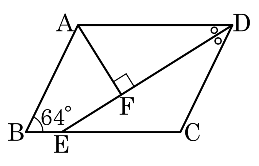
1. 다음 그림과 같이 $\angle B = 64°$ 인 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A 에서 $\angle D$ 의 이등분선 위에 내린 수선의 발을 F 라 할 때, $\angle BAF$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ________ °

▷ 정답 : 58 °

해설

$\angle ADF = \angle CDF = 64° \div 2 = 32°$

$\angle DAF = 180° - (32° + 90°) = 58°$

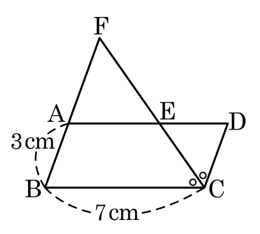
$\angle DAB = 180° - 64° = 116°$

$\therefore \angle BAF = \angle DAB - \angle DAF$

$= 116° - 58°$

$= 58°$

2. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle C$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$ 와 $\overline{BA}$ 의 연장선과 만나는 점을 각각 E, F 라 하자. $\overline{AB} = 3\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 7\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{AF}$ 의 길이를 구하여라.



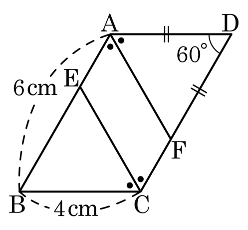
▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 4 cm

해설

$\overline{BF} // \overline{CD}$ 이므로 $\angle AFE = \angle ECD$ (엇각)
$\triangle FBC$ 에서 $\angle BFC = \angle BCF$ 이므로 $\triangle FBC$ 는 $\overline{BF} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{BF} = \overline{BC} = 7(\text{cm})$ 이므로
$\overline{AF} = \overline{BF} - \overline{AB} = 7 - 3 = 4(\text{cm})$

3. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$, $\angle C$ 의 이등분선이 변 AB, CD 와 만나는 점을 각각 E, F 라고 할 때, $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 4\,\text{cm}$, $\angle ADC = 60°$ 일 때, □AECF 의 둘레의 길이는?



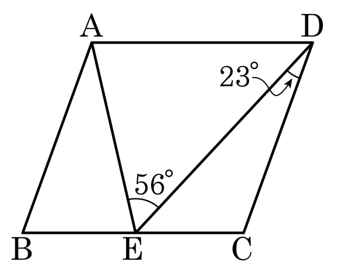
① 10 cm　② 12 cm　③ 14 cm

④ 16 cm　⑤ 18 cm

해설

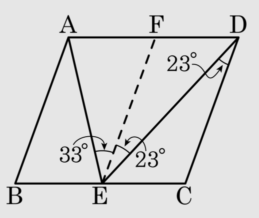
$\triangle ADF$, $\triangle BEC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{DF} = \overline{BE}$, $\angle EBC = \angle ADF$ 이므로 SAS 합동이고 □AECF 는 평행사변형이다.
$\angle ADF = 60°$, $\angle BAD = 120°$, $\angle FAD = 60°$ 이므로, $\angle AFD = 60°$ 이므로
$\triangle ADF$, $\triangle BEC$ 는 정삼각형이다.
$\overline{AE} = \overline{AB} - \overline{BE} = 6 - 4 = 2\ (\text{cm})$ 이다.
그러므로 평행사변형 AECF 의 둘레는
$\overline{AE} + \overline{EC} + \overline{CF} + \overline{AF} = 2 + 4 + 2 + 4 = 12\ (\text{cm})$ 이다.

4. 평행사변형 ABCD 가 다음 그림과 같이 주어졌을 때, $\angle BAE$ 의 크기를 구하면?



① 23° ② 25° ③ 28° ④ 33° ⑤ 35°

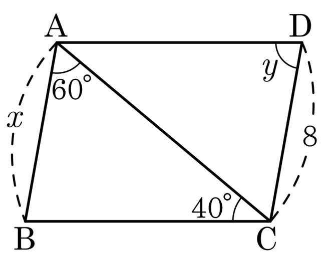
해설



점 E 에서 $\overline{AB}$ 와 평행하도록 평행선을 그어 $\overline{AD}$ 와 만나는 점을 F 라 하면 $\angle DEF = 23°$

따라서 $\angle EAB = \angle FEA = 56° - 23° = 33°$

5. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 x, y 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 : °

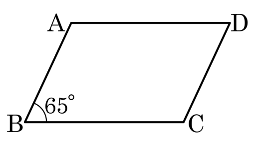
▷ 정답 : $x = 8$

▷ 정답 : $\angle y = 80$ °

해설

$\overline{AB} = \overline{DC} = 8$, $\angle ABC = 180 - (60° + 40°) = 80°$
따라서 $x = 8$, $\angle y = 80°$

6. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A + \angle D$ 의 값은?



① 150° ② 155° ③ 165°
④ 170° ⑤ 180°

해설
평행사변형의 이웃하는 두 각의 크기의 합은 $180°$이다.

7. 다음 중 평행사변형이 직사각형이 되는 조건으로 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.
② 한 내각이 직각이다.
③ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
④ 두 대각선의 길이가 같다.
⑤ 두 대각의 크기가 같다.

해설

평행사변형에서 한 내각이 직각이고, 두 대각선의 길이가 같으면 직사각형이 된다.

8. 다음 그림과 같은 □ABCD 가 평행사변형이 직사각형이 되기 위한 조건을 나타낸 것이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣어라.

평행사변형 ABCD 가 직사각형이 되기 위해서는 $\overline{AC}=\square$ 이거나 $\angle A=\square°$ 이면 된다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\overline{BD}$

▷ 정답 : 90

해설

한 내각이 직각이거나 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이므로 $\overline{AC}=\overline{BD}$ 이거나 $\angle A=90°$ 이다.

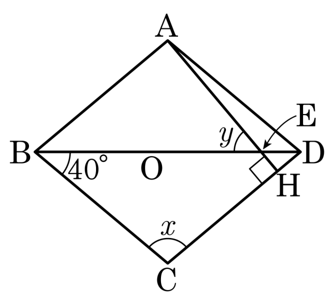
9. 다음 평행사변형 중 직사각형이 될 수 있는 것은?

① 두 대각선이 직교한다.
② 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
③ 한 쌍의 대변의 길이가 같다.
④ 이웃하는 두 내각의 크기가 같다.
⑤ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

해설

직사각형의 성질은 '네 내각의 크기가 같다.'이다.

10. 다음 그림에서 □ABCD 가 마름모일 때, $\angle x$ 와 $\angle y$ 의 크기는?



① $x = 90°,\ y = 45°$

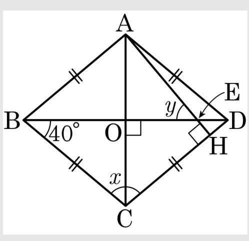
② $x = 95°,\ y = 45°$

③ $x = 90°,\ y = 40°$

④ $x = 100°,\ y = 50°$

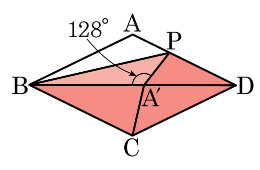
⑤ $x = 100°,\ y = 40°$

해설



(1)$\angle CBO = 40°$ 이고, $\angle BOC = 90°$ 이므로,
$\angle BCO = 50°$, $\angle x = 2\angle BCO$ 이므로
$\therefore \angle x = 100°$
(2) $\triangle DEH$ 에서 $\angle EDH = 40°,\ \angle DHE = 90°$
이므로, $\angle DEH = 50°$
$\angle y = \angle DEH$ (맞꼭지각) 이므로
$\therefore \angle y = 50°$
$\therefore \angle x = 100°,\ \angle y = 50°$ 이다.

11. 마름모 ABCD 에서 꼭짓점 A 를 대각선 위에 오도록 접었다. 꼭짓점 A 가 대각선 위에 대응되는 점을 A′ 이라 할 때, $\angle \mathrm{DA'C}$ 의 크기는?

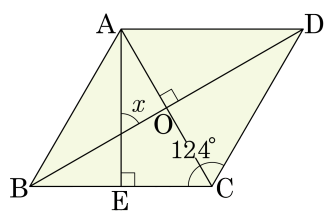


① $103°$ ② $105°$ ③ $106°$ ④ $108°$ ⑤ $110°$

해설

$\overline{\mathrm{BA'}} = \overline{\mathrm{BC}}$ 이므로 $\triangle \mathrm{BCA'}$ 은 이등변삼각형이다.
이때 $\angle \mathrm{CBA'} = (180° - 128°) \div 2 = 26°$ 이므로 $\angle \mathrm{BA'C} = (180° - 26°) \div 2 = 77°$
따라서 $\angle \mathrm{DA'C} = 180° - 77° = 103°$

12. 다음 그림과 같은 마름모 ABCD 에서 $\overline{AE} \perp \overline{BC}$ 이고 $\angle C = 124°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



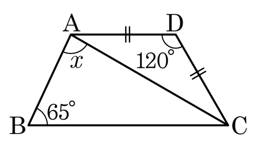
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad°}$

▷ 정답 : $62\underline{°}$

해설

$\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 가 만나는 점을 O 라고 할 때, 삼각형 BOC 과 DOC 는 합동이다.
그러므로 $\angle BCD$ 는 이등분된다. $\angle BCA = 62°$
삼각형 AEC 의 내각의 합에 의해서 $\angle EAC = 28°$ 가 된다.
그러므로 $\angle x = 62°$ 가 된다.

13. 다음 그림은 $\overline{\mathrm{AD}} /\!/ \overline{\mathrm{BC}}$ 인 사다리꼴이다. $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{DC}}$ 이고, $\angle\mathrm{ABC} = 65°$, $\angle\mathrm{ADC} = 120°$ 일 때, $\angle x$ 의 값을 구하여라.



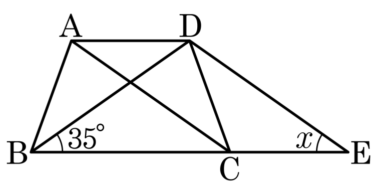
▶ 답:

▷ 정답: 85

해설

삼각형 ADC 는 이등변삼각형이므로
$\angle\mathrm{DAC} = \angle\mathrm{DCA} = 30°$
$\angle\mathrm{BCA} = 30°$ ($\angle\mathrm{DAC}$ 와 엇각관계)
그러므로 $\angle x + 65° + 30° = 180°$
$\therefore\ \angle x = 85$

14. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} // \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AC} // \overline{DE}$, $\angle DBC = 35°$일 때, $\angle x$의 크기를 구하면?

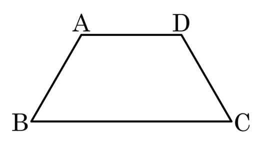


① 15° ② 20° ③ 25° ④ 30° ⑤ 35°

해설

$\triangle ABC$와 $\triangle DCB$에서
$\overline{AB} = \overline{DC}$, $\angle ABC = \angle DCB$, $\overline{BC}$는 공통
$\therefore\ \triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (SAS 합동)
$\angle ACB = \angle DBC = 35°$
$\overline{AC} // \overline{DE}$이므로
$\angle x = \angle ACB = 35°$ (동위각)

15. 다음 그림은 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴이다. $\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{CD}$ 이고, $\overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 일 때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라.

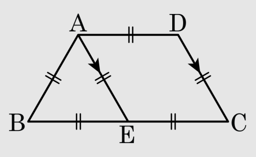


▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad}{}^\circ$

▷ 정답 : $60\underline{{}^\circ}$

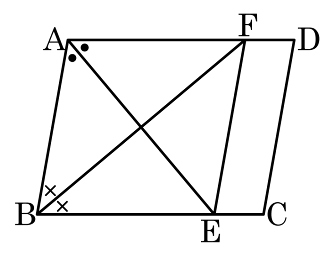
해설

$\overline{DC}$ 에 평행하게 $\overline{AE}$ 를 그으면 □AECD 는 평행사변형이 되고, $\overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 이므로 점 E 는 $\overline{BC}$ 의 중점에 위치하게 된다. 그러므로 $\overline{AB} = \overline{BE} = \overline{AE}$ 이므로 △ABE 는 정삼각형이 된다.



$\therefore \angle B = 60^\circ$

16. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 E, $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$ 와 만나는 점을 F 라 할 때, □ABEF 는 어떤 사각형인가?



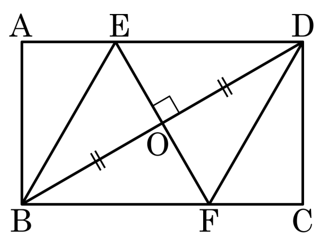
① 평행사변형　　② 사다리꼴　　③ 마름모

④ 직사각형　　⑤ 정사각형

해설

대각선이 내각의 이등분선인 사각형은 마름모이다.

17. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 의 대각선 BD 의 수직이등분선과 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 와의 교점을 각각 E, F 라 할 때, □EBFD 는 어떤 사각형인가?

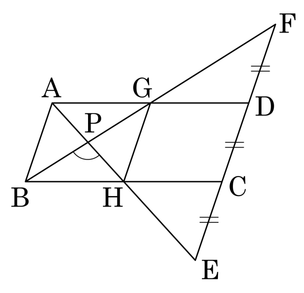


① 직사각형　② 등변사다리꼴　③ 마름모
④ 정사각형　⑤ 평행사변형

해설

마름모의 두 대각선은 서로 수직 이등분한다.
따라서 □EBFD 는 마름모이다.

18. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AD} = 2\overline{AB}$ 이다. $\overline{CD}$ 를 연장하여 $\overline{CE} = \overline{CD} = \overline{DF}$ 가 되도록 점 E, F 를 잡고 $\overline{AE}$ 와 $\overline{BF}$ 의 교점을 P 라 할 때, $\angle BPH$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

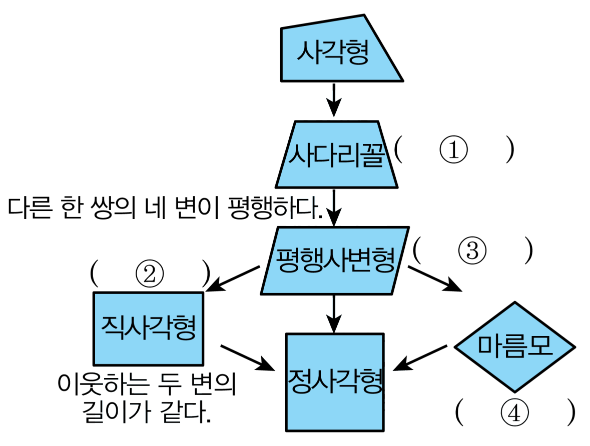
▷ 정답 : $90°$

해설

$\overline{AB} = \overline{CD} = \overline{CE}$ 이고 $\overline{AB} // \overline{EF}$ 이므로
$\angle BAH = \angle CEH$, $\angle HBA = \angle HCE$
따라서 $\triangle ABH \equiv \triangle ECH$ (ASA 합동)
$\therefore\ \overline{BH} = \overline{CH}$
$\overline{AB} = \overline{CD} = \overline{DF}$ 이고 $\overline{AB} // \overline{EF}$ 이므로
$\angle BAG = \angle FDG$, $\angle ABG = \angle DFG$
따라서 $\triangle ABG \equiv \triangle DFG$ (ASA 합동)
$\therefore\ \overline{AG} = \overline{DG}$
$2\overline{AB} = \overline{AD}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AG} = \overline{GH} = \overline{BH}$
$\therefore\ \square ABHG$ 는 마름모

마름모의 두 대각선은 수직으로 만나므로
$\angle BPH = 90°$

19. 다음 괄호 안에 들어갈 알맞은 서술을 보기에서 골라 그 기호를 차례대로 써 넣어라.(단, 같은 기호가 중복해서 나올 수 있다.)



보기

㉠ 한 쌍의 대변이 평행하다.
㉡ 네 각이 같다.
㉢ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉡

해설

여러 가지 사각형의 관계
1. 평행사변형은 다음의 각 경우에 직사각형이 된다.
(1) 한 내각의 크기가 90° 일 때
(2) 두 대각선의 길이가 같을 때
2. 평행사변형은 다음의 각 경우에 마름모가 된다.
(1) 이웃하는 두 변의 길이가 같을 때
(2) 두 대각선이 서로 수직으로 만날 때
(3) 대각선이 한 내각을 이등분 할 때

20. 다음 중 거짓인 것은?

① 정사각형은 마름모이다.
② 사다리꼴은 사각형이다.
③ 마름모는 평행사변형이다.
④ 정사각형은 평행사변형이다.
⑤ 사다리꼴은 직사각형이다.

해설
⑤ 직사각형은 사다리꼴이다.

21. 사다리꼴, 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형의 관계를 나타낸 것 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 정사각형은 마름모이며 사다리꼴이다.

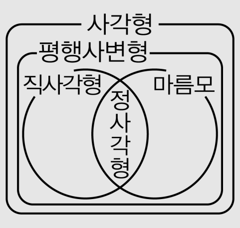
② 정사각형은 직사각형이며 평행사변형이다.

③ 정사각형은 평행사변형이며 사다리꼴이다.

④ 마름모는 평행사변형이며 사다리꼴이다.

⑤ 직사각형은 마름모이며 평행사변형이다.

해설



22. 평행사변형 ABCD 가 다음 조건을 만족할 때, 어떤 사각형이 되는지 말하여라.

보기

조건1 : $\angle A = 90°$
조건2 : $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 는 직교한다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 정사각형

해설

조건 1 에서 평행사변형의 한 각이 90° 이므로 다른 각도 모두 90° 가 된다. 이 경우 직사각형이 된다.
조건 2 에서 두 대각선이 직교하므로 마름모가 된다.
이 조건을 모두 만족하는 도형은 정사각형이다.

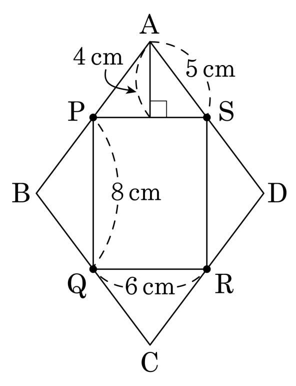
23. 직사각형의 중점을 연결했을 때 나타나는 사각형의 성질을 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

① 네 변의 길이가 모두 같다.
② 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.
③ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
④ 네 각의 크기가 모두 직각이다.
⑤ 두 대각선이 내각을 이등분한다.

해설

직사각형의 중점을 연결해 생기는 사각형은 마름모이다. 마름모는 네 각의 크기가 모두 직각이 아니다.

24. 다음과 같은 마름모 ABCD 의 각 변의 중점을 P, Q, R, S 이라 할 때, □PQRS 의 둘레의 길이를 구하여라.



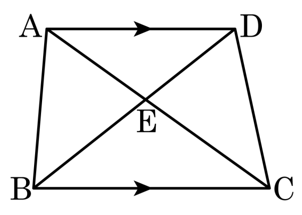
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 28 cm

해설

마름모의 중점을 연결하여 만든 사각형은 네 각의 크기가 모두 같으므로 직사각형이 된다.
직사각형은 마주보는 변의 길이가 같으므로
□PQRS 의 둘레의 길이는 $2(8+6)=28(\mathrm{cm})$

25. 다음 그림의 사각형 ABCD 에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이고, $\triangle ABC$ 의 넓이가 15cm^2 일 때, $\triangle DBC$ 의 넓이를 구하여라.



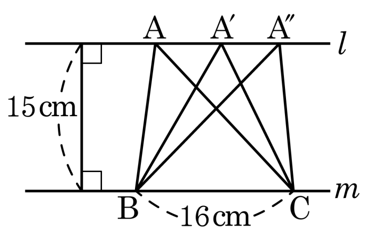
▶ 답: cm^2

▷ 정답: $15\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle DBC$ 에서 $\overline{BC}$ 는 동일하고 $\overline{AD}$ 에서 $\overline{BC}$ 까지의 거리는 같으므로
$\triangle ABC$ 의 넓이와 $\triangle DBC$ 의 넓이는 동일하다.

26. 다음 그림에서 $l // m$ 이다. l과 m 사이의 거리는 15cm, $\overline{\mathrm{BC}} = 16\mathrm{cm}$ 일 때, $\triangle\mathrm{ABC}$, $\triangle\mathrm{A'BC}$, $\triangle\mathrm{A''BC}$의 넓이의 비는?



① 1 : 1 : 1 ② 1 : 2 : 1 ③ 1 : 2 : 3
④ 2 : 1 : 2 ⑤ 2 : 3 : 1

해설

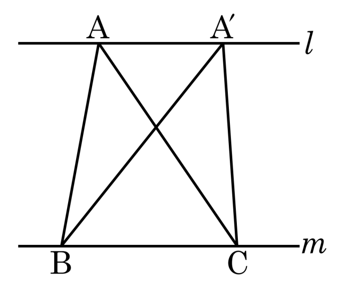
세 변의 삼각형의 밑변, 높이의 길이가 같으므로

$\triangle\mathrm{ABC} = \triangle\mathrm{A'BC} = \triangle\mathrm{A''BC} = \frac{1}{2} \times 16 \times 15$

$= 120(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore\ \triangle\mathrm{ABC} : \triangle\mathrm{A'BC} : \triangle\mathrm{A''BC} = 1 : 1 : 1$

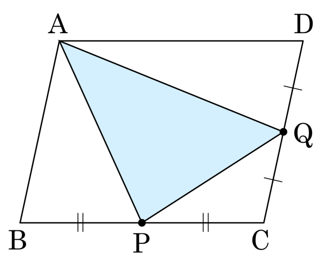
27. 다음 그림에서 $l \,/\!/\, m$ 이다. $\triangle$ABC 의 넓이가 30cm^2 일 때, $\triangle$A′BC 의 넓이는?



① 10cm^2 ② 15cm^2 ③ 20cm^2
④ 25cm^2 ⑤ 30cm^2

해설
삼각형의 밑변의 길이와 높이가 같으므로
$\triangle\text{ABC} = \triangle\text{A}'\text{BC}$
따라서 $\triangle$A′BC 의 넓이는 30cm^2 이다.

28. 다음과 같은 평행사변형 ABCD 에서 두 점 P, Q는 각각 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$의 중점이다. $\square ABCD = 16\,cm^2$일 때, $\triangle APQ$의 넓이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm^2

▷ 정답: $6\,cm^2$

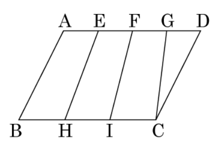
해설

$\triangle ABP = \triangle AQD = \frac{1}{4}\square ABCD$
$= \frac{1}{4} \times 16 = 4(cm^2)$

$\triangle PCQ = \frac{1}{8}\square ABCD = \frac{1}{8} \times 16 = 2(cm^2)$

$\therefore \triangle APQ$
$= \square ABCD - (\triangle ABP + \triangle AQD + \triangle PCQ)$
$= 16 - (4 + 4 + 2)$
$= 16 - 10$
$= 6(cm^2)$

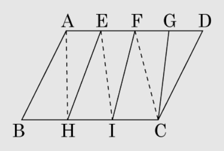
29. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 E, F, G 는 각각 변 AD 를 4 등분하는 점이고, 점 H, I 는 각각 변 BC 를 삼등분하는 점일 때, □ABHE + □FICG : □EHIF + △GCD 의 비를 가장 간단한 자연수로 나타내어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 7 : 5

해설



위의 그림과 같이 점선을 그으면

$$\begin{aligned}\square\mathrm{ABHE} &= \triangle\mathrm{ABH} + \triangle\mathrm{AHE}\\ &= \frac{1}{3}\triangle\mathrm{ABC} + \frac{1}{4}\triangle\mathrm{ACD}\\ &= \frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD} + \frac{1}{4}\times\frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD}\\ &= \frac{7}{24}\square\mathrm{ABCD}\end{aligned}$$

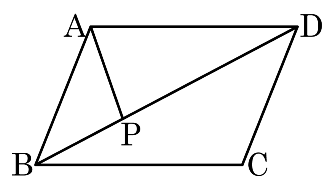
$$\begin{aligned}\square\mathrm{EHIF} &= \triangle\mathrm{EHI} + \triangle\mathrm{EIF}\\ &= \frac{1}{3}\triangle\mathrm{ABC} + \frac{1}{4}\triangle\mathrm{ACD}\\ &= \frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD} + \frac{1}{4}\times\frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD}\\ &= \frac{7}{24}\square\mathrm{ABCD}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square\mathrm{FICG} &= \triangle\mathrm{FIC} + \triangle\mathrm{FCG}\\ &= \frac{1}{3}\triangle\mathrm{ABC} + \frac{1}{4}\triangle\mathrm{ACD}\\ &= \frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD} + \frac{1}{4}\times\frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD}\\ &= \frac{7}{24}\square\mathrm{ABCD}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\triangle\mathrm{GCD} &= \frac{1}{4}\triangle\mathrm{ACD}\\ &= \frac{1}{4}\times\frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD}\\ &= \frac{1}{8}\square\mathrm{ABCD}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\therefore\ \square\mathrm{ABHE} + \square\mathrm{FICG} : \square\mathrm{EHIF} + \triangle\mathrm{GCD}\\ &= \frac{7}{24} + \frac{7}{24} : \frac{7}{24} + \frac{1}{8}\\ &= 7 : 5\end{aligned}$$

30. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BP} : \overline{DP} = 1 : 2$ 이다. $\square ABCD = 24cm^2$ 일 때, $\triangle APD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 8 cm^2

해설

$\triangle ABD = \frac{24}{2} = 12(cm^2)$

$\triangle ABP$, $\triangle APD$ 는 높이가 같고, $\triangle ABP : \triangle APD = 1 : 2$ 이다.
따라서 $\triangle APD = 8cm^2$ 이다.