

1. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에서 홀수는 반드시 포함하고, 4의 배수는 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 8 개

▷ 정답 : 8 개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 이므로
 $2^{(홀수, 4의 배수를 뺀 원소의 개수)} = 2^{10-5-2} = 2^3 = 8$ (개)

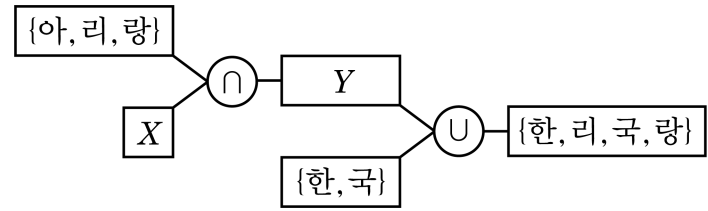
3. $A = \{a, b, c, d\}$ 에 대하여 $X \subset A$ 이고 $\{a, b\} \cup X = \{a, b, d\}$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

① 0개 ② 2개 ③ 4개 ④ 8개 ⑤ 16개

해설

조건을 만족하는 집합 X 는 A 의 부분집합 중에서 d 를 반드시 포함하고 c 는 포함하지 않는 것이다. 따라서 X 는 $\{d\}$, $\{a, d\}$, $\{b, d\}$, $\{a, b, d\}$ 의 4개이다.

4. 두 집합 X, Y 의 교집합과 합집합을 다음 그림과 같이 나타내기로 한다. 이때, 만족하는 집합 Y 를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : {리, 랑}

해설

$Y \cup \{\text{한, 국}\} = \{\text{한, 리, 국, 랑}\}$ 이므로 $\{\text{리, 랑}\} \subset Y \subset \{\text{한, 리, 국, 랑}\}$ 이다.
또, $\{\text{아, 리, 랑}\} \cap X = Y$ 이므로 $Y \subset \{\text{아, 리, 랑}\}$ 이다.
따라서 $Y = \{\text{리, 랑}\}$ 이다.

5. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 두 부분집합 A, B 에 대하여 $B^c \subset A^c$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

- ① $A \cap B = \emptyset$

② $A \cup B = A$

③ $A \subset B$
- ④ $A - B = \emptyset$

⑤ $B \cap A^c = \emptyset$

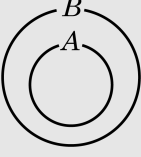
해설

두 집합 A, B 에 대하여 $B^c \subset A^c$ 이면 $A \subset B$ 이고, 다음 벤 다이어그램과 같은 포함관계를 만족한다.

① $A \cap B = A$

② $A \cup B = B$

⑤ $B \cap A^c \neq \emptyset$



6. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{a\}, B - A = \{c\}, A^c \cap B^c = \{b, e\}$ 일 때, $A \cap B$ 는?

① $\{b\}$

② $\{d\}$

③ $\{b, d\}$

④ $\{b, c, d\}$

⑤ $\{d, e\}$

해설

$A - B = \{a\}, B - A = \{c\}, A^c \cap B^c = \{b, e\}$ 이므로 $A \cap B = \{d\}$ 이다.

7. 전체집합 $U = \{2x \mid x \text{는 } 9 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A^c \cap B^c = \{2, 18\}$, $A - B = \{4, 8, 12, 14\}$, $A \cap B = \{10\}$ 일 때, $B - A$ 는?
- ① {6, 16} ② {6, 10, 16}
- ③ {2, 6, 18} ④ {2, 6, 16, 18}
- ⑤ {2, 6, 10, 16, 18}

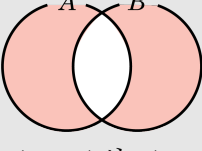
8. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, \dots, 50\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $(A - B) \cup (B - A)$ 의 원소의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 25 개

해설

$(A - B) \cup (B - A)$ 을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같으므로



$n(A - B)$ 와 $n(B - A)$ 를 각각 구하여 더하면 된다.

$A \cap B$ 는 6의 배수의 집합이므로

$$n(A) = 25, n(B) = 16, n(A \cap B) = 8$$

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

$$= 25 - 8 = 17$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B)$$

$$= 16 - 8 = 8$$

$$\therefore n((A - B) \cup (B - A)) = n(A - B) + n(B - A)$$

$$= 17 + 8 = 25$$

9. 명제 ‘모든 학생들은 수학을 좋아한다.’의 부정으로 옳은 것은?

- ① 모든 학생들은 수학을 좋아하지 않는다.
- ② 모든 학생들은 영어를 좋아한다.
- ③ 어떤 학생들은 수학을 좋아한다.
- ④ 어떤 학생들은 수학을 좋아하지 않는다.
- ⑤ 어떤 학생들은 영어를 좋아한다.

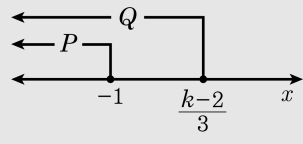
해설

‘모든’의 부정은 ‘어떤’이므로 주어진 명제의 부정은 ‘어떤 학생들은 수학을 좋아하지 않는다.’이다.

10. 명제 ‘ $x \leq -1$ 이면 $3x + 2 \leq k$ 이다.’가 참일 때, 다음 중 상수 k 의 값으로 옳은 것은?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설



$p : x \leq -1$, $q : 3x + 2 \leq k$ 라 하고, 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이므로 $P \subset Q$ 이다.

$$-1 \leq \frac{k-2}{3}, \quad -3 \leq k-2$$

$$\therefore k \geq -1$$

11. 자연수 n 에 대하여 n^2 이 짝수이면 n 도 짝수임을 증명하는 과정이다.
(1), (2), (3)에 알맞은 것을 차례로 쓰면?

[증명]
주어진 명제의 (1)을 (를) 구하여 보면
(1) : ‘ n 이 홀수이면 n^2 도 홀수이다.’
이 때, n 이 홀수이므로 n 을 다음과 같이 나타낼 수 있다.
 $n = (2)k$ (k 는 0 또는 자연수)
이 때, n^2 의 값을 구하면
 $n^2 = (2)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 2(2k^2 + 2k) + 1$
여기서 $2(k^2 + 2k)$ 는 (3)이므로 n^2 은 홀수이다.
따라서 (1)가 (이) 참이므로 주어진 명제도는 참이다.

- ① 역, $2k + 1, 0$ 또는 짝수 ② 이, $2k - 1$, 홀수
- ③ 대우, $2k + 1, 0$ 또는 짝수 ④ 대우, $2k - 1, 0$ 또는 홀수
- ⑤ 역, $2k + 1, 0$ 또는 홀수

해설

[증명]
주어진 명제의 대우를 구하여 보면
대우 : ‘ n 이 홀수이면 n^2 도 홀수이다.’
이 때, n 이 홀수이므로 n 을 다음과 같이 나타낼 수 있다.
 $n = 2k + 1$ (k 는 0 또는 자연수)
이 때, n^2 의 값을 구하면
 $n^2 = 2 + 1^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 2(2k^2 + 2k) + 1$
여기서 $2(k^2 + 2k)$ 는 0 또는 짝수이므로 n^2 은 홀수이다.
따라서 대우가 참이므로 주어진 명제도는 참이다.

12. 네 조건 p, q, r, s 에 대하여 다음이 성립한다.

(가) p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.
(나) q 는 r 이기 위한 필요조건이다.
(다) r 는 p 이기 위한 필요조건이다.
(라) s 는 p 이기 위한 충분조건이다.
이때, p 는 r 이기 위한 (㉠) 조건이고, r 는 s 이기 위한 (㉡) 조건이다.

㉠, ㉡에 들어갈 말을 알맞게 나열한 것은?

- ① 필요, 충분

② 충분, 필요

③ 필요충분, 충분

④ 필요, 필요충분

⑤ 필요충분, 필요

해설

(가) $p \Leftrightarrow q$, (나) $r \Rightarrow q$
(다) $p \Rightarrow r$, (라) $s \Rightarrow p$
따라서, $p \Leftrightarrow r$ 이므로 p 는 r 이기 위한 필요충분조건이고, $s \Rightarrow r$ 이지만 $r \Rightarrow s$ 인지는 알 수 없으므로 r 는 s 이기 위한 필요조건이다.

13. 모든 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + 2axy + by^2 \geq 0$ 이 성립하기 위한 실수 a, b 의 조건은?

① $a \leq b^2$

② $b^2 \leq a$

③ $a^2 \leq b$

④ $b \leq a^2$

⑤ $b \leq 4a^2$

해설

$x^2 + 2axy + by^2 \geq 0$ 에서 양변을 y^2 으로 나누면

$$\left(\frac{x}{y}\right)^2 + 2a\left(\frac{x}{y}\right) + b \geq 0$$

모든 실수 x, y 에 대해 성립하려면

$$\frac{D}{4} = a^2 - b \leq 0$$

$$\therefore a^2 \leq b$$

14. 다음은 $\frac{1}{x} + \frac{4}{y} = 1$ 을 만족하는 두 양수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 최솟값을 구하는 풀이 과정이다. 적절하지 못한 부분은?

$$\frac{1}{x} + \frac{4}{y} \geq 2\sqrt{\frac{1}{x} \cdot \frac{4}{y}} = \frac{4}{\sqrt{xy}} \cdots \textcircled{㉠}$$
$$\therefore \sqrt{xy} \geq 4 \cdots \textcircled{㉡}$$
$$\therefore x+y \geq 2\sqrt{xy} \geq 2 \cdot 4 = 8 \cdots \textcircled{㉢}$$

따라서 $x+y$ 의 최솟값은 8이다. $\cdots \textcircled{㉣}$

- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉢
- ④ ㉡, ㉢
- ⑤ ㉢, ㉣

해설

㉠ 에서 등호가 성립하는 경우는

$$\frac{1}{x} = \frac{4}{y}, \text{ 즉 } y = 4x \text{ 일 때이고,}$$

㉢ 에서 등호가 성립하는 경우는

$$x = y \text{ 일 때이므로 서로 일치하지 않는다.}$$

따라서, $x+y$ 의 최솟값은 8이 될 수가 없다.

15. $a > 0, b > 0, c > 0$ 일 때, $\frac{2b}{a} + \frac{2c}{b} + \frac{2a}{c}$ 의 최소값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

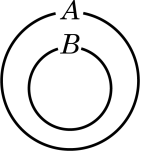
해설

산술-기하평균 부등식에 의해,

$$\frac{2b}{a} + \frac{2c}{b} + \frac{2a}{c} \geq 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{2b}{a} \times \frac{2c}{b} \times \frac{2a}{c}} = 3 \times 2 = 6$$

$$\therefore \frac{2b}{a} + \frac{2c}{b} + \frac{2a}{c} \geq 6$$

16. 두 집합 A, B 사이의 관계가 다음 벤 다이어그램과 같고, 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 36 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 약수}\}$ 일 때, $\square$ 안에 들어갈 수 없는 것은?



- ① 6 ② 12 ③ 18 ④ 24 ⑤ 36

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$

- ① $\{1, 2, 3, 6\} \subset A$
② $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\} \subset A$
③ $\{1, 2, 3, 6, 9, 18\} \subset A$
④ $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\} \not\subset A$
⑤ $B = A$

17. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 4\text{의 약수}\}$ 의 부분집합을 X 라고 하자. 집합 X 의 모든 원소들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

$A = \{1, 2, 4\}$
 $X : \emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\},$
 $\{2, 4\}, \{1, 2, 4\}$

집합 X 의 원소들의 합에는 1, 2, 4가 각각 4번씩 더해지므로
 $(1 + 2 + 4) \times 4 = 28$

18. 두 집합 $A = \{a-1, a+2, 8\}$, $B = \{3, 6, b\}$ 에 대하여 $A \subset B$, $B \subset A$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

해설

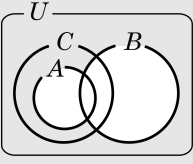
$A = B$ 이므로
 $a-1=3$ 에서 $a=4$, $b=8$
 $\therefore a+b=12$

19. 세 집합 A, B, C 가 $(A \cap B) \subset (A \cap C), (A \cup C) \subset (B \cup C)$ 를 만족한다.
이 사실로 알 수 있는 것은?

- ① $A \subset B$
- ② $B \subset A$
- ③ $A \subset C$
- ④ $C \subset A$
- ⑤ $B \subset C$

해설

벤다이어그램에서 $(A \cap B) \subset (A \cap C)$ 이고
 $(A \cup C) \subset (B \cup C)$ 가 되려면
 $A = A \cap C$ 이어야 하므로
 $\therefore A \subset C$



20. 다음 [보기]에서 옳은 것을 모두 고르면?

보기

$\neg n(\{0\}) = 0$	$\mathbb{L} \phi \subset \{\emptyset\}$	$\mathbb{E} 4 \subset \{1, 2\}$
$\mathbb{E} 0 \subset \{0\}$	$\mathbb{B} 0 \in \emptyset$	$\mathbb{B} 0 \notin \emptyset$
$\mathbb{A} A \subset (A \cup B)$	$\odot n(\emptyset) = 1$	$\otimes A \in (A \cap B)$

- ①

$\mathbb{L}, \mathbb{B}, \mathbb{A}$
- ②

$\mathbb{L}, \mathbb{B}, \odot$
- ③

$\neg, \mathbb{L}, \mathbb{B}$
- ④

$\mathbb{E}, \mathbb{B}, \otimes$
- ⑤

$\mathbb{B}, \odot, \otimes$

해설

- $\neg n(\{0\}) = 1$
- $\mathbb{E} 4 \notin \{1, 2\}$
- $\mathbb{E} 0 \in \{0\}$
- $\mathbb{B} 0 \notin \emptyset$
- $\odot n(\emptyset) = 0$
- $\otimes A \subset (A \cup B)$

21. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 가 다음을 만족할 때, $n(A) - n(B)$ 의 값을 구하여라.

보기

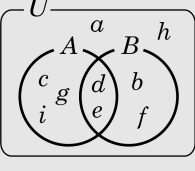
$$\begin{aligned} A \cup B &= \{b, c, d, e, f, g, i\} \\ A^c \cap B &= \{b, f\} \\ A^c \cup B^c &= \{a, b, c, f, g, h, i\} \end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$$A = \{c, d, e, g, i\}, B = \{b, d, e, f\}$$

$$\therefore n(A) - n(B) = 5 - 4 = 1$$

22. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ 에 대하여 $B \cap X = B$, $(A - B) \cap X = \{1, 3\}$ 을 만족하는 U 의 부분집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 2개

해설

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} ,$$
$$A = \{1, 2, 3, 4\} \text{ ,}$$
$$B = \{4, 5, 6\} \circ | \overline{\mathbf{g}},$$
$$B \cap X = B \Rightarrow B \subset X,$$
$$(A - B) \cap X = \{1, 3\} \rightarrow \{1, 2, 3\} \cap X = \{1, 3\} \text{ 이므로}$$

X 는 원소 1, 3, 4, 5, 6 을 반드시 포함하는 집합 U 의 부분집합이다.

따라서 집합 X 의 개수는 $2^{6-5} = 2$ (개)

23. 10 이하의 3의 배수의 집합을 S 라고 할 때, 다음 중 올바르게 말한 사람을 찾아라.



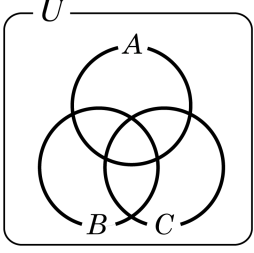
▶ 답 :

▷ 정답 : 김조국

해설

10 이하의 3의 배수는 3, 6, 9이다.
 $\therefore S = \{3, 6, 9\}$
최상위 : 12는 집합 S 의 원소가 아니다.
김조국 : 3은 집합 S 의 원소이다.
박영수 : 7은 집합 S 의 원소가 아니다.
임태수 : 9는 집합 S 의 원소이다.

24. 집합 A, B, C 가 전체집합 U 의 부분집합으로서 다음 그림과 같이 주어졌다. 두 집합 P, Q 에 대하여 $P \circ Q$ 를 $P \circ Q = (P - Q) \cup (Q - P^c)$ 와 같이 정의할 때, $A \circ A$ 의 값을 구하면?

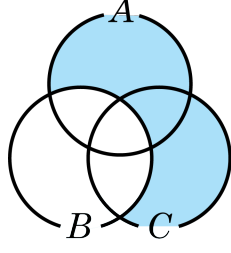


- ① A
- ② B
- ③ C
- ④ $\emptyset$
- ⑤ $A - B$

해설

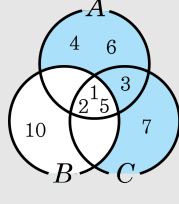
$P \circ Q = (P - Q) \cup (Q - P^c)$ 이므로
 $A \circ A = (A - A) \cup (A - A^c) = \emptyset \cup A = A$ 이다.

25. 다음 그림에서 색칠한 부분의 집합을 나타낸 것은?



- ① $(A \cap B) - C$
- ② $(A \cap C) - B$
- ③ $(A \cup B) - C$
- ④ $(A \cup C) - B$
- ⑤ $(B \cup C) - A$

해설



색칠한 부분을 집합으로 나타내면 $(A \cup C) - B$ 이다.