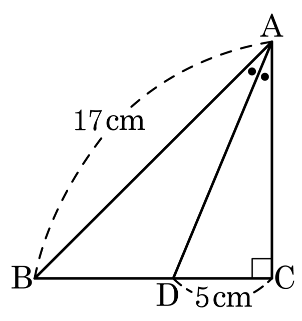
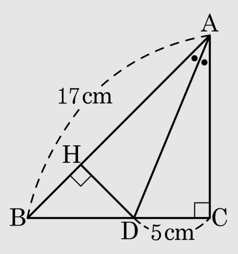
1. 다음 그림에서 $\angle C = 90°$ 이고, $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 하고, $\overline{AB} = 17\text{cm}$, $\overline{DC} = 5\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 의 넓이의 차는?



① $\frac{11}{2}\text{cm}^2$ ② $\frac{25}{2}\text{cm}^2$ ③ $\frac{75}{2}\text{cm}^2$
④ 33cm^2 ⑤ 51cm^2

해설

점 D 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선과의 교점을 H 라 하면, $\triangle AHD \equiv \triangle ACD$(RHA합동)

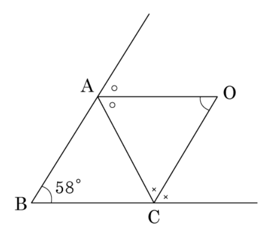


$\triangle BHD$ 는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{DC} = \overline{DH} = \overline{BH} = 5(\text{cm})$

따라서 $\triangle ABD = 17\times5\times\frac{1}{2} = \frac{85}{2}(\text{cm}^2)$ 이고, $\triangle ADC = 5\times12\times\frac{1}{2} = 30(\text{cm}^2)$ 이다.

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 의 넓이의 차는 $\frac{85}{2} - 30 = \frac{25}{2}(\text{cm}^2)$ 이다.

2. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = 58°$ 이고 $\angle A$ 와 $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 O 라 할 때, $\angle AOC$ 의 크기를 구하여라.



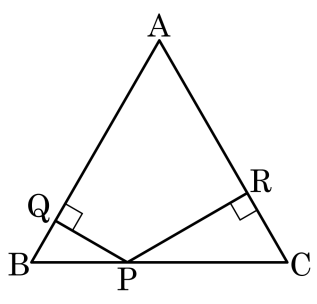
▶ 답 :

▷ 정답 : 61°

해설

$\angle BAC + \angle BCA = 180° - 58° = 122°$
$\angle BAC + \angle BCA + 2\angle OAC + 2\angle ACO = 360°$
$2(\angle OAC + \angle ACO) = 360° - 122° = 238°$
$\angle OAC + \angle ACO = 119°$
$\therefore \angle AOC = 180° - 119° = 61°$

3. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 밑변 BC 위의 한 점 P 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라 한다. $\overline{PQ} = 3\text{cm}$, $\overline{PR} = 5\text{cm}$ 일 때, 점 B 에서 $\overline{AC}$ 에 이르는 거리를 구하여라.

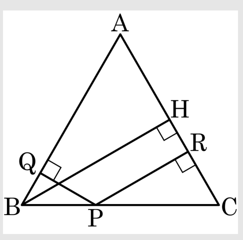


▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 8 cm

해설

점 B 에 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라고 하면,

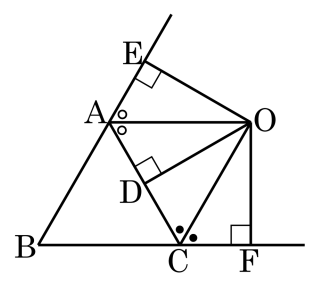


$\triangle PBA + \triangle PCA = \triangle ABC$

$\frac{1}{2} \times \overline{BA} \times 3 + \frac{1}{2} \times \overline{CA} \times 5 = \frac{1}{2} \times \overline{CA} \times \overline{BH}$

$\overline{BH} = 8\,(\text{cm})$

4. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 $\angle A$, $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 O 라 하고, 점 O 에서 각 변의 연장선 위에 내린 수선의 발을 D, E, F 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

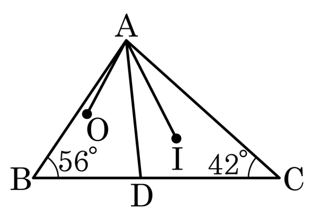


① $\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$
② $\triangle ADO \equiv \triangle CDO$
③ $\triangle AEO \equiv \triangle ADO$
④ $\overline{CD} = \overline{CF}$
⑤ $\overline{AD} = \overline{AE}$

해설

그림에서 $\triangle AEO \equiv \triangle ADO$, $\triangle CFO \equiv \triangle CDO$ (RHA 합동) 이므로
$\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$, $\overline{CD} = \overline{CF}$, $\overline{AD} = \overline{AE}$

5. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABD$ 의 외심이고 점 I 는 $\triangle ADC$ 의 내심이다. $\angle B = 56°$, $\angle C = 42°$ 이고 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 일 때, $\angle OAI$ 의 크기를 구하여라.



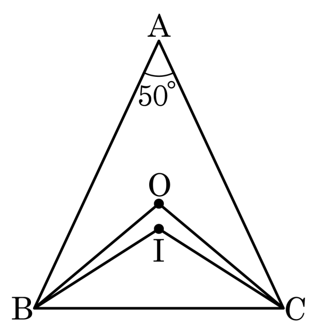
▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 55 °

해설

$\angle OAD = (180° - 56° \times 2) \div 2 = 34°$
$\angle IAD = 42° \div 2 = 21°$
$\therefore \angle OAI = 34° + 21° = 55°$

6. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 50°$ 이고 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. 점 O 는 외심, 점 I 는 내심일 때, $\angle OBI$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad}°$

▷ 정답 : 7.5 $\underline{°}$

해설

$\angle B = (180° - 50°) \div 2 = 65°$

$\angle BOC = 100°$ 이므로

$\angle OBC = (180° - 100°) \div 2 = 40°$

$\angle IBC = 65° \div 2 = 32.5°$

$\therefore \angle OBI = 40° - 32.5° = 7.5°$

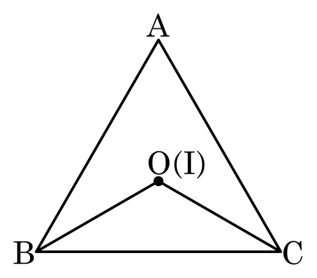
7. 다음 중 삼각형의 내심과 외심에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 내심에서 세 변에 이르는 거리가 같다.
② 외심은 항상 삼각형의 외부에 있다.
③ 내심은 항상 삼각형의 내부에 있다.
④ 이등변삼각형의 외심과 내심은 꼭지각의 이등분선 위에 있다.
⑤ 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같다.

해설

② 삼각형의 외심의 위치는 예각삼각형은 내부, 직각삼각형은 빗변의 중점, 둔각삼각형은 외부에 있다.

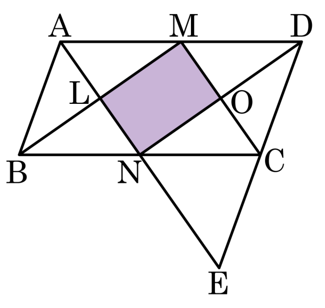
8. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 외심 O 와 내심 I 가 일치할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\angle ABO = \angle BCO$　② $\overline{AB} = \overline{BC}$
③ $\angle BOC = 120°$　④ $\angle A = 2\angle OCB$
⑤ $\angle OBC + \angle BAC = 100°$

해설
$\triangle ABC$ 의 외심 O 와 내심 I 가 일치할 때는 삼각형이 정삼각형인 경우이므로
$\angle BAC = 60°$ 이다.
따라서 $\angle BOC = 2\angle A = 120°$ 이고, $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 30°$ 이다.
⑤ $\angle OBC + \angle BAC = 60° + 30° = 90°$

9. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 변 AD, BC 의 중점을 각각 M, N 이라 하고, 선분 AN 의 연장선과 변 DC 의 연장선이 만나는 점을 E 라 하였다. 삼각형 ADE 의 넓이가 24 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$\angle ANB = \angle ENC$ (맞꼭지각)

$\overline{BN} = \overline{CN}$, $\angle ABN = \angle ECN$ (선분 AB 와 CE 가 평행)

$\therefore\ \triangle ABN \equiv \triangle ECN$ (ASA 합동)

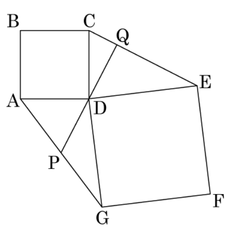
$$\begin{aligned} \triangle ADE &= \square ADCN + \triangle ECN \\ &= \square ADCN + \triangle ABN \\ &= \square ABCD \\ &= 24 \end{aligned}$$

선분 MN 을 그으면 $\overline{MN} \mathbin{/\!/} \overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$ 이므로,

$$\begin{aligned} \square LMON &= \triangle LMN + \triangle OMN \\ &= \frac{1}{4}\square AMND + \frac{1}{4}\square DCNM \\ &= \frac{1}{4} \times \frac{1}{2}\square ABCD + \frac{1}{4} \times \frac{1}{2}\square ABCD \\ &= \frac{1}{4}\square ABCD \\ &= \frac{1}{4} \times 24 \\ &= 6 \end{aligned}$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는 6 이다.

10. 다음 그림에서 사각형 ABCD, DEFG 는 정사각형이고, 선분 AG 의 중점을 P, 선분 PD 의 연장선과 선분 CE 와의 교점을 Q 라 정한다. $\overline{\mathrm{CE}} = 10$, $\triangle\mathrm{DCE} = 40$ 일 때, $\overline{\mathrm{PD}} : \overline{\mathrm{DQ}}$ 의 길이의 비를 구하여라.

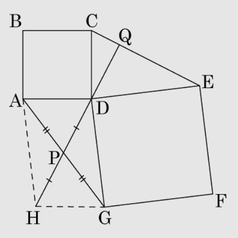


▶ 답 :

▷ 정답 : $5 : 8$

해설

다음 그림과 같이 선분 DP를 연장하여 $\overline{\mathrm{DP}} = \overline{\mathrm{PH}}$ 가 되는 점 H 를 잡고 $\square\mathrm{ADGH}$ 를 만들면 $\square\mathrm{ADGH}$ 는 평행사변형이다.



$\triangle\mathrm{DCE}$ 와 $\triangle\mathrm{GHD}$ 에서

$\overline{\mathrm{DC}} = \overline{\mathrm{DA}} = \overline{\mathrm{GH}}$, $\overline{\mathrm{DE}} = \overline{\mathrm{GD}}$,

$$\begin{aligned}\angle\mathrm{CDE} &= 180° - \angle\mathrm{ADH} - \angle\mathrm{GDH} \\ &= 180° - \angle\mathrm{GHD} - \angle\mathrm{GDH} \\ &= \angle\mathrm{HGD}\end{aligned}$$

$\therefore\ \triangle\mathrm{DCE} \equiv \triangle\mathrm{GHD}$

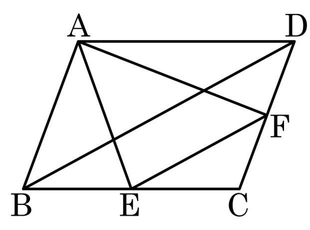
$\therefore\ \overline{\mathrm{PD}} = \dfrac{1}{2}\overline{\mathrm{HD}} = \dfrac{1}{2}\overline{\mathrm{CE}} = 5$

$$\begin{aligned}\angle\mathrm{DQE} &= \angle\mathrm{DCQ} + \angle\mathrm{CDQ} \\ &= \angle\mathrm{GHD} + \angle\mathrm{CDQ} \\ &= \angle\mathrm{ADH} + \angle\mathrm{CDQ} \\ &= 180° - \angle\mathrm{ADC} \\ &= 180° - 90° \\ &= 90°\end{aligned}$$

$\triangle\mathrm{DCE} = \dfrac{1}{2} \times 10 \times \overline{\mathrm{DQ}} = 40 \qquad \therefore\ \overline{\mathrm{DQ}} = 8$

따라서 $\overline{\mathrm{PD}} : \overline{\mathrm{DQ}} = 5 : 8$ 이다.

11. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{EF} // \overline{BD}$ 이다. $\triangle ABE = 15\,\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle AFD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: ________ cm^2

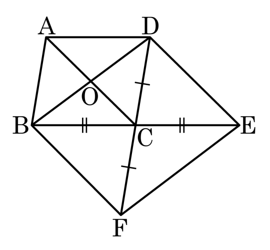
▷ 정답: 15 cm^2

해설

$\overline{DE}$ 와 $\overline{BF}$ 를 그으면

$\triangle ABE = \triangle DBE = \triangle DBF = \triangle DAF$

12. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC} = \overline{FC}$, $\overline{EC} = \overline{DC}$ 이다. $\triangle ABO$ 의 넓이가 $16 cm^2$ 일 때, $\triangle CFE$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad cm^2}$

▷ 정답 : $32\,\underline{cm^2}$

해설

□ABCD 는 평행사변형이므로

$\triangle ABO = \frac{1}{4}\square ABCD$ 이다.

$\triangle CFE \equiv \triangle CBD$ (SAS 합동) 이므로

$$\begin{aligned}\triangle CFE &= \triangle CBD = 2\triangle ABO \\ &= 2 \times 16 = 32\ (cm^2)\end{aligned}$$

13. 사다리꼴, 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형의 관계를 나타낸 것 중 옳지 않은 것은?

① 정사각형은 마름모이며 사다리꼴이다.

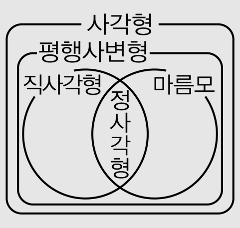
② 정사각형은 직사각형이며 평행사변형이다.

③ 정사각형은 평행사변형이며 사다리꼴이다.

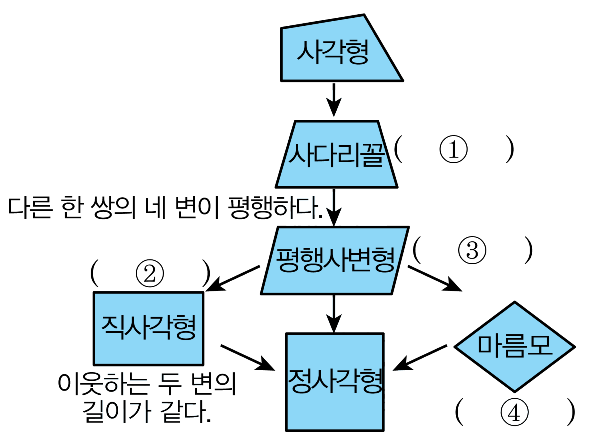
④ 마름모는 평행사변형이며 사다리꼴이다.

⑤ 직사각형은 마름모이며 평행사변형이다.

해설



14. 다음 괄호 안에 들어갈 알맞은 서술을 보기에서 골라 그 기호를 차례대로 써 넣어라.(단, 같은 기호가 중복해서 나올 수 있다.)



보기

㉠ 한 쌍의 대변이 평행하다.
㉡ 네 각이 같다.
㉢ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉡

해설

여러 가지 사각형의 관계
1. 평행사변형은 다음의 각 경우에 직사각형이 된다.
(1) 한 내각의 크기가 90° 일 때
(2) 두 대각선의 길이가 같을 때
2. 평행사변형은 다음의 각 경우에 마름모가 된다.
(1) 이웃하는 두 변의 길이가 같을 때
(2) 두 대각선이 서로 수직으로 만날 때
(3) 대각선이 한 내각을 이등분 할 때

15. 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형의 관계를 나타낸 것 중 옳은 것은?

① 평행사변형은 직사각형이다.

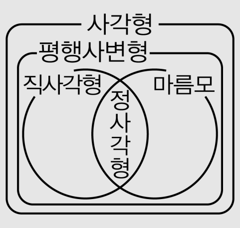
② 평행사변형은 직사각형 또는 마름모이다.

③ 정사각형은 직사각형이면서 마름모이다.

④ 마름모는 평행사변형이면서 직사각형이다.

⑤ 마름모는 직사각형이면서 정사각형이다.

해설



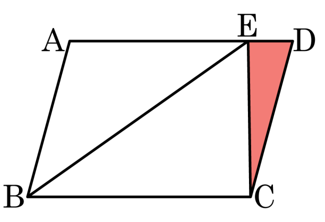
16. 다음 사각형 중 평행사변형이 아닌 것은?(정답 2개)

① 정사각형 ② 직사각형 ③ 마름모
④ 사다리꼴 ⑤ 등변사다리꼴

해설

두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형을 평행사변형이라 한다.
따라서 ④, ⑤는 평행사변형이라 할 수 없다.

17. 다음 그림과 같이 넓이가 100cm^2 인 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\text{AD}}$ 위의 점 E 에 대하여 $\overline{\text{AE}} : \overline{\text{DE}} = 4 : 1$ 일 때 $\triangle\text{ECD}$ 의 넓이를 구하여라.



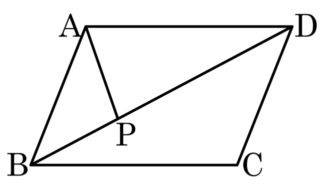
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 10 cm^2

해설

$\triangle\text{ABE}$, $\triangle\text{ECD}$, $\triangle\text{EBC}$ 의 높이는 모두 같다.
$\overline{\text{AE}} + \overline{\text{ED}} = \overline{\text{BC}}$ 이므로, $\triangle\text{ABE} + \triangle\text{ECD} = \triangle\text{EBC}$ 이다.
따라서 $\triangle\text{ABE} + \triangle\text{ECD} = 50\text{cm}^2$ 이다.
$\triangle\text{ECD} : \triangle\text{ABE} = 1 : 4 = 10\text{cm}^2 : 40\text{cm}^2$
$\therefore \triangle\text{ECD} = 10\text{cm}^2$

18. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BP}} : \overline{\mathrm{DP}} = 1 : 2$ 이다. $\square\mathrm{ABCD} = 24\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle\mathrm{APD}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm^2

▷ 정답: 8 cm^2

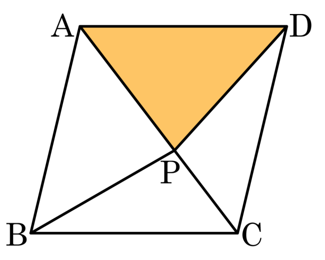
해설

$\triangle\mathrm{ABD} = \dfrac{24}{2} = 12(\mathrm{cm}^2)$

$\triangle\mathrm{ABP}$, $\triangle\mathrm{APD}$ 는 높이가 같고, $\triangle\mathrm{ABP} : \triangle\mathrm{APD} = 1 : 2$ 이다.

따라서 $\triangle\mathrm{APD} = 8\mathrm{cm}^2$ 이다.

19. 다음 그림의 평행사변형 ABCD에서 대각선 $\overline{AC}$ 위의 점 P에 $\overline{AP}$: $\overline{PC} = 3 : 2$이고, $\square ABCD = 100\text{cm}^2$일 때, $\triangle PAD$의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

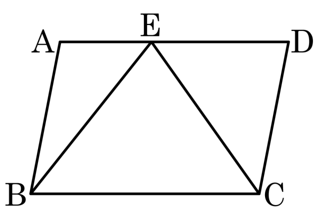
해설

$\triangle APD + \triangle PCD = 50(\text{cm}^2)$

$\overline{AP} : \overline{PC} = 3 : 2$이므로

$\triangle PAD = 50 \times \dfrac{3}{5} = 30(\text{cm}^2)$

20. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AE} : \overline{DE} = 2 : 3$ 이고 $\triangle ABE = 10\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle EBC$ 의 넓이는?



① 10cm^2　② 12cm^2　③ 15cm^2
④ 20cm^2　⑤ 25cm^2

해설

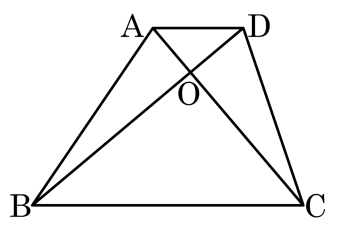
$\triangle ABE + \triangle DCE = \frac{1}{2}\square ABCD$

$\triangle ABE : \triangle DCE = 2 : 3$

$\triangle DCE = 15(\text{cm}^2)$

$\therefore\ \triangle EBC = \frac{1}{2}\square ABCD = 25(\text{cm}^2)$

21. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴에서 $\overline{OA} : \overline{OC} = 1 : 3$ 이다. $\square ABCD = 64\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABO$ 의 넓이를 구하여라.



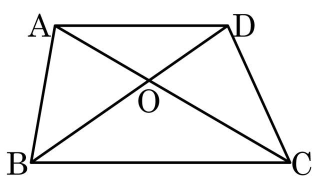
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $12\,\text{cm}^2$

해설

$\square ABCD = \triangle AOD + \triangle DOC + \triangle OBC + \triangle ABO$ 이다.
$\triangle AOD$ 의 넓이를 a 라고 하면, $1 : 3 = a : \triangle DOC$, $\triangle DOC = 3a$
$\triangle DOC = \triangle ABO = 3a$, $1 : 3 = 3a : \triangle BOC$, $\triangle BOC = 9a$
$\square ABCD = a + 3a + 3a + 9a = 16a = 64\text{cm}^2$, $a = 4\text{cm}^2$
$\therefore\ \triangle ABO = 3a = 12\text{cm}^2$.

22. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{OA} : \overline{OC} = 2 : 3$ 이다. $\triangle AOD = 10\text{cm}^2$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $\dfrac{125}{2}$ $\underline{\text{cm}^2}$

해설

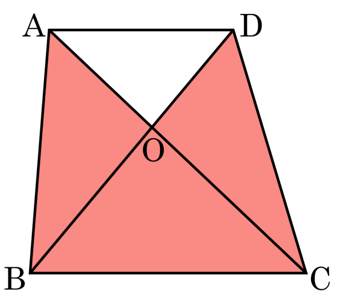
$\triangle AOD$, $\triangle DOC$ 는 높이가 같다. $2 : 3 = 10\text{cm}^2 : \triangle DOC$, $\triangle DOC = 15\text{cm}^2$

$\triangle ABD = \triangle ACD$ 이므로 $\triangle ABO = \triangle DOC = 15\text{cm}^2$

$\triangle ABO$, $\triangle BCO$ 는 높이가 같다. $2 : 3 = 15\text{cm}^2 : \triangle OBC$, $\triangle OBC = \dfrac{45}{2}\text{cm}^2$

$\square ABCD = \triangle AOD + \triangle DOC + \triangle OBC + \triangle ABO = 10 + 15 + 15 + \dfrac{45}{2} = \dfrac{125}{2}(\text{cm}^2)$

23. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 $\triangle ABD$ 의 넓이가 90 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라. (단, $3\overline{DO} = 2\overline{BO}$)



▶ 답 :

▷ 정답 : 189

해설

$\triangle AOD : \triangle AOB = 2 : 3$ 이므로

$\triangle AOB = \frac{3}{5} \times \triangle ABD = 54$

이때 $\triangle ABD = \triangle ACD$ 이므로

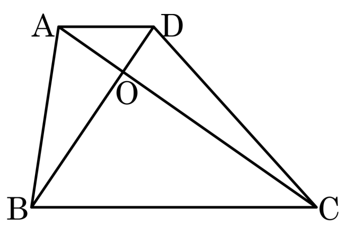
$\triangle AOB = \triangle COD = 54$

또, $\triangle COD : \triangle BCO = 2 : 3$ 이므로

$54 : \triangle BCO = 2 : 3 \quad \therefore \triangle BCO = 81$

(색칠한부분의 넓이) $= 54 + 54 + 81 = 189$

24. 다음 그림에서 사다리꼴 ABCD 는 $\overline{\mathrm{AD}} // \overline{\mathrm{BC}}$, 이고 $\overline{\mathrm{OC}} = 3\overline{\mathrm{AO}}$ 이다. $\triangle\mathrm{AOB} = 9\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle\mathrm{ACD}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $12\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{\mathrm{AD}} // \overline{\mathrm{BC}}$, $\triangle\, ABO = \triangle\mathrm{DOC} = 9\mathrm{cm}^2$

$\triangle\mathrm{AOD}$, $\triangle\mathrm{DOC}$ 는 높이가 같다.

$\triangle\mathrm{DOC} : \triangle\mathrm{AOD} = 3 : 1 = 9\mathrm{cm}^2 : \triangle\mathrm{AOD}$ $\quad\therefore\ \triangle\mathrm{AOD} = 3\mathrm{cm}^2$

$\therefore\ \triangle\mathrm{ACD} = \triangle\mathrm{AOD} + \triangle\mathrm{DOC} = 9 + 3 = 12\mathrm{cm}^2$