하는 가구들의 전기 사용량과 전기 요금을 조사하여 나타낸 산점도이다. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



- ① A 영역에 있는 가구들은 전기 사용량이 많은 편이다.
- ② B 영역에 있는 가구들은 전기 요금만 적은 편이다.
- ③ C 영역에 있는 가구들은 전기 사용량에 비해 전기 요금이 적은 편이다.
- ④ D 영역에 있는 가구들은 전기 사용량과 전기 요금이 모두 적은 편이다.
- ⑤ 전기 사용량과 전기 요금 사이의 관계는 양의 상관관계이다.

해설

① A 영역에 있는 가구들은 전기 사용량이 적은 편이다. ② B 영역에 있는 가구들은 전기 사용량과 전기 요금이 모두 적은 편이다. ④ D 영역에 있는 가구들은 전기 사용량과 전기 요금이 모두 많은 편이다.