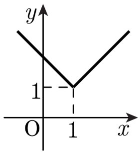
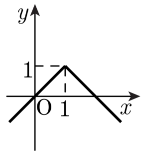
1. 다음 중 함수 $y = |x - 1| + 1$ 의 그래프의 모양으로 가장 적당한 것은?

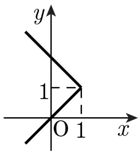
①



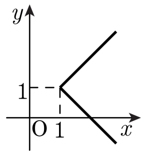
②



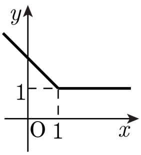
③



④



⑤

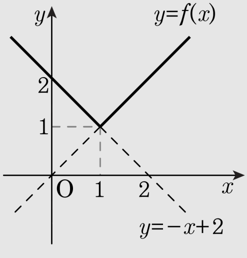


해설

$$|x-1| = \begin{cases} x-1 \ (x \geq 1) \\ 1-x \ (x < 1) \end{cases}$$ 이므로

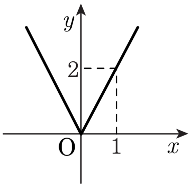
$$y = \begin{cases} (x-1)+1 = x \quad (x \geq 1) \\ 1-x+1 = -x+2 \ (x < 1) \end{cases}$$

따라서 이 함수의 그래프는 다음 그림과 같다.

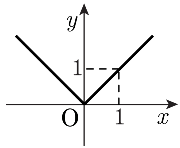


2. 다음 중 함수 $y = x + |x|$의 그래프는?

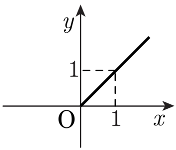
①



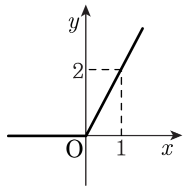
②



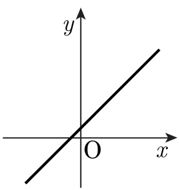
③



④



⑤



해설

$y = x + |x|$ 에서

$x \le 0$ 일 때 $y = x - x = 0$ 이고

$x > 0$ 일 때 $y = x + x = 2x$ 이다.

따라서 주어진 함수의 그래프는 ④와 같다.

3. 함수 $f(x)=||x-2|+1|$에 대하여 $f(-1)-f(3)$의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(-1)=||-1-2|+1|=4$

$f(3)=||3-2|+1|=2$ 이므로

$\therefore\ f(-1)-f(3)=2$

4. 함수 $y = |x-1| - 2$ 의 그래프와 직선 $y = mx + m - 1$ 이 서로 다른 두 점에서 만나도록 m 의 값의 범위를 구하면?

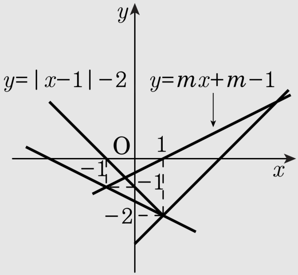
① $-1 < m < 0$　　② $-\frac{1}{2} < m < 1$　　③ $-\frac{1}{4} < m < \frac{1}{2}$

④ $0 < m < 1$　　⑤ $1 < m < 2$

해설

$y = |x-1| - 2$ 의 그래프는 아래 그림과 같이 점 $(1,\ -2)$ 에서 꺾인 그래프이다.

또, 직선 $y = mx + m - 1$ 은 $y = m(x+1) - 1$ 에서 m 의 값에 관계 없이 점 $(-1,\ -1)$ 을 지나는 직선이다.



따라서, 두 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나기위한 조건은 $-\frac{1}{2} < m < 1$

5. 함수 $y = |x-3| - 1$ 에 대하여 $0 \le x \le 4$ 일 때, 이 함수의 최댓값과 최솟값을 차례대로 구하면?

① 2, 1　　② 2, 0　　③ 2, -1

④ 1, -1　　⑤ 1, -2

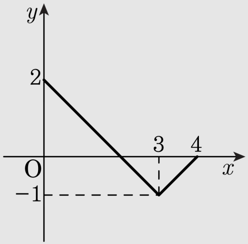
해설

$0 \le x \le 4$ 에서

$y = |x-3| - 1$

$$= \begin{cases} x-4 & (3 \le x \le 4) \\ -x+2 & (0 \le x < 3) \end{cases}$$

따라서, 위 함수의 그래프는 다음 그림과 같으므로



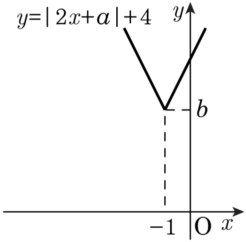
$x = 0$ 일 때

최댓값은 2 이고

$x = 3$ 일 때

최솟값은 -1 이다.

6. 함수 $y = |2x + a| + 4$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 점 $(-1, b)$ 를 지난다. 이때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하면?



① 2　　② 4　　③ 6

④ 8　　⑤ 10

해설

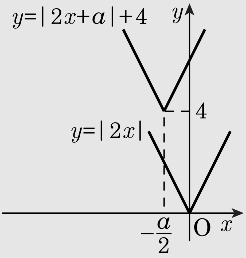
$y = |2x + a| + 4$

$= \left|2\left(x + \frac{a}{2}\right)\right| + 4$

즉, 함수 $y = |2x + a| + 4$ 의 그래프는 함수 $y = |2x|$ 의 그래프를 x 축의 방향으로

$-\frac{a}{2}$ 만큼,

y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 것이다.



이때, 그래프의 꺾인 점의 좌표는 $\left(-\frac{a}{2}, 4\right)$ 이고,

문제에서 $(-1, b)$ 이므로

$-\frac{a}{2} = -1,\ b = 4$

$\therefore\ a = 2,\ b = 4 \qquad \therefore\ ab = 8$

7. 함수 $f(x) = |4x+a|+b$ 는 $x=3$ 일 때, 최솟값 -2 를 가진다. 이때, 상수 a, b 의 값에 대하여 $b-a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

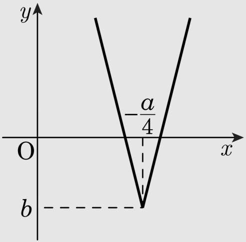
▷ 정답 : 10

해설

$f(x) = |4x+a|+b = \left|4\left(x+\frac{a}{4}\right)\right|+b$ 의 그래프는

$y = |4x|$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 $-\frac{a}{4}$ 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한것이므로 다음 그림과 같다.



따라서 $x = -\frac{a}{4}$ 일 때

최솟값 b 를 가지므로 $-\frac{a}{4} = 3$, $b = -2$

따라서 $a = -12$, $b = -2$ 이므로

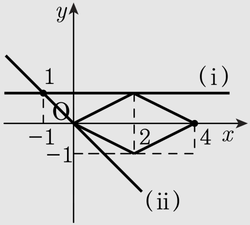
$\therefore b-a = 10$

8. $|x-2|+2|y|=2$ 의 그래프와 직선 $y=mx+m+1$ 이 만나도록 하는 m 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

함수 $|x-2|+2|y|=2$ 의 그래프는
$|x|+2|y|=2$ 의 그래프를
x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것
이다.
이때, $|x|+2|y|=2$ 의 그래프는
$x+2y=2$ 의 그래프에서
$x \geq 0$, $y \geq 0$ 인 부분을
각각 x 축, y 축, 원점에 대하여 대칭이동한
것이고, 이를 x 축의 방향으로 2 만큼
평행이동하면 $|x-2|+2|y|=2$ 의 그래프는
다음 그림과 같다.



직선 $y=mx+m+1$은 m의 값에 관계없이
점 $(-1,\ 1)$을 지나므로 두 그래프가 만나려면
(i) $m \leq 0$
(ii) $y=mx+m+1$ 이 원점을 지날 때
$0=m+1$ 에서 $m=-1$ 이므로 $m \geq -1$
(i), (ii) 에서 m 의 값의 범위는 $-1 \leq m \leq 0$
따라서 m 의 최댓값과 최솟값의 합은 -1 이다.

9. 함수 $2|x|+|y|=4$ 의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

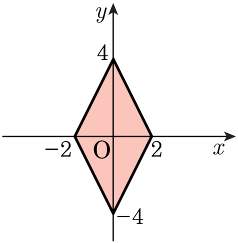
▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$2|x|+|y|=4$ 의 그래프는 $2x+y=4$, 즉 $y=-2x+4$ 의 그래프에서 $x \geq 0,\ y \geq 0$ 인 부분만 남기고, 이 그래프를 x축, y축, 원점에 대하여 각각 대칭시킨 것이므로 다음 그림과 같다.

따라서 구하는 도형의 넓이는 $8 \times 4 \times \frac{1}{2} = 16$



10. 함수 $f(x) = |x-1| + |x-2| + \cdots + |x-2009|$ 은 $x = a$ 에서 최솟값을 가진다. 이때, a 의 값은?

① 1001 ② 1002 ③ 1003 ④ 1004 ⑤ 1005

해설

$f(x) = |x-1| + |x-2| + \cdots + |x-2009|$ 에서 $f(x)$ 가 최솟값을 갖는 경우는

$x = \dfrac{1+2009}{2} = 1005$ 일 때이다.

$\therefore\ a = 1005$