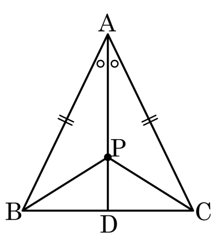
1. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선과 $\overline{BC}$와의 교점을 D라 하자. $\overline{AD}$위의 한점 P에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

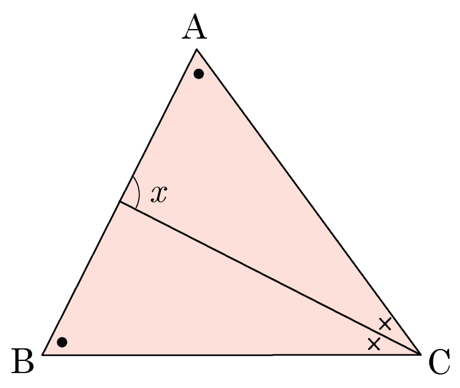


① $\overline{BD} = \overline{CD}$
② $\overline{BP} = \overline{BD}$
③ $\angle ADB = 90°$
④ $\overline{BP} = \overline{CP}$
⑤ $\triangle ABP \equiv \triangle ACP$

해설

①,③ 이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로 $\overline{BD} = \overline{CD}$, $\angle ADB = 90°$이다.
④,⑤ $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle BAP = \angle CAP$(가정), $\overline{AP}$(공통)이므로 합동조건(SAS합동)에 의하여 $\triangle ABP \equiv \triangle ACP$이다.

2. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle x$ 의 크기는?

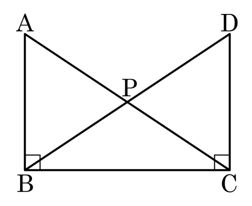


① $80°$ ② $85°$ ③ $90°$ ④ $95°$ ⑤ $100°$

해설

$\triangle ABC$ 는 두 내각의 크기가 같으므로 이등변삼각형 이등변삼각형의 꼭짓각의 이등분선은 밑 변을 수직이등분하므로 $\angle x = 90°$ 이다.

3. 다음 그림과 같은 두 직각삼각형에서 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 P라 할 때, $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AC} = \overline{DB}$이면 $\triangle PBC$는 어떤 삼각형인가?

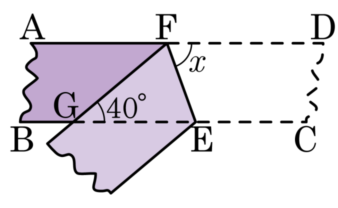


① 정삼각형
② 직각이등변삼각형
③ 이등변삼각형
④ 직각삼각형
⑤ 예각삼각형

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle DCB$ 에서
i) $\overline{AC} = \overline{DB}$
ii) $\angle ABC = \angle DCB = 90°$
iii) $\overline{AB} = \overline{DC}$
i), ii), iii) 에 의해 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$
따라서 $\angle DBC = \angle ACB$ 이므로
$\triangle PBC$ 는 이등변삼각형

4. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle\mathrm{FGE} = 40^\circ$ 일 때, $\angle x$의 크기는?



① 30° ② 40° ③ 50° ④ 60° ⑤ 70°

해설

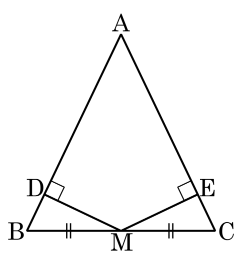
종이 테이프를 접으면 $\angle\mathrm{DFE} = \angle\mathrm{GFE} = \angle x$이고

$\angle\mathrm{DFE} = \angle\mathrm{GEF} = \angle x$ (엇각)

$\angle\mathrm{GFE} = \angle\mathrm{GEF} = \angle x$

$\angle x = \dfrac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ$

5. 다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점을 M 이라 하자. 점 M 에서 $\overline{\mathrm{AB}}, \overline{\mathrm{AC}}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\overline{\mathrm{MD}} = \overline{\mathrm{ME}}$ 임을 나타내는 과정에서 필요한 조건이 <u>아닌</u> 것은?



① $\overline{\mathrm{BM}} = \overline{\mathrm{CM}}$

② $\angle \mathrm{B} = \angle \mathrm{C}$

③ $\overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{CE}}$

④ $\angle \mathrm{BDM} = \angle \mathrm{CEM}$

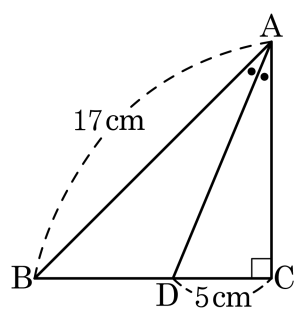
⑤ RHA 합동

해설

$\triangle \mathrm{BMD}$ 와 $\triangle \mathrm{CME}$ 에서 $\angle \mathrm{B} = \angle \mathrm{C}$, $\angle \mathrm{BDM} = \angle \mathrm{CEM} = 90°$, $\overline{\mathrm{BM}} = \overline{\mathrm{MC}}$

$\therefore \triangle \mathrm{BMD} \equiv \triangle \mathrm{CME}$ (RHA 합동)

6. 다음 그림에서 $\angle C = 90°$ 이고, $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 하고, $\overline{AB} = 17\text{cm}$, $\overline{DC} = 5\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 의 넓이의 차는?

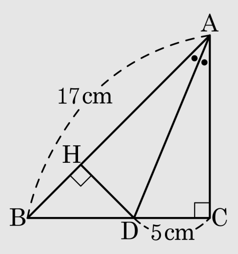


① $\frac{11}{2}\text{cm}^2$　② $\frac{25}{2}\text{cm}^2$　③ $\frac{75}{2}\text{cm}^2$

④ $33\,\text{cm}^2$　⑤ 51cm^2

해설

점 D 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선과의 교점을 H 라 하면, $\triangle AHD \equiv \triangle ACD$(RHA합동)

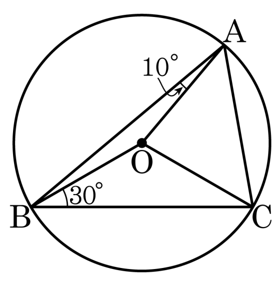


$\triangle BHD$ 는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{DC} = \overline{DH} = \overline{BH} = 5(\text{cm})$

따라서 $\triangle ABD = 17 \times 5 \times \frac{1}{2} = \frac{85}{2}(\text{cm}^2)$ 이고, $\triangle ADC = 5 \times 12 \times \frac{1}{2} = 30(\text{cm}^2)$ 이다.

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 의 넓이의 차는 $\frac{85}{2} - 30 = \frac{25}{2}(\text{cm}^2)$ 이다.

7. 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle OAB = 10°$, $\angle OBC = 30°$ 일 때, $\angle OAC$ 의 크기는?

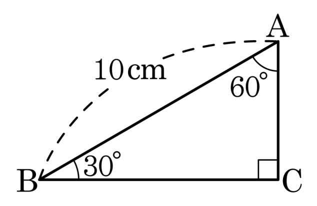


① 40° ② 45° ③ 50° ④ 55° ⑤ 60°

해설

$\angle OAB = \angle OBA$, $\angle OBC = \angle OCB$,
$\angle OAC = \angle OCA$
$\angle OAB + \angle OBC + \angle OCA = 90°$
$\therefore \angle OAC = 90° - 40° = 50°$

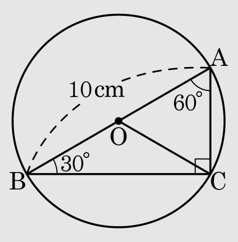
8. 다음 그림의 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB} = 10\text{cm}$일 때, $\overline{AC}$의 길이는?



① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

외심원 O를 그리면



$\overline{OA} = \overline{OC} = \overline{OB} = 5\text{cm}$

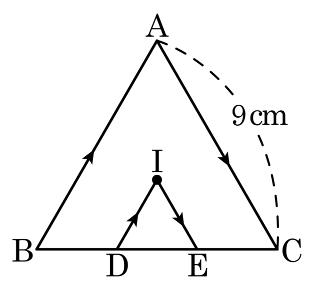
$\triangle AOC$에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$이고,

$\angle A = 60°$이므로

$\triangle AOC$는 정삼각형이다.

$\therefore\ \overline{AC} = 5(\text{cm})$

9. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이고, 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. 점 I 를 지나면서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 평행한 직선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 D , E 라 할 때, $\overline{DE} = (\quad)$cm 이다. 빈 칸에 알맞은 수를 써 넣어라.



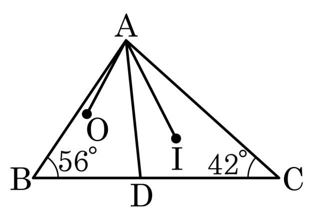
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\angle ABI = \angle IBD$ 이고 $\angle ABI = \angle BID (\because \overline{AB}//\overline{ID})$ 이므로 $\angle IBD = \angle BID$ 이다.
$\Rightarrow \overline{BD} = \overline{ID}$ 이다.
같은 방법으로 $\angle ACI = \angle ICE$ 이고 $\angle ACI = \angle CIE$ $(\because \overline{AC}//\overline{IE})$ 이므로 $\angle ICE = \angle CIE$ 이다.$\Rightarrow \overline{IE} = \overline{EC}$
따라서 ($\triangle IDE$ 의 둘레의 길이)$= \overline{ID} + \overline{DE} + \overline{IE} = \overline{BD} + \overline{DE} + \overline{EC} = \overline{BC} = 9(\text{cm})$ 이고,
$\triangle IDE$ 는 정삼각형이므로 $\overline{DE} = \frac{9}{3}\text{cm} = 3\text{cm}$ 이다.

10. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABD$ 의 외심이고 점 I 는 $\triangle ADC$ 의 내심이다. $\angle B = 56°$, $\angle C = 42°$ 이고 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 일 때, $\angle OAI$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ________ °

▷ 정답 : 55 °

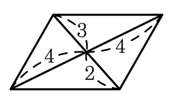
해설

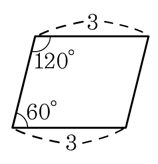
$\angle OAD = (180° - 56° \times 2) \div 2 = 34°$

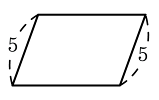
$\angle IAD = 42° \div 2 = 21°$

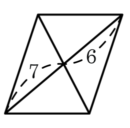
$\therefore \angle OAI = 34° + 21° = 55°$

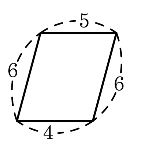
11. 다음 중 평행사변형인 것을 고르면?

①


②


③


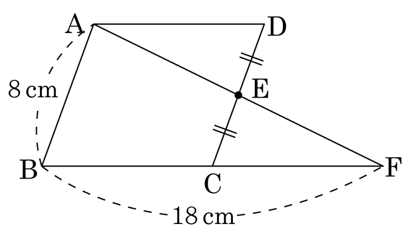
④


⑤


해설

평행사변형은 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

12. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{CD}$ 의 중점을 E 라 하고, $\overline{AE}$ 의 연장선이 $\overline{BC}$ 의 연장선과 만나는 점을 F 라 하자. 이 때 $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 9 cm

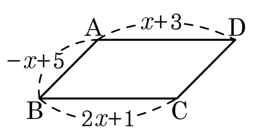
해설

$\triangle ADE$ 와 $\triangle FCE$ 에서
$\overline{ED} = \overline{EC}$
$\angle ADE = \angle FCE$(엇각)
$\angle AED = \angle FEC$(맞꼭지각)
$\therefore \triangle ADE \equiv \triangle FCE$ (ASA 합동)

따라서 $\overline{AD} = \overline{FC}$ 이고, 평행사변형이므로
$\overline{AD} = \overline{BC}$
따라서 $\overline{CF} = \overline{AD} = \overline{BC}$

즉, $\overline{BF} = \overline{BC} + \overline{FC} = 2\overline{AD}$ 이므로
$2\overline{AD} = 18$
$\therefore \overline{AD} = 9(\text{cm})$

13. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A : \angle B = 3 : 1$ 일 때, 사각형 ABCD 의 둘레의 길이와 $\angle C$ 의 크기는?



① $12, 120°$ ② $12, 135°$ ③ $16,\ 120°$

④ $16,\ 135°$ ⑤ $18,\ 135°$

해설

$x+3 = 2x+1 \therefore x = 2$

(평행사변형의 둘레의 길이)$= 16$

또한 $\angle A + \angle B = 180°$ $\angle A = 180° \times \frac{3}{4} = 135°$

$\angle A = \angle C$ 이므로 $\angle C = 135°$ 이다.

14. 다음 중 □ABCD 가 평행사변형이 되는 경우를 골라라. (점 O 는 두 대각선의 교점이다.)

㉠ $\angle A = 70°$, $\angle B = 70°$, $\angle C = 110°$
㉡ $\overline{AD} // \overline{BC}$, $\overline{AB} = \overline{CD}$
㉢ $\overline{BO} = \overline{CO}$, $\overline{AO} = \overline{DO}$
㉣ $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{AC} = \overline{BC}$
㉤ $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$

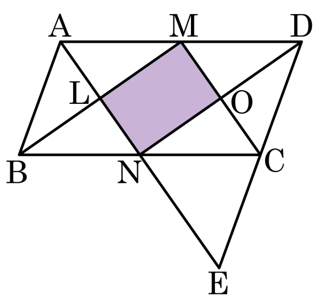
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

평행사변형이 되기 위한 조건
(1) 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
(2) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
(3) 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
(4) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
(5) 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

15. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 변 AD, BC 의 중점을 각각 M, N 이라 하고, 선분 AN 의 연장선과 변 DC 의 연장선이 만나는 점을 E 라 하였다. 삼각형 ADE 의 넓이가 24 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$\angle ANB = \angle ENC$ (맞꼭지각)
$\overline{BN} = \overline{CN}$, $\angle ABN = \angle ECN$ (선분 AB 와 CE 가 평행)
$\therefore\ \triangle ABN \equiv \triangle ECN$ (ASA 합동)

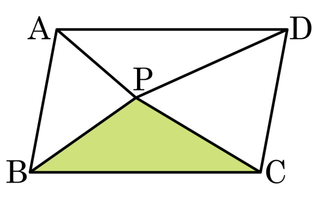
$$\begin{aligned}\triangle ADE &= \square ADCN + \triangle ECN \\ &= \square ADCN + \triangle ABN \\ &= \square ABCD \\ &= 24\end{aligned}$$

선분 MN 을 그으면 $\overline{MN} \mathbin{/\!/} \overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$ 이므로,

$$\begin{aligned}\square LMON &= \triangle LMN + \triangle OMN \\ &= \frac{1}{4}\square AMND + \frac{1}{4}\square DCNM \\ &= \frac{1}{4} \times \frac{1}{2}\square ABCD + \frac{1}{4} \times \frac{1}{2}\square ABCD \\ &= \frac{1}{4}\square ABCD \\ &= \frac{1}{4} \times 24 \\ &= 6\end{aligned}$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는 6 이다.

16. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 넓이가 $100\mathrm{cm}^2$ 이고, $\triangle\mathrm{PAD}$ 의 넓이가 $24\mathrm{cm}^2$ 일 때, 어두운 부분의 넓이는 얼마인가?



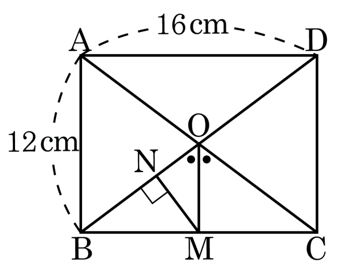
① $24\mathrm{cm}^2$ ② $25\mathrm{cm}^2$ ③ $26\mathrm{cm}^2$
④ $28\mathrm{cm}^2$ ⑤ $50\mathrm{cm}^2$

해설

내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD} = \triangle\mathrm{PAB} + \triangle\mathrm{PCD} = \triangle\mathrm{PAD} + \triangle\mathrm{PBC}$ 이다.

$100 \times \frac{1}{2} = 24 + \triangle\mathrm{PBC}$ 이므로 $\triangle\mathrm{PBC} = 26(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

17. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BD} = 20\,\text{cm}$ 이다. $\angle BOM = \angle COM$, $\overline{MN} \perp \overline{OB}$ 일 때, $\overline{MN}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 4.8 cm

해설

$\overline{BO} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2} \times 20 = 10\,(\text{cm})$

$\triangle OBM = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = \frac{1}{2} \times 10 \times \overline{MN}$

$\therefore\ \overline{MN} = 4.8\,(\text{cm})$

18. 다음 보기 중에서 평행사변형이 직사각형이 되기 위한 조건을 모두 몇 개인가?

보기

㉠ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

㉡ 이웃하는 두 각의 크기가 같다.

㉢ 한 내각의 크기가 $90°$ 이다.

㉣ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

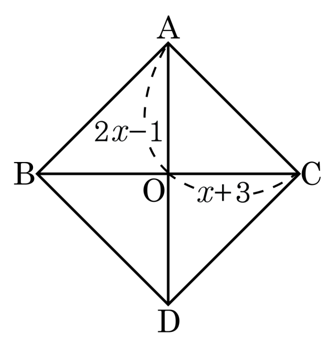
㉤ 두 대각선의 길이가 같다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉠ 마름모가 될 조건
㉡ 직사각형이 될 조건
㉢ 직사각형이 될 조건
㉣ 평행사변형이 될 조건
㉤ 직사각형이 될 조건
∴ ㉡, ㉢, ㉤의 3 개

19. 다음 그림과 같은 마름모ABCD 가 정사각형이 될 때, x 의 값으로 알맞은 것은?

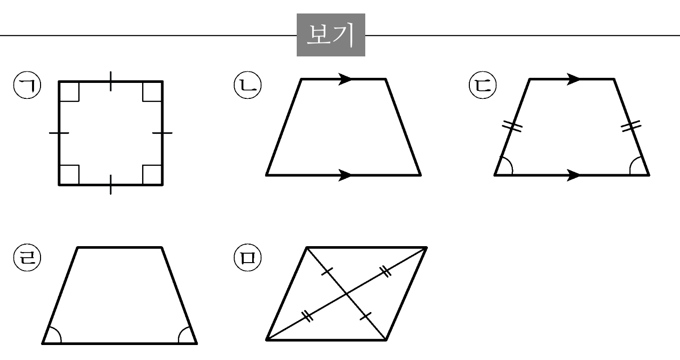


① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설
정사각형은 두 대각선의 길이가 같다.
$2x-1=x+3 \quad \therefore\ x=4$

20. 다음 중 등변사다리꼴인 것은?

보기

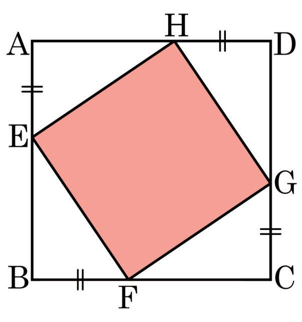


① ㉠, ㉡　② ㉠, ㉢　③ ㉡, ㉣　④ ㉢, ㉣　⑤ ㉢, ㉤

해설

등변사다리꼴은 밑각의 크기가 같은 사다리꼴이다.
㉡ 사다리꼴이다.
㉣ 사다리꼴이라는 조건이 나타나 있지 않다.
㉤ 두 대각선의 길이가 같지 않으므로 등변사다리꼴이 아니다.

21. 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD 에서 $\overline{EB} = \overline{FC} = \overline{GD} = \overline{HA}$ 가 되도록 각 변 위에 점 E, F, G, H를 잡을 때, □EFGH는 어떤 사각형인지 말하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 정사각형

해설

□ABCD 가 정사각형이므로 $\overline{AE} = \overline{HD} = \overline{BF} = \overline{CG}$ 이고, $\overline{EH} = \overline{EF} = \overline{FG} = \overline{HG}$ 이다. $\angle AEH = \angle BFE$, $\angle AHE = \angle BEF$ 이므로 $\angle HEF = 90°$ 이다. 따라서 □EFGH는 정사각형이다.

22. 사다리꼴, 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형의 관계를 나타낸 것 중 옳지 않은 것은?

① 정사각형은 마름모이며 사다리꼴이다.

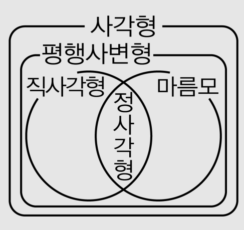
② 정사각형은 직사각형이며 평행사변형이다.

③ 정사각형은 평행사변형이며 사다리꼴이다.

④ 마름모는 평행사변형이며 사다리꼴이다.

⑤ 직사각형은 마름모이며 평행사변형이다.

해설



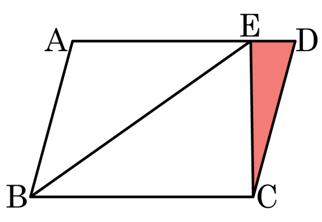
23. 다음 사각형 중에서 두 대각선의 길이가 같은 사각형을 모두 고르면? (정답 2 개)

① 사다리꼴 ② 평행사변형 ③ 직사각형
④ 정사각형 ⑤ 마름모

해설

대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형, 정사각형이다.

24. 다음 그림과 같이 넓이가 100cm^2 인 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AD}$ 위의 점 E 에 대하여 $\overline{AE} : \overline{DE} = 4 : 1$ 일 때 $\triangle ECD$ 의 넓이를 구하여라.



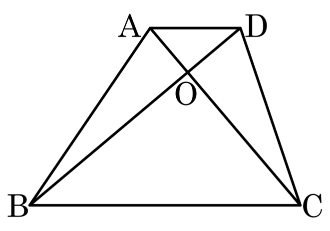
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $10\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\triangle ABE$, $\triangle ECD$, $\triangle EBC$ 의 높이는 모두 같다.
$\overline{AE} + \overline{ED} = \overline{BC}$ 이므로, $\triangle ABE + \triangle ECD = \triangle EBC$ 이다.
따라서 $\triangle ABE + \triangle ECD = 50\text{cm}^2$ 이다.
$\triangle ECD : \triangle ABE = 1 : 4 = 10\text{cm}^2 : 40\text{cm}^2$
$\therefore \triangle ECD = 10\text{cm}^2$

25. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 사다리꼴에서 $\overline{OA} : \overline{OC} = 1 : 3$ 이다. $\square ABCD = 64 cm^2$ 일 때, $\triangle ABO$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad cm^2}$

▷ 정답 : 12 $\underline{cm^2}$

해설

$\square ABCD = \triangle AOD + \triangle DOC + \triangle OBC + \triangle ABO$ 이다.
$\triangle AOD$ 의 넓이를 a 라고 하면, $1 : 3 = a : \triangle DOC$, $\triangle DOC = 3a$
$\triangle DOC = \triangle ABO = 3a$, $1 : 3 = 3a : \triangle BOC$, $\triangle BOC = 9a$
$\square ABCD = a + 3a + 3a + 9a = 16a = 64 cm^2$, $a = 4 cm^2$
$\therefore\ \triangle ABO = 3a = 12 cm^2$.