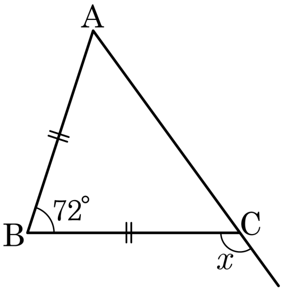
1. 다음 그림과 같이 $\overline{BA} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle B = 72°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



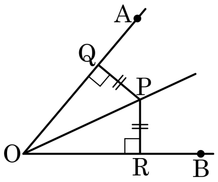
① 122° ② 123° ③ 124° ④ 125° ⑤ 126°

해설

$\angle BCA = \frac{1}{2}(180° - 72°) = 54°$

$\therefore \angle x = 180° - 54° = 126°$

2. 다음 그림의 $\angle AOB$ 의 내부의 한 점 P 에서 두 변 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라고 하였을 때, $\overline{QP} = \overline{RP}$ 이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle QPO = \triangle RPO$　　② $\overline{QO} = \overline{RO}$

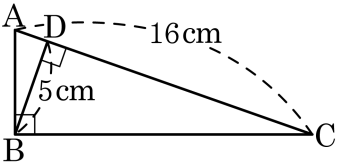
③ $\overline{QO} = \overline{PO}$　　④ $\angle OPQ = \angle OPR$

⑤ $\angle QOP = \angle ROP$

해설

각을 이루는 두 변에서 같은 거리에 있는 점은 그 각의 이등분선 위에 있다.
$\overline{QP} = \overline{RP}$ 이므로 $\overline{OP}$ 는 $\angle QOR$ 의 이등분선이다.
그러므로 $\overline{QO} \neq \overline{PO}$ 이다.

3. 다음 그림은 $\angle B$가 직각인 삼각형이다. $\triangle ABC$의 외접원의 반지름의 길이를 구하여라.

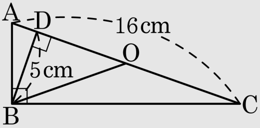


▶ **답:** ________ cm

▷ **정답:** 8 cm

해설

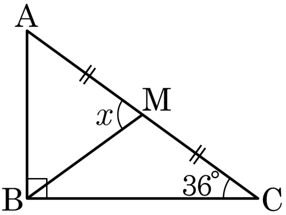
직각삼각형의 외심은 빗변의 중심을 지나므로 외심 O는 $\overline{AC}$의 중점이다.



외심에서 각 꼭짓점에 이르는 거리는 반지름으로 모두 같으므로 외접원의 반지름은

$$\overline{OA} = \overline{OC} = \overline{OB} = \frac{16}{2} = 8(\text{cm})$$

4. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 빗변 AC 의 중점은 M 이고 $\angle ACB = 36°$ 일 때 $\angle AMB$ 의 크기는?



① 62° ② 64° ③ 68° ④ 70° ⑤ 72°

해설

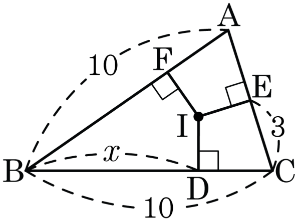
직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM} \cdots$ ㉠

따라서 $\triangle BMC$ 는 이등변삼각형이다.

$\angle MCB = \angle MBC = 36°$

$\angle AMB = \angle MCB + \angle MBC = 36° + 36° = 72°$

5. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. x의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 7

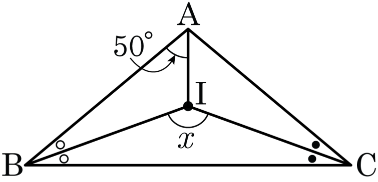
해설

점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로, $\overline{CE} = \overline{CD}$이다.

$\overline{BC} = x + \overline{CD}$

$\therefore \ x = 10 - 3 = 7$

6. 다음 그림에서 점 I는 $\angle B$와 $\angle C$의 내각의 이등분선의 교점이다. $\angle IAB = 50°$일 때, $\angle x$의 크기는?

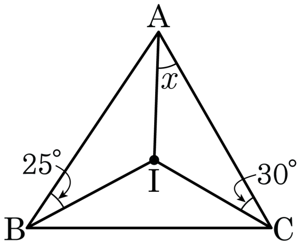


① 120° ② 130° ③ 140° ④ 150° ⑤ 160°

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로 $\angle IAB = \angle IAC$이므로 $\angle BAC = 100°$이다.
$\triangle ABC$의 내각의 크기의 합이 180°이므로
$\angle BAC + 2\bullet + 2\times = 180°$이다.
$\therefore \bullet + \times = 40°$
$\triangle IBC$의 내각의 크기의 합이 180°이므로
$\angle x + \bullet + \times = 180°$이다.
$\therefore\ \angle x = 140°$

7. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle x$값은 얼마인가?



① $30°$ ② $31°$ ③ $32°$ ④ $33°$ ⑤ $35°$

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.

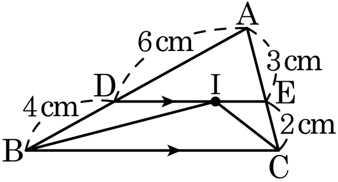
점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle IBC = \angle ABI = 25°$이다.

삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로 $\angle BIC = 180° - 30° - 25° = 125°$이다.

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$, $125° = 90° + \frac{1}{2}\angle A$, $\angle A = 70°$

$\therefore\ \angle x = \angle CAI = \frac{1}{2}\angle A = 35°$

8. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE}$ 와 $\overline{BC}$ 가 평행일 때, $\overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{DB} = 4\text{cm}$, $\overline{AE} = 3\text{cm}$, $\overline{EC} = 2\text{cm}$ 이다. $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는?

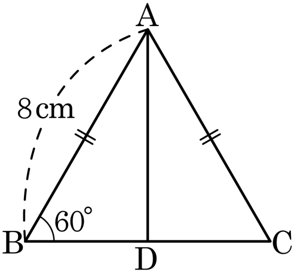


① 9cm　② 11cm　③ 13cm　④ 15cm　⑤ 17cm

해설

점 I 가 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때,
($\triangle ADE$ 의 둘레의 길이) $= \overline{AB} + \overline{AC}$
따라서 $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는 15cm 이다.

9. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = 8\text{cm}$ 이고, 점 A 에서 내린 수선과 $\overline{BC}$ 와의 교점을 D 라 하자.
$\angle ABC = 60°$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이는?

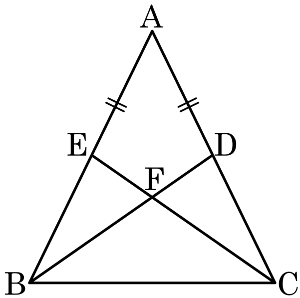


① 2cm ② 3cm ③ 4cm ④ 5cm ⑤ 6cm

해설

$\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC} = 8\text{cm}$ 인 이등변삼각형이므로
$\angle ABC = \angle ACB = 60°$
따라서 $\angle BAC = 60°$ 이므로
$\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.
$\overline{AD}$ 는 밑변 $\overline{BC}$ 를 수직이등분하므로
$\overline{BD} = \dfrac{1}{2} \times 8 = 4(\text{cm})$

10. 다음 그림과 같은 이등변삼각형ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{AE}$ 일 때, $\triangle FBC$ 는 어떤 삼각형인지 구하여라.

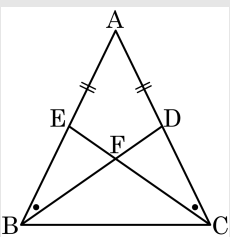


▶ 답 :

▷ 정답 : 이등변삼각형

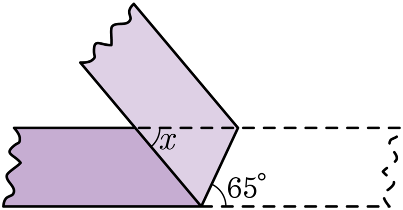
해설

다음 그림에서 $\triangle ADB \equiv \triangle AEC$ (SAS 합동 : $\overline{AD} = \overline{AE}$, $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle A$ 는 공통) 이므로 $\angle EBF = \angle DCF$ 이다.



따라서 $\angle FBC = \angle FCB$ 이므로 $\triangle FBC$ 는 이등변삼각형이다

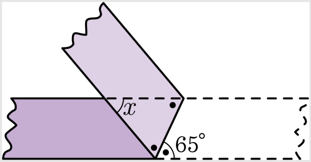
11. 종이 띠를 다음 그림과 같이 접었을 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① $40°$ ② $50°$ ③ $60°$ ④ $65°$ ⑤ $67°$

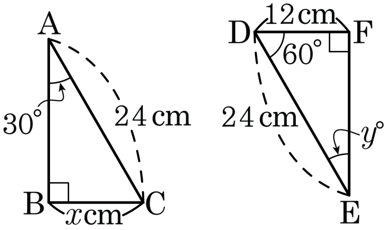
해설

다음 그림과 같이 겹친 부분과 엇각의 크기는 모두 같으므로 이등변삼각형이 된다.



따라서 $\angle x = 180° - 65° \times 2 = 50°$

12. 두 직각삼각형 ABC, DEF 가 다음 그림과 같을 때, $x+y$ 의 값은?



① 12 ② 36 ③ 42 ④ 48 ⑤ 60

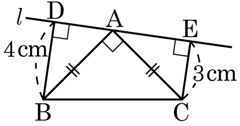
해설

$\triangle$ABC, $\triangle$EFD 는 RHA 합동 이므로

$\overline{BC} = \overline{FD} = 12\text{cm} = x\text{cm}$, $\angle y = \angle CAB = 30°$

$\therefore x+y = 12+30 = 42$

13. 다음 그림은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 꼭짓점 A 를 지나는 직선 l 위에 점 B, C 에서 각각 수선 $\overline{BD}$, $\overline{CE}$ 를 그은 것이다. $\overline{DE}$ 의 길이는?

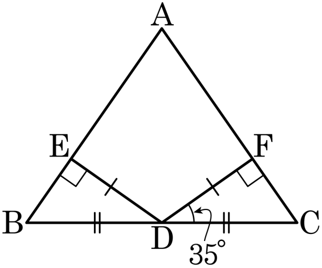


① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle CAE$ 에서 $\angle BDA = \angle AEC = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{CA}$ 이고
$\triangle ABD$ 에서 $\angle DBA + \angle BAD = 90^\circ$ 이고
$\angle BAD + \angle CAE = 90^\circ$ 이므로 $\angle DBA = \angle CAE$
$\therefore \triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동)
$\overline{BD} = \overline{AE}, \overline{DA} = \overline{EC}$ 이므로
$\therefore \overline{DE} = \overline{DB} + \overline{EC} = 4 + 3 = 7(\text{cm})$

14. 다음 $\triangle ABC$에서 점 D는 $\overline{BC}$의 중점이고, 점 D에서 $\overline{AB}$와 $\overline{AC}$에 내린 수선을 $\overline{ED}$, $\overline{FD}$라 하고 그 길이가 같을 때, $\angle A$의 크기를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad\qquad\quad ^{\circ}}$

▷ 정답: $70\,\underline{^{\circ}}$

해설

$\triangle EBD$와 $\triangle FCD$에서 $\angle BED = \angle CFD = 90°$

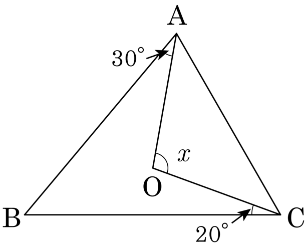
$\overline{ED} = \overline{FD}$, $\overline{BD} = \overline{CD}$

$\therefore\ \triangle EBD \equiv\ FCD$ (RHS 합동)

$\angle B = \angle C = 90° - 35° = 55°$

$\angle A = 180° - 55° \times 2 = 70°$

15. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심일 때, $\angle AOC$의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

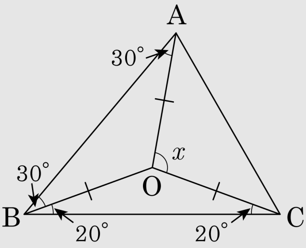
▷ 정답 : $100°$

해설

점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로 점 B와 연결하면

$\overline{OA} = \overline{OB}$이므로 $\angle ABO = \angle BAO = 30°$

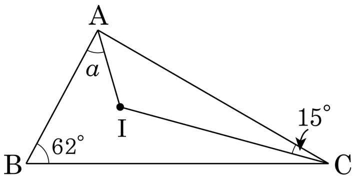
$\overline{OB} = \overline{OC}$이므로 $\angle OBC = \angle OCB = 20°$



따라서 $\angle ABC = 30° + 20° = 50°$

$\therefore\ \angle AOC = 2\angle ABC = 2 \times 50° = 100°$

16. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다.
$\angle B = 62°$, $\angle ACI = 15°$일 때, $\angle a$의 크기를 구하여라.

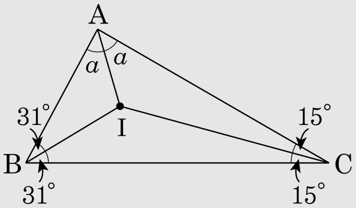


▶ 답 : °

▷ 정답 : 44°

해설

그림과 같이 내심과 점 B를 연결하면



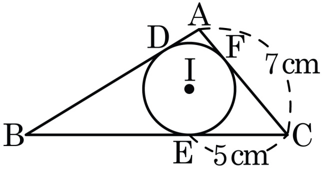
$\angle ABI = \angle CBI = \frac{1}{2} \times 62° = 31°$

$\angle ACI = \angle BCI = 15°$

따라서 $\angle a + 31° + 15° = 90°$이므로

$\angle a = 44°$

17. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : 2 cm

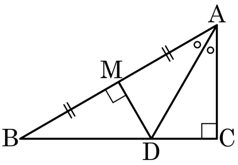
해설

점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{CE} = 5 = \overline{CF}$ 이므로 $\overline{AF} = 7 - 5 = 2 = \overline{AD}$ 이다.

$\therefore \overline{AD} = 2(\text{cm})$

18. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$인 $\triangle ABC$에서 $\angle A$의 이등분선과 $\overline{AB}$의 수직이등분선이 $\overline{BC}$ 위의 점 D에서 만날 때, $\angle B$의 크기를 구하여라.



▶ **답 :** _____ °

▷ **정답 :** 30 °

해설

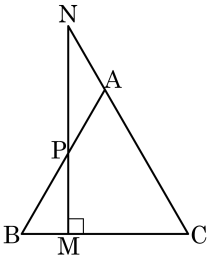
$\triangle ACD \equiv \triangle AMD$ (RHA 합동), $\triangle AMD \equiv \triangle BMD$ (SAS 합동)이므로 $\angle B = \angle MAD$이다.

$\angle B + \angle A = 90°$이고

$\angle A = 2\angle MAD = 2\angle B$이므로

$3\angle B = 90°$, 따라서 $\angle B = 30°$이다.

19. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 변 AB 위에 점 P 를 잡아 P 를 지나면서 $\overline{BC}$ 에 수직인 직선이 변 BC , 변 CA 의 연장선과 만나는 점을 각각 M, N 이라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면? (정답 2개)



① $\overline{AP}=\overline{BP}$

② $\overline{AP}=\overline{AN}$

③ $\angle BAC = 2\angle ANP$

④ $\angle ANP = \angle APN = \angle BPM$

⑤ $\triangle NCM \equiv \triangle PBM$

해설

$\angle C = \angle x$ 라고 하면 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle C = \angle B = \angle x$,$\angle BAC = 180° - 2\angle x$

$\triangle BPM$ 에서 $\angle BPM = 90° - \angle x$ 또 $\angle BPM = \angle APN$ (맞꼭지각)

$\triangle APN$ 에서 $\angle BAC = \angle APN + \angle ANP$ 이므로

$180° - 2\angle x = (90° - \angle x) + \angle ANP$

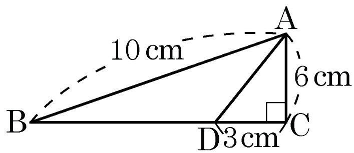
$\angle ANP = 90° - \angle x$

$\therefore \angle ANP = \angle BPM = \angle APN$, $\angle BAC = 2\angle ANP$

$\triangle APN$ 에서 두 각의 크기가 같으므로 이등변삼각형

$\therefore \overline{AP}=\overline{AN}$

20. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 이고 변 AB, AC 의 길이가 각각 10cm, 6cm 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 D 라 한다. 선분 DC 의 길이가 3cm 일 때, 선분 BD 의 길이를 구하여라.



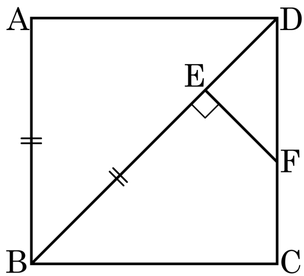
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 5 cm

해설

점 D 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 F 라 하면
$\triangle AFD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
$\angle AFD = \angle ACD = 90°$, $\overline{AD}$ 는 공통
$\angle FAD = \angle CAD$
이므로 $\triangle AFD \equiv \triangle ACD$ (RHA 합동)
$\therefore \ \overline{DF} = \overline{DC} = 3\text{cm}$
따라서 삼각형 ABD 의 넓이는
$\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{DF} = \frac{1}{2} \times \overline{BD} \times \overline{AC}$
$\frac{1}{2} \times 10 \times 3 = \frac{1}{2} \times \overline{BD} \times 6$
$\therefore \ \overline{BD} = 5 \ (\text{cm})$

21. 다음 그림과 같이 한 변이 3 인 정사각형 ABCD가 있다. 대각선 BD 위에 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BE}}$ 가 되도록 점 E 를 잡고, E 를 지나 $\overline{BD}$ 에 수직인 직선이 $\overline{\mathrm{CD}}$ 와 만나는 점을 F 라 할 때, $3\overline{\mathrm{DF}}+\overline{\mathrm{DE}}+\overline{\mathrm{EF}}+\overline{\mathrm{CF}}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 9

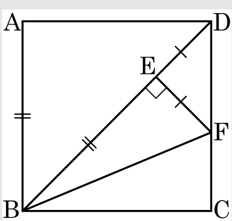
해설

$\angle\mathrm{EDF} = \angle\mathrm{EFD} = 45°$ 이므로 $\overline{\mathrm{DE}} = \overline{\mathrm{EF}}$ ⋯ ①,

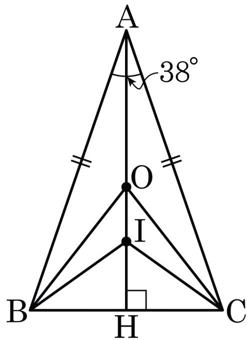
$\triangle\mathrm{BEF} \equiv \triangle\mathrm{BCF}$(RHS합동) 이므로 $\overline{\mathrm{EF}} = \overline{\mathrm{CF}}$ ⋯ ②

$\overline{\mathrm{DE}} = \overline{\mathrm{EF}} = \overline{\mathrm{CF}}$

$\therefore 3\overline{\mathrm{DF}} + \overline{\mathrm{DE}} + \overline{\mathrm{EF}} + \overline{\mathrm{CF}} = 3\overline{\mathrm{DF}} + 3\overline{\mathrm{CF}} = 9$



22. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 38°$ 일 때, $\angle OBI$ 의 크기는?



① $13°$ ② $\frac{29}{2}°$ ③ $\frac{33}{2}°$ ④ $16°$ ⑤ $17°$

해설

$\angle BOC = 2 \times \angle BAC = 2 \times 38° = 76°$

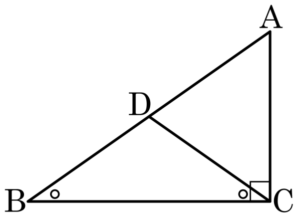
$\therefore \angle OBC = 52°$

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC = 109°$,

$\angle IBH = \frac{1}{2} \times \angle ABC = \frac{71}{2}°$

$\angle x = \angle OBI = \angle OBC - \angle IBH = 52° - \frac{71}{2}° = \frac{33}{2}°$

23. 다음은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 위의 $\angle B = \angle BCD$ 가 되도록 점 D 를 잡으면 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 임을 증명하는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것을 순서대로 써 넣은 것은?



$\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 $\boxed{\quad\quad}$이다. 따라서 $\overline{BD} = \boxed{\quad}$ 이다. 삼각형 ABC 에서 $\angle A + \angle B + 90° = 180°$ 이므로 $\angle A = 90° - \angle B$ 이다. $\angle ACD + \boxed{\quad\quad} = \angle ABC$ 에서 $\angle ACB$ 가 $90°$ 이므로 $\angle ACD = 90° - \angle BCD$ 이다. 그런데 $\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\angle A = \boxed{\quad\quad}$ 이다. 따라서 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다. $\therefore \overline{BD} = \boxed{\quad\quad} = \overline{AD}$ 이다.

① 이등변삼각형, $\overline{AD}$, $\angle BCD$, $\angle BCD$, $\overline{BC}$

② 이등변삼각형, $\overline{CD}$, $\angle BCD$, $\angle ACD$, $\overline{CD}$

③ 이등변삼각형, $\overline{AD}$, $\angle ACD$, $\angle ACD$, $\overline{AC}$

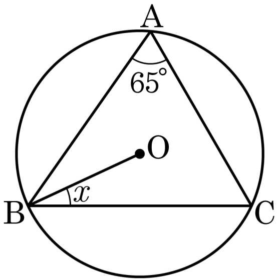
④ 직각삼각형, $\overline{CD}$, $\angle ACD$, $\angle BCD$, $\overline{AC}$

⑤ 직각삼각형, $\overline{AD}$, $\angle BCD$, $\angle ACD$, $\overline{BC}$

해설

$\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이다. 따라서 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이다.
삼각형 ABC 에서 $\angle A + \angle B + 90° = 180°$ 이므로 $\angle A = 90° - \angle B$ 이다.
$\angle ACD + \angle BCD = \angle ACB$ 에서 $\angle ACB$ 가 $90°$ 이므로 $\angle ACD = 90° - \angle BCD$ 이다.
그런데 $\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\angle A = \angle ACD$ 이다. 따라서 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.
$\therefore \overline{BD} = \overline{CD} = \overline{AD}$ 이다.

24. 다음 그림에서 원 O가 $\triangle ABC$에 외접할 때, $\angle A = 65°$이다. $\angle OBC$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ________ °

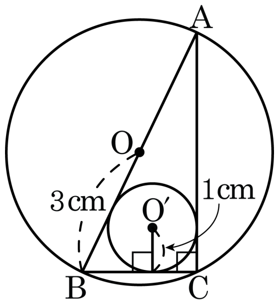
▷ 정답 : 25°

해설

$\angle BOC = 130°$이고, $\triangle BOC$는 이등변삼각형이므로

$\angle x = \frac{1}{2}(180° - 130°) = 25°$

25. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AB}}$ 는 원O 의 지름이고, 원O는 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 외접원, 원O′ 은 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 내접원이다. 두 원 O, O′ 의 반지름의 길이가 각각 3cm, 1cm 일 때, $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 넓이는?



① $6\mathrm{cm}^2$　　② $7\mathrm{cm}^2$　　③ $8\mathrm{cm}^2$

④ $9\mathrm{cm}^2$　　⑤ $10\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{\mathrm{AB}}$ 가 원O 의 지름이므로

$\triangle\mathrm{ABC}$ 는 $\angle\mathrm{C} = 90°$ 인 직각삼각형이다.

$\triangle\mathrm{ABC}$ 의 내접원O′ 과 $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{CA}}$ 의 접점을 각각 D, E, F 라 하고, $\overline{\mathrm{BC}} = a(\mathrm{cm})$, $\overline{\mathrm{AC}} = b(\mathrm{cm})$ 라 하면

$\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{BD}} = a - 1(\mathrm{cm})$, $\overline{\mathrm{AF}} = \overline{\mathrm{AD}} = b - 1(\mathrm{cm})$

따라서 $\overline{\mathrm{AB}} = a - 1 + b - 1 = 6$ 이므로. $a + b = 8$

$\therefore \triangle\mathrm{ABC} = \dfrac{1}{2} \times 1 \times (a + b + 6) = \dfrac{1}{2}(8 + 6) = 7(\mathrm{cm}^2)$