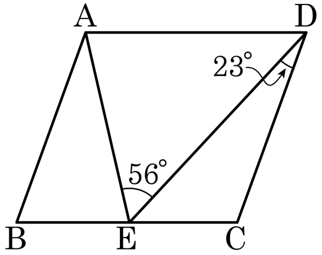
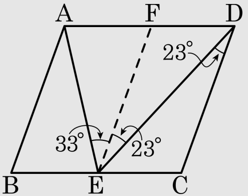
1. 평행사변형 ABCD 가 다음 그림과 같이 주어졌을 때, $\angle BAE$ 의 크기를 구하면?



① $23°$ ② $25°$ ③ $28°$ ④ $33°$ ⑤ $35°$

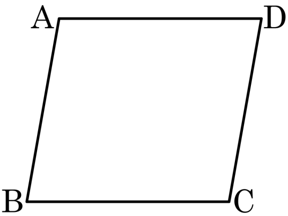
해설



점 E 에서 $\overline{AB}$ 와 평행하도록 평행선을 그어 $\overline{AD}$ 와 만나는 점을 F 라 하면 $\angle DEF = 23°$

따라서 $\angle EAB = \angle FEA = 56° - 23° = 33°$

2. 평행사변형에서는 이웃하는 두 각의 합이 $180°$ 이다. ABCD 에서 $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 크기의 비가 $5:4$ 일 때, $\angle D$ 의 크기를 구하여라.



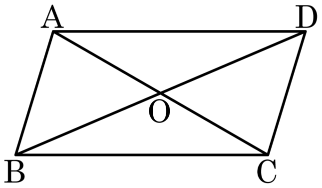
① $75°$ ② $80°$ ③ $85°$ ④ $90°$ ⑤ $105°$

해설

$$\angle B = 180° \times \frac{4}{9} = 80°$$

$$\angle B = \angle D = 80°$$

3. 평행사변형 ABCD 에서 $\triangle AOB = 4$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라?



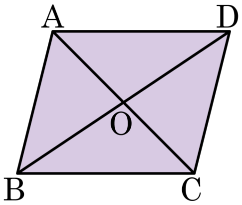
▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$\square ABCD = 4 \times 4 = 16$ 이다.

4. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 점 O가 두 대각선의 교점일 때, 다음을 구하여라.



(1) □ABCD의 넓이가 $40\,\mathrm{cm}^2$일 때, △ABO의 넓이

(2) △OCD의 넓이가 $5\,\mathrm{cm}^2$일 때, □ABCD의 넓이

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $10\,\mathrm{cm}^2$

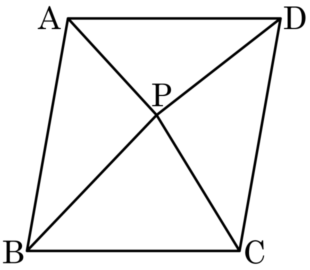
▷ 정답 : (2) $20\,\mathrm{cm}^2$

해설

(1) 이웃한 삼각형의 넓이는 서로 같으므로 $40 \times \frac{1}{4} = 10(\mathrm{cm}^2)$

(2) 이웃한 삼각형의 넓이는 서로 같으므로 $5 \times 4 = 20(\mathrm{cm}^2)$

5. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 내부에 임의의 한 점 P 를 잡았다고 한다. $\triangle PAD = 18\text{cm}^2$, $\triangle PBC = 36\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle PAB + \triangle PCD = (\qquad)\text{cm}^2$ 이다. 빈칸을 채워넣어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 54

해설

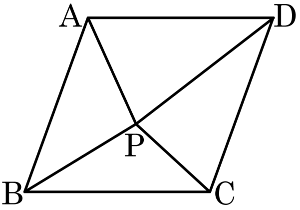
내부의 한 점 P 에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC$ 이다.

$\triangle PAD = 18\text{cm}^2$, $\triangle PBC = 36\text{cm}^2$ 이므로

$18 + 36 = \triangle PAB + \triangle PCD$ 이다.

따라서 $\triangle PAB + \triangle PCD = 54(\text{cm}^2)$ 이다.

6. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 내부에 한 점 P를 잡았을 때, $\triangle PAD = 18\text{cm}^2$, $\triangle PBC = 13\text{cm}^2$, $\triangle PCD = 17\text{cm}^2$라 하면 $\triangle PAB$의 넓이는 (   )cm^2이다. (   ) 안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC$이다.

$18 + 13 = 17 + \triangle PAB$

따라서 $\triangle PAB$의 넓이는 14cm^2이다.

7. 다음 중 평행사변형이 직사각형이 되는 조건으로 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.

② 한 내각이 직각이다.

③ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

④ 두 대각선의 길이가 같다.

⑤ 두 대각의 크기가 같다.

해설

평행사변형에서 한 내각이 직각이고, 두 대각선의 길이가 같으면 직사각형이 된다.

8. 다음 보기 중에서 평행사변형이 직사각형이 되기 위한 조건을 모두 몇 개인가?

보기

㉠ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

㉡ 이웃하는 두 각의 크기가 같다.

㉢ 한 내각의 크기가 $90°$ 이다.

㉣ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

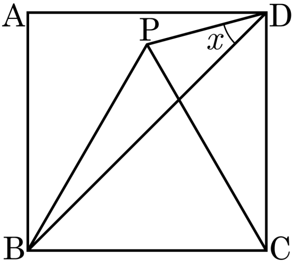
㉤ 두 대각선의 길이가 같다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉠ 마름모가 될 조건
㉡ 직사각형이 될 조건
㉢ 직사각형이 될 조건
㉣ 평행사변형이 될 조건
㉤ 직사각형이 될 조건
∴ ㉡, ㉢, ㉤의 3 개

9. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이고, △PBC 는 정삼각형일 때, $\angle x = (\quad)^\circ$ 이다. ( ) 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.



① 10° ② 15° ③ 20° ④ 25° ⑤ 30°

해설

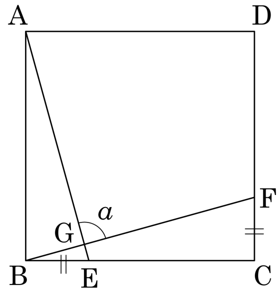
$\angle CDB = 45^\circ$,

$\angle PCD = 30^\circ$ 이고 $\overline{PC} = \overline{DC}$ 이므로

$\angle CDP = 75^\circ$,

$\therefore \angle x = 75^\circ - 45^\circ = 30^\circ$

10. 다음과 같은 정사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BE}}=\overline{\mathrm{CF}}$ 이고, $\overline{\mathrm{AE}}$ 와 $\overline{\mathrm{BF}}$ 의 교점을 G 라 할 때, $\angle a$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $90°$

해설

$\triangle\mathrm{ABE}$ 와 $\triangle\mathrm{BCF}$ 에서 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{BC}}$

$\angle\mathrm{ABE}=\angle\mathrm{BCF}=90°$

$\overline{\mathrm{BE}}=\overline{\mathrm{CF}}$

$\therefore\ \triangle\mathrm{ABE}\equiv\triangle\mathrm{BCF}$ (SAS 합동)

$\angle\mathrm{CBF}+\angle\mathrm{BFC}=90°$ 이므로

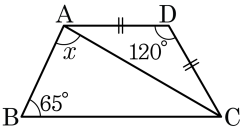
$\angle\mathrm{CBF}+\angle\mathrm{AEB}=90°$

$(\because\ \angle\mathrm{BFC}=\angle\mathrm{AEB})$

$\triangle\mathrm{GBE}$ 에서

$\angle\mathrm{BGE}=90°$ 이므로 맞꼭지각으로 $\angle a=90°$

11. 다음 그림은 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴이다. $\overline{AD}=\overline{DC}$ 이고, $\angle ABC=65°$, $\angle ADC=120°$ 일 때, $\angle x$ 의 값을 구하여라.



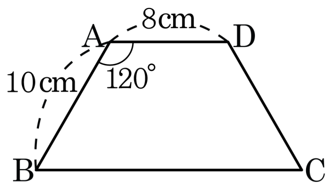
▶ 답 :

▷ 정답 : 85

해설

삼각형 ADC 는 이등변삼각형이므로
$\angle DAC=\angle DCA=30°$
$\angle BCA=30°$ ($\angle DAC$ 와 엇각관계)
그러므로 $\angle x+65°+30°=180°$
$\therefore\ \angle x=85$

12. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} // \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$, $\angle A = 120°$일 때, □ABCD의 둘레의 길이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)

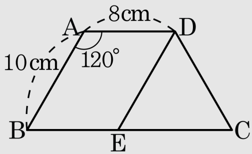


▶ 답 :

▷ 정답 : 46

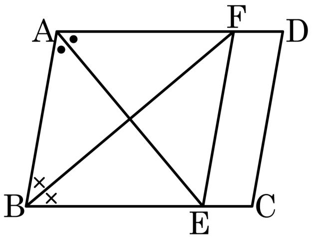
해설

$\angle A + \angle B = 180°$이므로 $\angle B = 60°$이다.
점 D를 지나고 $\overline{AB}$와 평행한 직선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 E라 하자.



$\overline{AD} // \overline{BE}$, $\overline{AB} // \overline{DE}$이므로 □ABED는 평행사변형이다.
$\overline{AD} = \overline{BE} = 8\text{cm}$, $\overline{AB} = \overline{DE} = 10\text{cm}$이고, 동위각이므로 $\angle ABE = \angle DEC = 60°$이다.
△DEC는 $\overline{DE} = \overline{DC} = 10\text{cm}$에서 이등변삼각형임을 알 수 있고 밑각이 $60°$이므로
세 내각의 크기가 모두 같은 정삼각형이 된다.
$\overline{DC} = \overline{CE} = \overline{ED} = 10\text{cm}$
$\therefore \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 8 + 10 = 18\text{cm}$
따라서 둘레의 길이는 $8 + 10 + 18 + 10 = 46(\text{cm})$이다.

13. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 ∠A의 이등분선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 E, ∠B의 이등분선이 $\overline{AD}$와 만나는 점을 F라 할 때, □ABEF는 어떤 사각형인가?



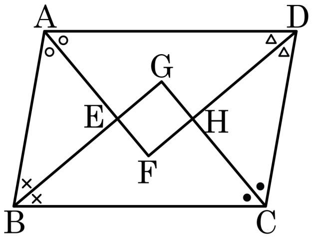
① 평행사변형 ② 사다리꼴 ③ 마름모

④ 직사각형 ⑤ 정사각형

해설

대각선이 내각의 이등분선인 사각형은 마름모이다.

14. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD에서 네 내각의 이등분선을 연결하여 □EFGH를 만들었을 때, □EFHG는 어떤 사각형인가?



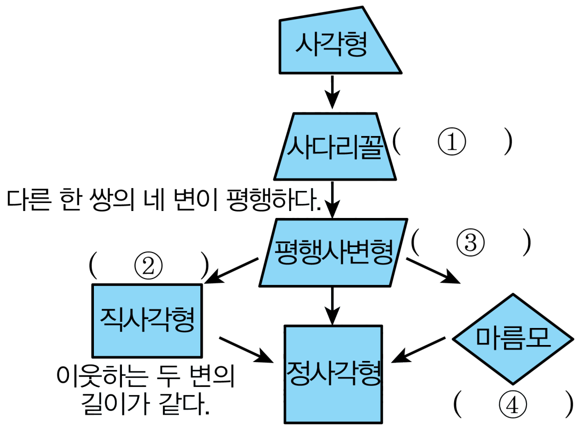
① 평행사변형　　② 사다리꼴　　③ 직사각형

④ 정사각형　　⑤ 마름모

해설

$\angle ABC + \angle BAD = 180°$이므로 $\angle GBA + \angle FAB = 90°$이고, $\triangle ABE$에서 $\angle AEB = 180° - 90° = 90°$이다.
마찬가지로 $\angle EGH = \angle EFH = \angle CHD = 90°$이므로 □EFGH는 직사각형이다.

15. 다음 괄호 안에 들어갈 알맞은 서술을 보기에서 골라 그 기호를 차례대로 써 넣어라.(단, 같은 기호가 중복해서 나올 수 있다.)



보기

㉠ 한 쌍의 대변이 평행하다.
㉡ 네 각이 같다.
㉢ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉢

▷ 정답: ㉡

해설

여러 가지 사각형의 관계
1. 평행사변형은 다음의 각 경우에 직사각형이 된다.
(1) 한 내각의 크기가 $90°$ 일 때
(2) 두 대각선의 길이가 같을 때
2. 평행사변형은 다음의 각 경우에 마름모가 된다.
(1) 이웃하는 두 변의 길이가 같을 때
(2) 두 대각선이 서로 수직으로 만날 때
(3) 대각선이 한 내각을 이등분 할 때

16. 다음 중 거짓인 것은?

① 정사각형은 마름모이다.

② 사다리꼴은 사각형이다.

③ 마름모는 평행사변형이다.

④ 정사각형은 평행사변형이다.

⑤ 사다리꼴은 직사각형이다.

해설

⑤ 직사각형은 사다리꼴이다.

17. 평행사변형 ABCD 가 다음 조건을 만족할 때, 어떤 사각형이 되는지 말하여라.

보기

조건1 : $\angle A = 90°$
조건2 : $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 는 직교한다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 정사각형

해설

조건 1에서 평행사변형의 한 각이 $90°$ 이므로 다른 각도 모두 $90°$ 가 된다. 이 경우 직사각형이 된다.
조건 2 에서 두 대각선이 직교하므로 마름모가 된다.
이 조건을 모두 만족하는 도형은 정사각형이다.

18. 직사각형의 중점을 연결했을 때 나타나는 사각형의 성질을 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

① 네 변의 길이가 모두 같다.

② 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.

③ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

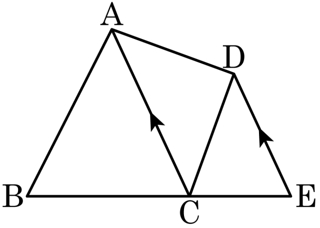
④ 네 각의 크기가 모두 직각이다.

⑤ 두 대각선이 내각을 이등분한다.

해설

직사각형의 중점을 연결해 생기는 사각형은 마름모이다. 마름모는 네 각의 크기가 모두 직각이 아니다.

19. 다음 그림에서 $\overline{AC} \mathbin{/\!/} \overline{DE}$ 이고, $\triangle ABC$ 의 넓이가 12 이고 $\triangle ACD$ 의 넓이가 8 일 때, $\triangle ABE$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

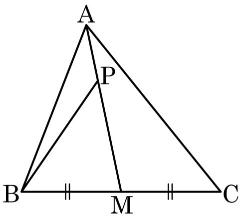
▷ 정답 : 20

해설

$\overline{AC} \mathbin{/\!/} \overline{DE}$ 이므로 $\triangle ACE = \triangle ACD = 8$

$\therefore \triangle ABE = \triangle ABC + \triangle ACE = 12 + 8 = 20$

20. 다음 그림에서 점 M은 $\overline{BC}$의 중점이고 $\overline{AP}$: $\overline{PM}$ $= 1 : 2$이다. $\triangle ABC = 60\text{cm}^2$일 때 $\triangle PBM$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm^2

▷ 정답 : 20 cm^2

해설

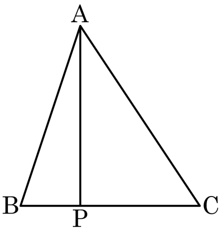
$\triangle ABM$과 $\triangle AMC$의 밑변의 길이와 높이가 같으므로, 두 삼각형의 넓이는 같다.

$\triangle ABM = 30\text{cm}^2$

$\triangle APB$와 $\triangle BMP$의 높이는 같고 밑변의 길이의 비가 $1 : 2$이므로

$\triangle PBM = 30 \times \dfrac{2}{3} = 20(\text{cm}^2)$

21. 다음 그림에서 $\overline{BP}:\overline{CP}=1:2$, $\triangle ABC=8\,cm^2$ 일 때, $\triangle ABP$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad cm^2}$

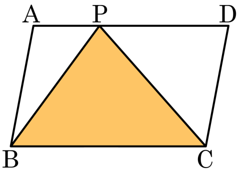
▷ 정답 : $\frac{8}{3}\,\underline{cm^2}$

해설

$\triangle ABP$ 와 $\triangle APC$ 의 높이는 같으므로

$\triangle ABP = 8\times\frac{1}{3}=\frac{8}{3}\ (cm^2)$

22. 다음 그림에서 평행사변형 ABCD 의 넓이가 $20\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\overline{AD}$ 위의 임의의 점 P 에 대하여 $\triangle PBC$ 의 넓이를 구하여라.



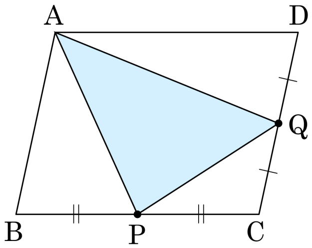
▶ 답 : ____ cm^2

▷ 정답 : $10\,\mathrm{cm}^2$

해설

평행사변형 ABCD 의 넓이가 $20\,\mathrm{cm}^2$ 이므로 $\triangle PBC$는 넓이는 평행사변형 ABCD 넓이의 절반인 $10\,\mathrm{cm}^2$ 이다.

23. 다음과 같은 평행사변형 ABCD에서 두 점 P, Q는 각각 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$의 중점이다. $\square ABCD = 16\,cm^2$일 때, $\triangle APQ$의 넓이를 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm^2

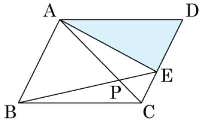
▷ **정답 :** $6\,cm^2$

해설

$$\triangle ABP = \triangle AQD = \frac{1}{4}\square ABCD$$
$$= \frac{1}{4} \times 16 = 4(cm^2)$$
$$\triangle PCQ = \frac{1}{8}\square ABCD = \frac{1}{8} \times 16 = 2(cm^2)$$

$\therefore \triangle APQ$
$$= \square ABCD - (\triangle ABP + \triangle AQD + \triangle PCQ)$$
$$= 16 - (4 + 4 + 2)$$
$$= 16 - 10$$
$$= 6(cm^2)$$

24. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\triangle ABP = 15\mathrm{cm}^2$, $\triangle PCE = 4\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle AED$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 11 cm

해설

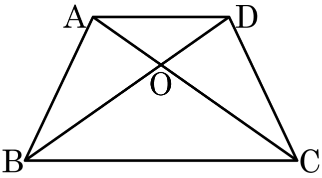
$\triangle ABC = \triangle ACD$, $\triangle EBC = \triangle CAE$

$\triangle ABC - \triangle PBC = \triangle ACD - \triangle APE$

$\triangle ABP = \triangle AED + \triangle PCE$

$\therefore\ \triangle AED = \triangle ABP - \triangle PCE = 15 - 4 = 11(\mathrm{cm}^2)$

25. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\triangle ABO = 20\text{cm}^2$, $2\overline{DO} = \overline{BO}$ 일 때, $\triangle DBC$ 의 넓이는?

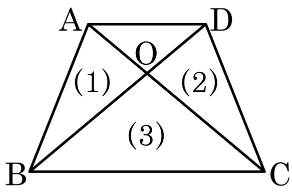


① 40cm^2
② 50cm^2
③ 60cm^2
④ 70cm^2
⑤ 80cm^2

해설

$\triangle AOB = \triangle COD = 20\text{cm}^2$
또, $2\overline{DO} = \overline{BO}$ 이므로
$\therefore \triangle BOC = 40\text{cm}^2$
따라서 $\triangle DBC = \triangle COD + \triangle BOC = 20 + 40 = 60(\text{cm}^2)$

26. 다음 등변사다리꼴에서 $\triangle OAD = 6\,cm^2$, $\overline{OD} : \overline{OB} = 1 : 2$ 일 때, 다음 도형의 넓이를 구하여라.



(1) $\triangle OAB$ 의 넓이
(2) $\triangle OCD$ 의 넓이
(3) $\triangle OBC$ 의 넓이

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $12\,cm^2$

▷ 정답 : (2) $12\,cm^2$

▷ 정답 : (3) $24\,cm^2$

해설

(1) $\overline{OD} : \overline{OB} = 1 : 2$ 이므로
$\triangle OAD : \triangle OAB = 1 : 2$
$\therefore\ \triangle OAB = 2\triangle OAD = 2 \times 6 = 12(\,cm^2)$
(2) $\triangle OCD = \triangle ACD - \triangle OAD$
$= \triangle ABD - \triangle OAD = 12(\,cm^2)$
(3) $\overline{OD} : \overline{OB} = 1 : 2$ 이므로
$\triangle OCD : \triangle OBC = 1 : 2$
$\therefore\ \triangle OBC = 2\triangle OCD = 2 \times 12 = 24(\,cm^2)$