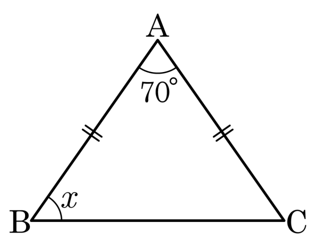
1. 다음 그림과 같은 이등변삼각형에서 $\angle x$ 의 크기는?

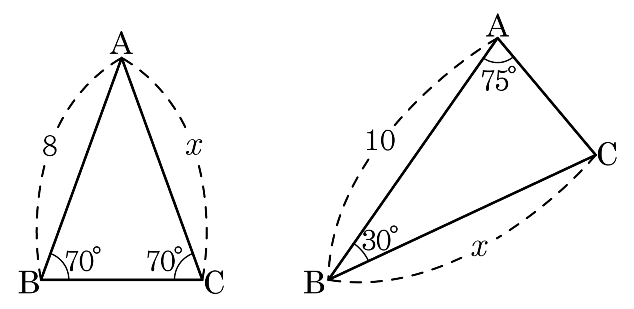


① $40°$ ② $45°$ ③ $50°$ ④ $55°$ ⑤ $60°$

해설

$\angle x = (180° - 70°) \div 2 = 55°$

2. 다음 두 그림에서 x의 길이의 합은?

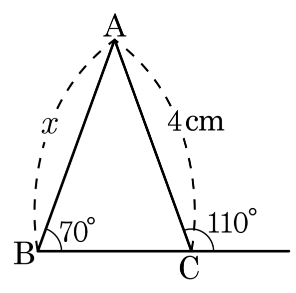


① 14 ② 15 ③ 16 ④ 18 ⑤ 19

해설

왼쪽의 $\triangle ABC$에서
$\angle ABC = \angle ACB$이므로 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.
$\therefore\ x = 8$
또, 오른쪽의 $\triangle ABC$에서
$\angle BCA = 180° - (30° + 75°) = 75°$이므로 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.
$\therefore\ x = 10$
$\therefore$ (x의 길이의 합)$= 8 + 10 = 18$

3. 다음 그림에서 x 의 길이를 구하여라.

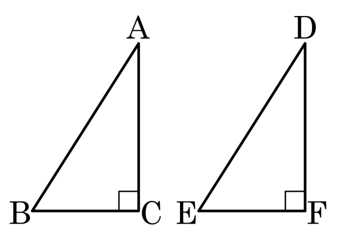


▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 4 cm

해설
$\angle ACB = 70^\circ$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.
$\therefore x = 4(\text{ cm})$

4. 다음 그림의 두 직각삼각형 ABC, DEF 가 합동이 되는 경우를 보기에서 모두 찾아라.



보기

㉠ $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{AC} = \overline{DF}$ ㉡ $\angle A = \angle D$, $\overline{AC} = \overline{DF}$

㉢ $\overline{BC} = \overline{EF}$, $\overline{AC} = \overline{DF}$ ㉣ $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\angle B = \angle E$

㉤ $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$ ㉥ $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\angle C = \angle F$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

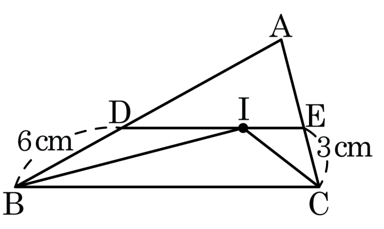
▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

삼각형이 합동이 될 조건 SAS, ASA
직각삼각형이 합동이 될 조건 RHA, RHS
㉠ $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{AC} = \overline{DF}$ $\Rightarrow$ RHS 합동
㉡ $\angle A = \angle D$, $\overline{AC} = \overline{DF}$ $\Rightarrow$ ASA 합동
㉢ $\overline{BC} = \overline{EF}$, $\overline{AC} = \overline{DF}$ $\Rightarrow$ SAS 합동
㉣ $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\angle B = \angle E$ $\Rightarrow$ RHA 합동

5. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 내심 I 를 지나고 $\overline{BC}$ 에 평행한 직선과 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 와의 교점을 각각 D, E 라고 한다.
$\overline{BD} = 6\,\text{cm}$, $\overline{CE} = 3\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



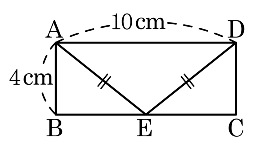
▶ 답 :

▷ 정답 : $9\,\text{cm}$

해설

$\overline{BD} = \overline{DI}$, $\overline{CE} = \overline{IE}$
$\therefore\ \overline{DE} = \overline{DI} + \overline{IE} = 6 + 3 = 9(\text{cm})$

6. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB} : \overline{BE}$ 는?

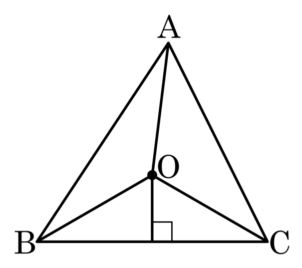


① 1 : 2 ② 2 : 3 ③ 3 : 4
④ 4 : 5 ⑤ 1 : 1

해설

$\triangle ABE$ 와 $\triangle DCE$ 에서 $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이고, $\angle B = \angle C = 90°$, $\overline{AE} = \overline{ED}$ 이므로
$\triangle ABE \equiv \triangle DCE$ 는 RHS 합동이다.
따라서 $\overline{BE} = \overline{EC} = 10 \div 2 = 5(\mathrm{cm})$ 이므로 $\overline{AB} : \overline{BE} = 4 : 5$ 이다.

7. 다음 그림에서 점 O 는 삼각형 ABC 의 외심이고, 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 할 때, $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 중 길이가 가장 긴 선분은?



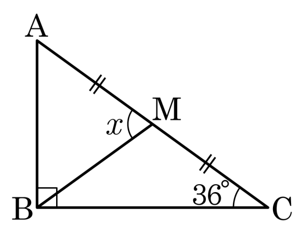
① $\overline{OA}$ ② $\overline{OB}$ ③ $\overline{OC}$

④ 모두 같다. ⑤ 알 수 없다.

해설

점 O 가 삼각형의 외심이므로 각각의 세 꼭짓점 A, B, C 에 이르는 거리는 모두 같다.

8. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 빗변 AC 의 중점은 M 이고 $\angle ACB = 36^\circ$ 일 때 $\angle AMB$ 의 크기는?

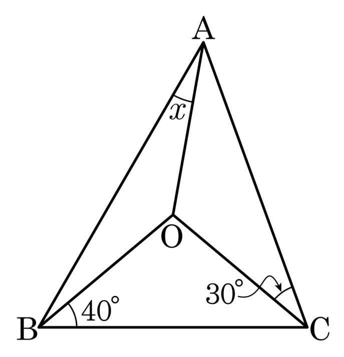


① 62° ② 64° ③ 68° ④ 70° ⑤ 72°

해설

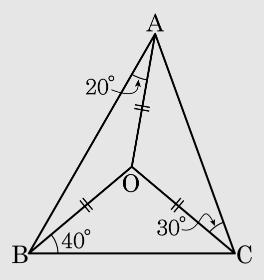
직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM} \cdots$ ㉠
따라서 $\triangle BMC$ 는 이등변삼각형이다.
$\angle MCB = \angle MBC = 36^\circ$
$\angle AMB = \angle MCB + \angle MBC = 36^\circ + 36^\circ = 72^\circ$

9. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle$ABC의 외심이다. $\angle$OBC $= 40°$, $\angle$ACO $=$ $30°$일 때, $\angle x$의 크기는?



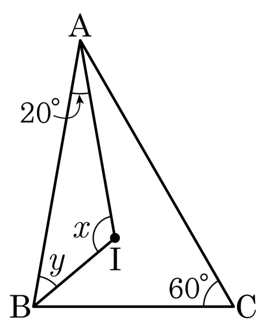
① $15°$ ② $20°$ ③ $25°$ ④ $30°$ ⑤ $40°$

해설



외심에서 각 꼭짓점에 이르는 거리는 모두 같으므로
$\triangle$OAB, $\triangle$OBC, $\triangle$OCA는 모두 이등변삼각형이다.
$\angle$OCB $= 40°$, $\angle$OAC $= 30°$,
$\angle$OAB $=$ $\angle$OBA $=$ $\angle x$이므로
$2\angle x + 40° \times 2 + 30° \times 2 = 180°$,
$2\angle x + 140° = 180°$,
$\therefore\ \angle x = 20°$

10. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 I는 내심이다. $\angle BAI = 20°$, $\angle ACB = 60°$ 일 때, $\angle x$와 $\angle y$의 크기는?

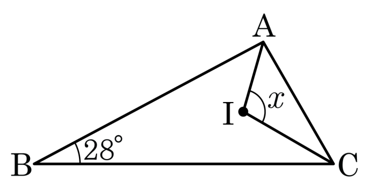


① $\angle x = 120°$, $\angle y = 40°$
② $\angle x = 115°$, $\angle y = 45°$
③ $\angle x = 110°$, $\angle y = 50°$
④ $\angle x = 125°$, $\angle y = 35°$
⑤ $\angle x = 130°$, $\angle y = 30°$

해설

$\angle A = 2 \times 20 = 40°$
$\angle B = 2 \times \angle y = 2\angle y$
$\triangle ABC$의 내각의 크기의 합은 $180°$이므로
$40° + 2y + 60° = 180°$
$\therefore \angle y = 40°$
$\triangle ABI$의 내각의 크기의 합은 $180°$이므로
$20° + 40° + \angle x = 180°$
$\therefore \angle x = 120°$

11. $\triangle$ABC 에서 점 I 는 내심일 때, $\angle x$ 의 크기는?

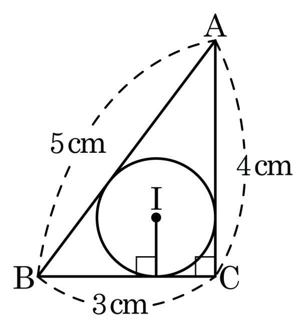


① 56° ② 84° ③ 104° ④ 118° ⑤ 124°

해설

$\angle x = 90° + \frac{1}{2}\angle B$ 이므로 $\angle x = 90° + \frac{1}{2} \times 28° = 104°$

12. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{AC} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 3\text{cm}$ 이고, $\angle C = 90^\circ$ 일 때, 내접원 I 의 반지름의 길이는?

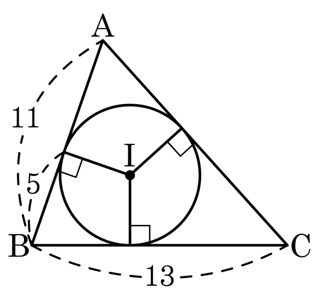


① 1cm　② 2cm　③ 3cm　④ 4cm　⑤ 5cm

해설

내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면
$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times r \times (3+4+5) = \frac{1}{2} \times 3 \times 4$ 이다. 따라서 $r = 1\text{cm}$ 이다.

13. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\overline{AC}$ 의 길이는?



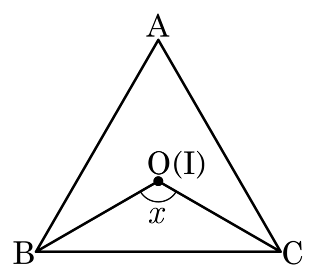
▶ 답:

▷ 정답: 14

해설

$\overline{AC} = (11-5)+(13-5) = 14$

14. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 외심 O 와 내심 I 가 일치하는 그림이다. 빈 칸을 채워 넣는 말로 적절한 것은?



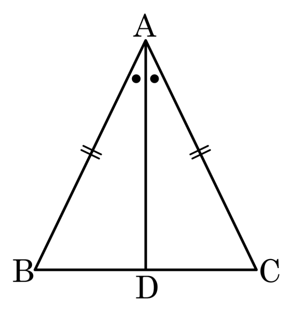
$\triangle ABC$ 의 외심과 내심이 일치할 때에 $\triangle ABC$ 는 (　　) 이고, $\angle BOC = (\quad)^\circ$ 이다.

① 직각삼각형, 90
② 직각삼각형, 120
③ 이등변삼각형, 60
④ 정삼각형, 90
⑤ 정삼각형, 120

해설

$\triangle ABC$ 의 외심과 내심이 일치할 때는 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.
$\angle A = 60^\circ$ 이고, 점 O 가 외심일 때, $2\angle A = \angle BOC$ 이므로 $\angle BOC = 120^\circ$ 이다.
따라서 $x = 120^\circ$ 이다.

15. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

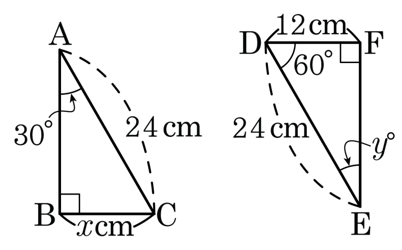


① $\angle B=\angle C$
② $\angle ADB=\angle ADC$
③ $\overline{AD}\perp\overline{BC}$
④ $\overline{BD}=\overline{CD}$
⑤ $\overline{AD}=\overline{BC}$

해설

$\triangle ABC$ 는 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로 $\angle B=\angle C$
이등변삼각형의 성질 중에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로
$\overline{BD}=\overline{CD}$, $\overline{AD}\perp\overline{BC}$, $\angle ADB=\angle ADC=90°$

16. 두 직각삼각형 ABC, DEF 가 다음 그림과 같을 때, $x+y$ 의 값은?



① 12 ② 36 ③ 42 ④ 48 ⑤ 60

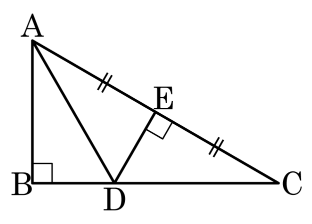
해설

$\triangle$ABC, $\triangle$EFD 는 RHA 합동 이므로

$\overline{BC} = \overline{FD} = 12\text{cm} = x\text{cm}$, $\angle y = \angle CAB = 30°$

$\therefore x + y = 12 + 30 = 42$

17. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 에 $\overline{AC}$ 의 수직이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 D 라 하고 $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 이등분선이 될 때, $\angle C$ 의 크기를 구하여라.



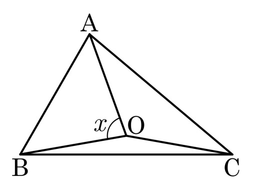
▶ 답: ______ °

▷ 정답: 30 °

해설

$\triangle ADE \equiv \triangle CDE$ (SAS 합동)
$\triangle ABD \equiv \triangle AED$ (RHA 합동) 이므로
$\angle C = \angle DAE = \angle DAB$
$\angle C = a$ 라 하면
$\triangle ABC$ 에서 $2a + a + 90° = 180°$
$\therefore \ \angle C = a = 30°$

18. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고, $\angle A : \angle B : \angle C = 4 : 3 : 2$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $80°$

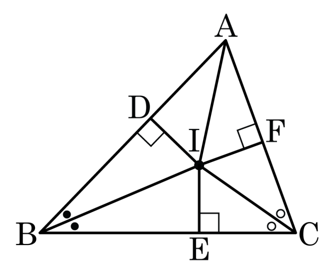
해설

$\angle C = 180° \times \frac{2}{4+3+2} = 40°$

점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\angle x = 2\angle ACB = 2 \times 40° = 80°$

19. 다음은 ‘삼각형 ABC 의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다’ 를 나타내는 과정이다. ㉠ ~ ㉤ 중 잘못된 것은?



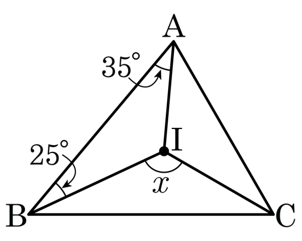
> $\angle$B, $\angle$C 의 이등분선의 교점을 I 라 하면
> i) $\overline{\mathrm{BI}}$는 $\angle$B 의 이등분선이므로
> $\triangle$BDI ≡ $\triangle$BEI ∴ $\overline{\mathrm{ID}}$ = (㉠)
> ii) $\overline{\mathrm{CI}}$는 $\angle$C 의 이등분선이므로 $\triangle$CEI ≡ $\triangle$CFI ∴ $\overline{\mathrm{IE}}$ = (㉡)
> iii) $\overline{\mathrm{ID}}$ =(㉠) = (㉡)
> iv) $\overline{\mathrm{ID}}$ = $\overline{\mathrm{IF}}$ 이므로 $\triangle$ADI ≡ (㉢)
> ∴ $\angle$DAI = (㉣)
> 따라서 $\overline{\mathrm{AI}}$는 $\angle$A 의 (㉤) 이다.
> 따라서 $\triangle$ABC 의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

① ㉠ : $\overline{\mathrm{IE}}$ ② ㉡ : $\overline{\mathrm{IF}}$ ③ ㉢ : $\triangle$BDI
④ ㉣ : $\angle$FAI ⑤ ㉤ : 이등분선

해설

$\triangle$IBE ≡ $\triangle$IBD(RHA 합동) 이므로 $\overline{\mathrm{ID}}$와 대응변인 $\overline{\mathrm{IE}}$의 길이가 같고,
$\triangle$ICE ≡ $\triangle$ICF(RHA 합동) 이므로 $\overline{\mathrm{IE}}$와 대응변인 $\overline{\mathrm{IF}}$의 길이가 같다.
그러므로, $\overline{\mathrm{IE}} = \overline{\mathrm{IF}}$ 이므로 $\triangle$ADI 와 $\triangle$AFI 에서
$\angle$ADI = $\angle$AFI = 90°, $\overline{\mathrm{AI}}$는 공통 변, $\overline{\mathrm{ID}} = \overline{\mathrm{IF}}$
이므로 $\triangle$ADI ≡ $\triangle$AFI(RHS 합동)

20. 다음 그림에서 점 I가 내심일 때, ( ) 안에 알맞은 수를 구하여라.



$\angle x = (\quad)°$

▶ 답:

▷ 정답: 125

해설

점 I가 $\triangle$ABC의 내심일 때, $\angle$BIC $= 90° + \frac{1}{2}\angle$A이다.

점 I가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle$BAI $=$ $\angle$CAI $= 35°$이다.

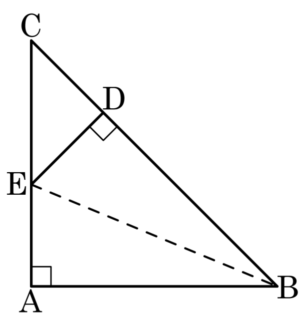
$\angle$A $=$ $\angle$BAC $= 70°$이다.

$\therefore$ $\angle$BIC $= \angle x = 90° + \frac{1}{2}\angle$A

$= 90° + \frac{1}{2} \times 70°$

$= 125°$

21. 다음 그림의 $\triangle ABC$는 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = \overline{AC}$인 직각이등변삼각형이다. $\overline{BA} = \overline{BD}$, $\overline{ED} = \overline{DC}$일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle ABE \equiv \triangle DBE$　　② $\angle DBE = \angle ABE$

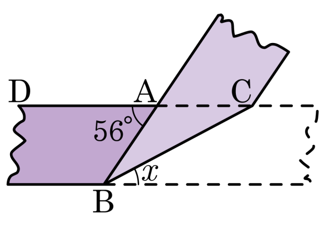
③ $\overline{AE} = \overline{EC}$　　④ $\overline{AE} = \overline{DE} = \overline{DC}$

⑤ $\angle DEC = \angle DCE$

해설

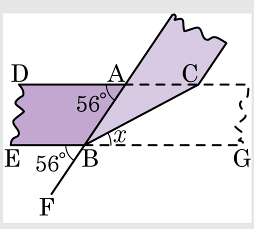
① $\triangle ABE$와 $\triangle DBE$는
$\overline{BA} = \overline{BD}$, $\overline{BE}$는 공통, $\angle BAE = \angle BDE = 90°$
$\therefore$ $\triangle ABE \equiv \triangle DBE$(SAS 합동)
② $\triangle ABE \equiv \triangle DBE$이므로 $\angle DBE = \angle ABE$ 이다.
④ $\triangle CDE$는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{DE} = \overline{DC}$
또 $\triangle ABE \equiv \triangle DBE$(SAS합동)이므로 $\overline{AE} = \overline{DE}$
$\therefore \overline{AE} = \overline{DE} = \overline{DC}$
⑤ $\triangle ABC$는 직각이등변삼각형이므로 $\angle C = 45°$
$\triangle CDE$에서 $\angle DEC = 180° - (90° + 45°) = 45°$
$\therefore$ $\angle DEC = \angle DCE$

22. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle BAD = 56^\circ$ 일 때, $\angle x$의 크기는?



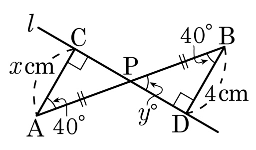
① 20° ② 22° ③ 24° ④ 26° ⑤ 28°

해설



$\angle DAB = \angle EBF = 56^\circ$ (동위각)
$\angle EBF = \angle ABG = 56^\circ$ (맞꼭지각)
(또는 $\angle DAB = \angle ABG = 56^\circ$ (엇각))
$\angle ABC = \angle CBG = \frac{1}{2} \times 56^\circ = 28^\circ$ (종이 접은 각)
$\therefore \angle x = 28^\circ$

23. 다음 그림과 같이 선분 $\overline{AB}$ 의 양 끝점 A, B 에서 $\overline{AB}$ 의 중점 P 를 지나는 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 C, D 라 한다. $\overline{DB} =$ 4cm, $\angle PAC = 40°$ 일 때, $x + y$ 의 값은?

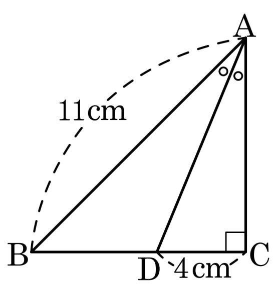


① 36 ② 44 ③ 46 ④ 54 ⑤ 58

해설

$\triangle PAC$ 와 $\triangle PBD$ 에서
$\angle PCA = \angle PDB = 90° \cdots$ ㉠
$\overline{PA} = \overline{PB} \cdots$ ㉡
$\angle CPA = \angle DPB = y° \cdots$ ㉢
㉠,㉡,㉢에 의해 $\triangle PAC \equiv \triangle PBD$(RHA)
삼각형의 내각의 합은 $180°$ 이므로
$\angle y = 180 - 40 - 90 = 50°$,
$x = 4$ 이므로 이를 합하면 54 이다.

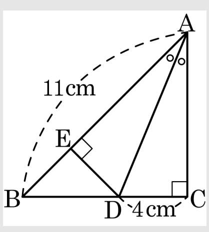
24. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이$\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라고 한다. $\overline{AB} = 11\text{cm}$, $\overline{DC} = 4\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 22 cm^2

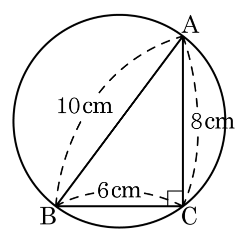
해설



점 D 에서$\overline{AB}$ 에 내린 수선 의 발을 E 라 하면
$\triangle ADC$ 와 $\triangle ADE$ 에서 $\overline{AD}$ 는 공통이고 $\angle DAC = \angle DAE$ 이므로
$\triangle ADC \equiv \triangle ADE$ (RHA 합동), $\overline{DE} = \overline{DC}$

$\therefore \triangle ABD = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{DE}$
$= \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{DC}$
$= \frac{1}{2} \times 11 \times 4 = 22\ (\text{cm}^2)$

25. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 10\,\mathrm{cm}$, $\overline{BC} = 6\,\mathrm{cm}$, $\overline{AC} = 8\,\mathrm{cm}$ 이고, $\angle C = 90°$ 이다. 외접원의 넓이는?



① $22\pi\,\mathrm{cm}^2$ ② $25\pi\,\mathrm{cm}^2$

③ $26\pi\,\mathrm{cm}^2$ ④ $28\pi\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $30\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

반지름이 $5\,\mathrm{cm}$ 이므로 외접원의 넓이는 $25\pi\,\mathrm{cm}^2$ 이다.