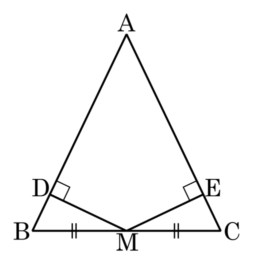
1. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하자. 점 M 에서 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\overline{MD} = \overline{ME}$ 임을 나타내는 과정에서 필요한 조건이 아닌 것은?



① $\overline{BM} = \overline{CM}$

② $\angle B = \angle C$

③ $\overline{BD} = \overline{CE}$

④ $\angle BDM = \angle CEM$

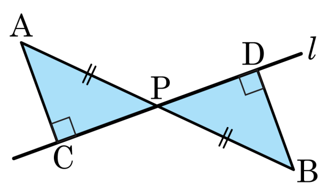
⑤ RHA 합동

해설

$\triangle BMD$ 와 $\triangle CME$ 에서 $\angle B = \angle C$, $\angle BDM = \angle CEM = 90°$, $\overline{BM} = \overline{MC}$

$\therefore \triangle BMD \equiv \triangle CME$ (RHA 합동)

2. 다음 그림과 같이 선분 AB의 양 끝점 A, B에서 $\overline{AB}$의 중점 P를 지나는 직선 l에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자. 다음은 $\triangle ACP$와 $\triangle BDP$가 합동임을 나타내는 과정이다. $\boxed{}$안에 알맞은 것을 차례대로 써넣어라.



$\triangle ACP$와 $\triangle BDP$에서
$\angle ACP = \boxed{} = 90°$, $\overline{AP} = \boxed{}$
$\angle APC = \boxed{}$
$\therefore \triangle ACP \equiv \triangle BDP(\boxed{}$합동)

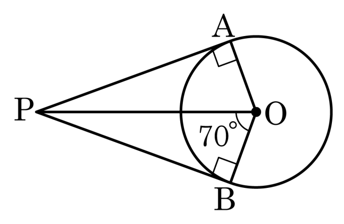
▶ 답 :

▷ 정답 : $\angle BDP$, $\overline{BP}$, $\angle BPD$, RHA

해설

$\triangle ACP$와 $\triangle BDP$에서
$\angle ACP = \angle BDP = 90°$, $\overline{AP} = \overline{BP}$
$\angle APC = \angle BPD$
$\therefore \triangle ACP \equiv \triangle BDP$(RHA 합동)

3. 다음 그림에서 $\angle APB$ 의 크기는 ?

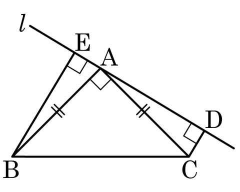


① $20°$ ② $40°$ ③ $80°$ ④ $90°$ ⑤ $140°$

해설

$\triangle PAO \equiv \triangle PBO$ (RHA 합동) 이므로
$\angle POA = 70°$
$\therefore\ \angle APB = 40°$

4. 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC 의 직각인 꼭짓점 A 를 지나는 직선 l 에 점 B, C 에서 각각 내린 수선의 발을 E, D 라 하자. $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고, $\overline{BE} = 4$, $\overline{CD} = 1$ 일 때, $\overline{ED}$ 를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$\triangle$BAE 와 $\triangle$ACD 에서

$\overline{AB} = \overline{AC} \cdots$ ㉠

$\angle AEB = \angle ADC = 90° \cdots$ ㉡

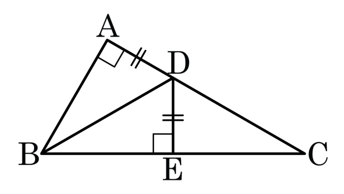
$\angle EAB + \angle CAD = 90°$ 이므로

$\angle EAB = \angle ACD \cdots$ ㉢

따라서 ㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle BAE \equiv \triangle ACD$

$\overline{BE} = \overline{AD} = 4$, $\overline{CD} = \overline{AE} = 1$ 이 성립하므로 $\overline{ED} = 5$

5. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형의 변 $\overline{AC}$ 위의 한 점 D 에서 변 $\overline{BC}$ 에 수선을 그어 그 교점을 E 라 할 때, $\overline{AD} = \overline{ED}$ 이면, $\overline{BD}$ 는 $\angle B$ 의 이등분선임을 증명할 때, 이용되는 합동 조건은?



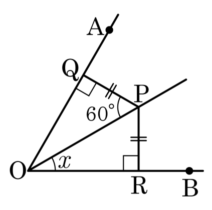
① SSS 합동 ② SAS 합동 ③ ASA 합동
④ RHA 합동 ⑤ RHS 합동

해설

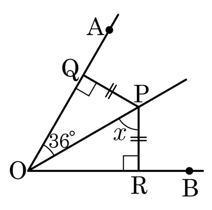
$\angle A = \angle E = 90°$
$\overline{AD} = \overline{ED}$
$\overline{BD}$ 는 공통
$\triangle ABD \equiv \triangle EBD$ (RHS 합동)
$\therefore \angle ABD = \angle DBE$

6. 다음 그림에서 $\overline{OA} \perp \overline{PQ}, \overline{OB} \perp \overline{PR}$이고 $\overline{PQ} = \overline{PR}$일 때, $\angle x$의 값을 구하여라.

(1)



(2)



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $30°$

▷ 정답 : (2) $54°$

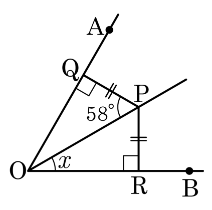
해설

(1) $\triangle QOP \equiv \triangle ROP$(RHS 합동) 이므로 $\angle x = \angle QOP = 180° - (90° + 60°) = 30°$

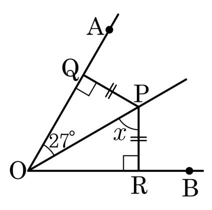
(2) $\triangle QOP \equiv \triangle ROP$(RHS 합동) 이므로 $\angle x = \angle QPO = 180° - (90° + 36°) = 54°$

7. 다음 그림에서 $\overline{OA} \perp \overline{PQ}$, $\overline{OB} \perp \overline{PR}$이고 $\overline{PQ} = \overline{PR}$일 때, $\angle x$의 값을 구하여라.

(1)



(2)



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) $32°$

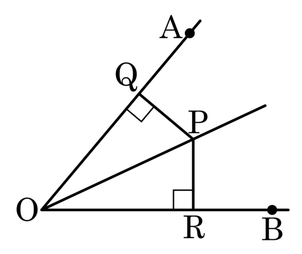
▷ 정답 : (2) $63°$

해설

(1) $\triangle QOP \equiv \triangle ROP$(RHS 합동) 이므로 $\angle x = \angle QOP = 180° - (90° + 58°) = 32°$

(2) $\triangle QOP \equiv \triangle ROP$(RHS 합동) 이므로 $\angle x = \angle QPO = 180° - (90° + 27°) = 63°$

8. 다음 그림과 같이 $\angle AOB$ 의 내부의 한 점 P 에서 각 변에 수선을 그어 그 교점을 Q, R 이라 하자. $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이라면, $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선임을 증명하는 과정에서 $\triangle QOP \equiv \triangle ROP$ 임을 보이게 된다. 이 때 사용되는 삼각형의 합동 조건은?



① 두 변과 그 사이 끼인각이 같다.

② 한 변과 그 양 끝 각이 같다.

③ 세 변의 길이가 같다.

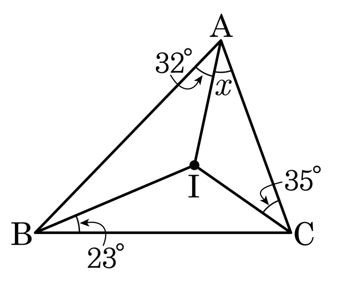
④ 직각삼각형의 빗변과 한 변의 길이가 각각 같다.

⑤ 직각삼각형의 빗변과 한 예각의 크기가 각각 같다.

해설

$\overline{OP}$ 는 공통이고 $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이므로, 빗변과 다른 한 변의 길이가 같은 RHS 합동이다.

9. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때 $\angle x = (\quad\quad)^\circ$ 이다. $(\quad\quad)$ 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.



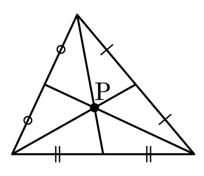
▶ 답 :

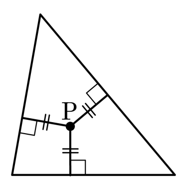
▷ 정답 : 32

해설

삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이 삼각형의 내심이다. 따라서 $\angle BAI = \angle CAI = 32^\circ$이다.

10. 다음 그림에서 점 P가 내심이면 '○'표, 내심이 아니면 '×'표 하여라.

(1) 

(2) 

▶ 답 :

▶ 답 :

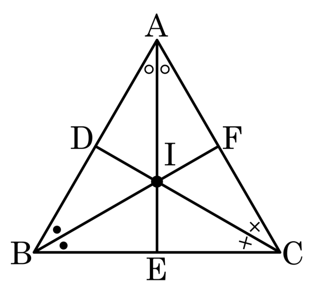
▷ 정답 : (1) ×

▷ 정답 : (2) ○

해설

(1) 외심도 내심도 아니다.
(2) 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같다.

11. 다음은 삼각형의 세 내각의 이등분선이 한 점에서 만남을 증명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 알맞은 말을 써넣어라.



증명 : $\triangle ABC$에서 $\angle B$와 $\angle C$의 이등분선의 교점을 I라 하고, 점 I에서 내린 수선의 발을 각각 D, E, F라 하자. 점 I가 $\angle B$와 $\angle C$의 이등분선 위에 있으므로 $\overline{ID} = \boxed{}$, $\overline{ID} = \overline{IF}$

$\therefore\ \overline{IE} = \overline{IF}$

$\triangle ADI$와 $\triangle AFI$에서 $\angle ADI = \angle AFI = 90°$, $\overline{AI}$는 공통 변, $\overline{ID} = \overline{IF}$이므로

$\triangle ADI \equiv \triangle AFI$(RHS 합동)이다.

대응각 $\angle DAI = \boxed{}$이므로 $\overline{AI}$는 $\angle A$의 이등분선이다.

따라서 세 내각의 $\boxed{}$은 한 점에서 만난다.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\overline{IE}$, $\angle FAI$, 이등분선

해설

증명 : $\triangle ABC$에서 $\angle B$와 $\angle C$의 이등분선의 교점을 I라 하고, 점 I에서 내린 수선의 발을 각각 D, E, F라 하자. 점 I가 $\angle B$와 $\angle C$의 이등분선 위에 있으므로 $\overline{ID} = \overline{IE}$, $\overline{ID} = \overline{IF}$

$\therefore\ \overline{IE} = \overline{IF}$

$\triangle ADI$와 $\triangle AFI$에서 $\angle ADI = \angle AFI = 90°$, $\overline{AI}$는 공통 변, $\overline{ID} = \overline{IF}$이므로

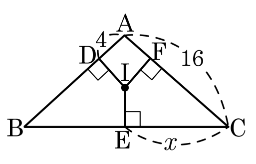
$\triangle ADI \equiv \triangle AFI$(RHS 합동)이다.

대응각 $\angle DAI = \angle FAI$이므로 $\overline{AI}$는 $\angle A$의 이등분선이다.

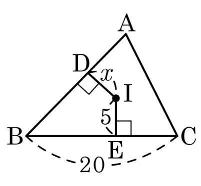
따라서 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

12. 다음 그림에서 점 I가 내심일 때, x의 값을 구하여라.

(1)



(2)



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) 12

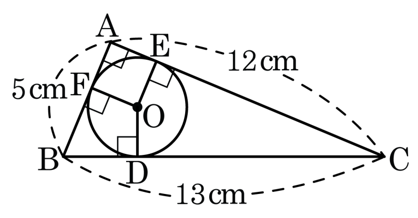
▷ 정답 : (2) 5

해설

(1) $\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{CF} = \overline{CE}$이므로 $x = 16 - 4 = 12$

(2) 삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같으므로 $x = 5$ 이다.

13. 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 내접원의 넓이는?

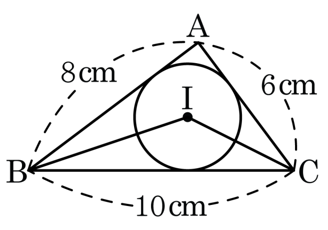


① $2\pi\,\mathrm{cm}^2$ ② $4\pi\,\mathrm{cm}^2$ ③ $9\pi\,\mathrm{cm}^2$
④ $16\pi\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $25\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

내접원의 반지름의 길이를 $x\,\mathrm{cm}$ 라 하면,
$\overline{AF} = \overline{AE} = x$, $\overline{BF} = \overline{BD} = 5 - x$,
$\overline{CE} = \overline{CD} = 12 - x$ 이므로
$(5 - x) + (12 - x) = 13$
$\therefore x = 2$
따라서 내접원의 넓이는 $4\pi\,\mathrm{cm}^2$

14. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 I 가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\triangle IBC$ 의 넓이를 구하여라.

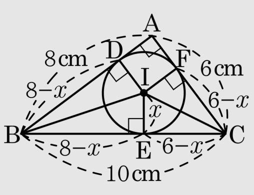


▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답 : 10 $\underline{\text{cm}^2}$

해설

다음 그림과 같이 I 에서 각 변에 이르는 수선을 긋고 각각 만나는 점을 D, E, F 라 하자.

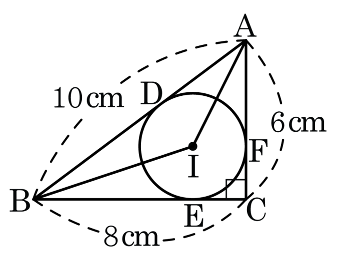


내심에서 각 변에 이르는 거리를 x 라 할 때, 각 변의 길이는 그림과 같다.

$\overline{BC} = 8 - x + 6 - x = 10$ 이므로 $x = 2\text{cm}$

$\triangle IBC$ 의 넓이는 $\dfrac{1}{2} \times 10 \times 2 = 10(\text{cm}^2)$ 이다.

15. 다음 그림에서 $\triangle\mathrm{ABC}$ 는 세 변의 길이가 각각 6cm, 8cm, 10cm 인 직각삼각형이고, 점 I 는 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 내심일 때, $\triangle\mathrm{IAB}$ 의 넓이는?



① $4\mathrm{cm}^2$　② $6\mathrm{cm}^2$　③ $8\mathrm{cm}^2$

④ $10\mathrm{cm}^2$　⑤ $12\mathrm{cm}^2$

해설

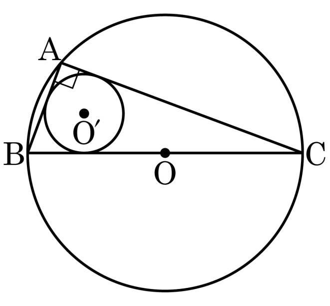
내접원의 반지름을 r이라 할 때

$$\begin{aligned}(\triangle\mathrm{ABC}\text{의 넓이}) &= \frac{1}{2}\times 8\times 6\\ &= \frac{1}{2}\times r\times(10+8+6)\\ &= 24\end{aligned}$$

$\therefore\ r = 2\,\mathrm{cm}$

$(\triangle\mathrm{IAB}\text{ 의 넓이}) = \frac{1}{2}\times 2\times 10 = 10(\mathrm{cm}^2)$

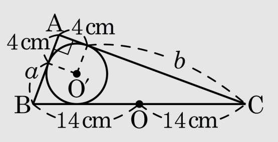
16. 다음 그림에서 원 O, O′ 는 각각 △ABC 의 외접원, 내접원이다. 원 O, O′ 의 반지름의 길이가 각각 14cm, 4cm 일 때, △ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ____ cm^2

▷ 정답 : 128 cm^2

해설



$\triangle \mathrm{ABC} = \frac{1}{2} \times (a+4) \times 4 + \frac{1}{2} \times (b+4) \times 4 + \frac{1}{2} \times 28 \times 4$

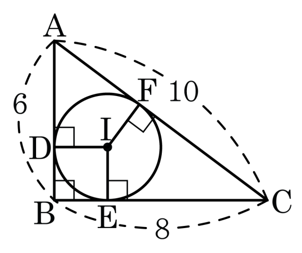
$= 2a + 8 + 2b + 8 + 56$

$= 2(a+b) + 72$

$= 2 \times 28 + 72$

$= 128(\mathrm{cm}^2)$

17. 다음 그림에서 원 I 는 직각삼각형 ABC 의 내접원이고, 점 D, E, F 는 각각 접점이다. 이 때, 내접원 I 의 반지름의 길이는? (단, $\overline{\mathrm{AB}} = 6$, $\overline{\mathrm{BC}} = 8$, $\overline{\mathrm{AC}} = 10$)



① 1　② 1.5　③ 2　④ 2.5　⑤ 3

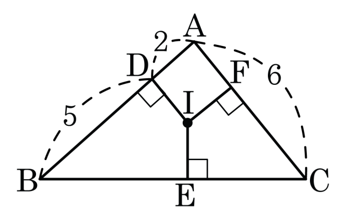
해설

내접원의 반지름의 길이를 r이라 하면

$\triangle\mathrm{ABI} + \triangle\mathrm{BCI} + \triangle\mathrm{ACI} = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$,

$\frac{1}{2} \times (6+8+10) \times r = 24 \therefore r = 2$

18. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\overline{BC}$의 길이는?

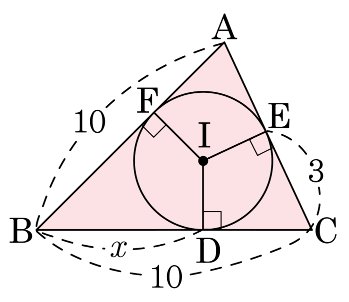


① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$\overline{AD} = \overline{AF} = 2$이고, $\overline{BD} = \overline{BE} = 5$이다.
$\overline{CE} = \overline{AC} - \overline{AF} = 6 - 2 = 4$이므로
$\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 9$

19. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이다. x 의 값을 구하여라.



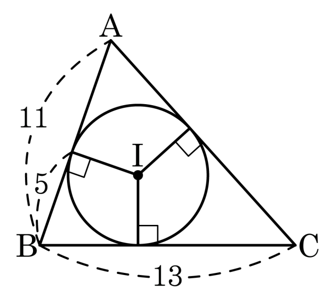
▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

점 I가 $\triangle$ABC의 내심이므로 $\overline{\mathrm{CE}} = \overline{\mathrm{CD}} = 3$이다.
$\overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{BD}} + \overline{\mathrm{CD}} = x + 3 = 10$
$\therefore x = \overline{\mathrm{BD}} = 7$

20. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\overline{AC}$ 의 길이는?



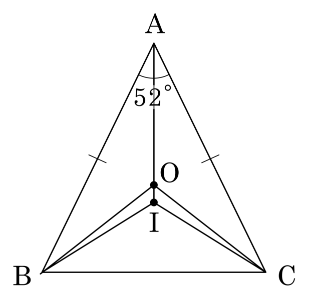
▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$\overline{AC} = (11-5)+(13-5) = 14$

21. 다음 그림과 같은 이등변삼각형 ABC에서 외심을 O, 내심을 I라 할 때, $\angle OBI$의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $6°$

해설

점 I가 내심이므로 $\angle OAB = \frac{1}{2} \times 52° = 26°$

또한, 점 O가 외심이므로 $\angle OAB = \angle OBA = 26°$

이등변삼각형이므로

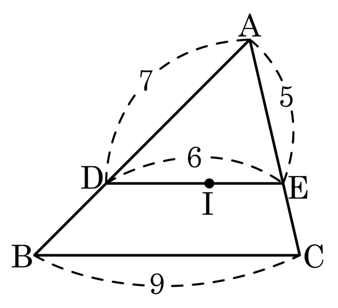
$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2} \times (180° - 52°) = 64°$

점 I가 내심이므로

$\angle IBA = \angle IBC = \frac{1}{2} \times \angle ABC = \frac{1}{2} \times 64° = 32°$

$\therefore \ \angle OBI = 32° - 26° = 6°$

22. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 내심이다. $\overline{\mathrm{DE}}//\overline{\mathrm{BC}}$ 이고 $\overline{\mathrm{AD}}=7$, $\overline{\mathrm{AE}}=5$, $\overline{\mathrm{DE}}=6$, $\overline{\mathrm{BC}}=9$ 일 때, $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



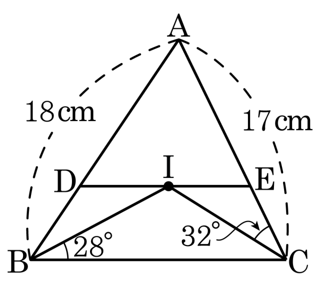
▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

점 I가 삼각형의 내심이고 $\overline{\mathrm{DE}}//\overline{\mathrm{BC}}$ 일 때,
$\overline{\mathrm{DE}}=\overline{\mathrm{DI}}+\overline{\mathrm{EI}}=\overline{\mathrm{DB}}+\overline{\mathrm{EC}}$ 이다.
따라서 $\overline{\mathrm{DB}}+\overline{\mathrm{EC}}=6$ 이므로 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 둘레의 길이는 $7+5+6+9=27$ 이다.

23. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는 35cm 이다.

② $\overline{DI} = \overline{DB}$

③ $\angle A = 60°$

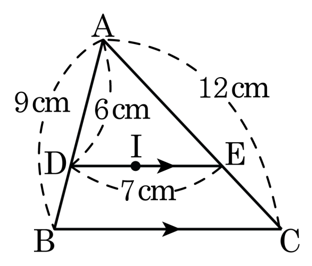
④ $\overline{DB} = \overline{EC}$

⑤ $\angle EIC = 32°$

해설

$\triangle DBI$ 와 $\triangle EIC$ 는 이등변삼각형이다.
④ $\overline{DB} = \overline{DI}$, $\overline{EC} = \overline{EI}$

24. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 라고 할 때, $\overline{AE} = (\quad)$cm이다. 빈 칸에 들어갈 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

점 I 가 내심이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때,
($\triangle ADE$ 의 둘레의 길이) $= \overline{AB} + \overline{AC}$
$\overline{AB} + \overline{AC} = 9 + 12 = 21(\text{cm})$
($\triangle ADE$ 의 둘레의 길이) $= \overline{AD} + \overline{AE} + \overline{DE} = 6 + \overline{AE} + 7 = 21(\text{cm})$ 이다.
따라서 $\overline{AE} = 8\text{cm}$ 이다.