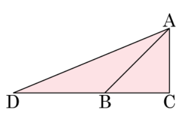
1. 다음 그림에서 삼각형 ABC 는 직각이등변삼각형이고 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BD}}$ 일 때, $\tan 22.5°$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

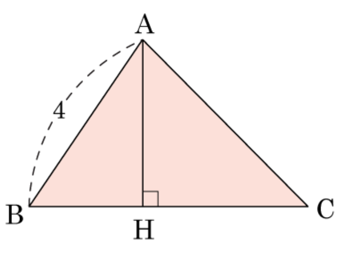
▷ 정답 : $\sqrt{2} - 1$

해설

삼각형 ABC 는 직각이등변삼각형이고 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BD}}$ 이므로 삼각형 ABD 는 $\angle\mathrm{BAD} = \angle\mathrm{BDA} = 22.5°$ 인 이등변삼각형이다.
변 AC 의 길이를 a 라 하면 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BD}} = \sqrt{2}a$

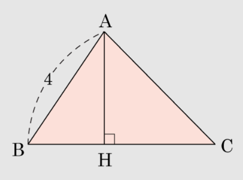
따라서 $\tan 22.5° = \dfrac{\overline{\mathrm{AC}}}{\overline{\mathrm{CD}}} = \dfrac{a}{a + \sqrt{2}a} = \sqrt{2} - 1$ 이다.

2. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 4$, $\sin B = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin C = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 일 때, $\overline{HC}$ 의 길이를 제곱한 값은?



① 6 ② 9 ③ 12 ④ 18 ⑤ 24

해설



$\sin B = \frac{\overline{AH}}{\overline{AB}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이므로 $\frac{\overline{AH}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이다.

$\therefore \overline{AH} = 2\sqrt{3},\ \overline{BH} = \sqrt{4^2 - (2\sqrt{3})^2} = 2$

$\sin C = \frac{\overline{AH}}{\overline{AC}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 이므로 $\frac{2\sqrt{3}}{\overline{AC}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 이다.

$\therefore \overline{AC} = 6,\ \overline{HC} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{6}$

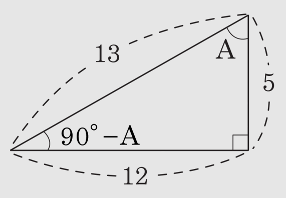
$\therefore \overline{HC}^2 = 24$

3. $\sin(90^\circ - A) = \frac{5}{13}$ 일 때, $\tan A$ 의 값은? (단, $0^\circ < A < 90^\circ$)

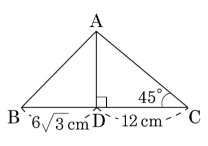
① $\frac{9}{5}$ ② $\frac{12}{5}$ ③ $\frac{13}{5}$ ④ $\frac{13}{12}$ ⑤ 3

해설

$\tan A = \frac{12}{5}$



4. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC 에서 $\tan B$ 의 크기는?

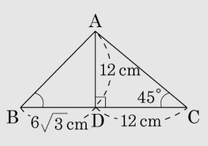


.

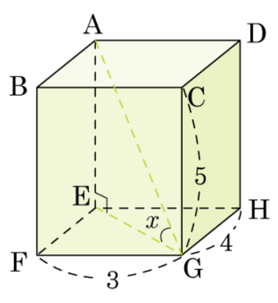
① $\frac{1}{3}\sqrt{2}$ ② $\frac{2}{3}\sqrt{2}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ④ $\frac{2}{3}\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{3}$

해설

$\tan B = \frac{12}{6\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$



5. 다음 그림과 같은 직육면체에서 $\angle \mathrm{AGE}$ 의 크기를 x 라 할 때, $\sin x + \cos x$ 의 값이 $\sqrt{a}$ 이다. a 의 값을 구하시오.



▶ 답 :

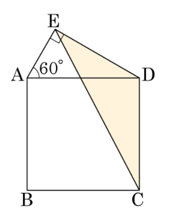
▷ 정답 : 2

해설

$\overline{\mathrm{EG}} = 5$, $\overline{\mathrm{AG}} = 5\sqrt{2}$, $\overline{\mathrm{AE}} = 5$ 이므로

$\sin x + \cos x = \dfrac{5}{5\sqrt{2}} + \dfrac{5}{5\sqrt{2}} = \sqrt{2}$ 이다.

6. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이고, $\angle \mathrm{EAD} = 60^\circ$ 이다. 색칠한 부분의 넓이가 $24\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

$\angle \mathrm{EDA} = 30^\circ$

$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{DC}} = x$ 라 하면

$\overline{\mathrm{ED}} = \overline{\mathrm{AD}} \times \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}x$

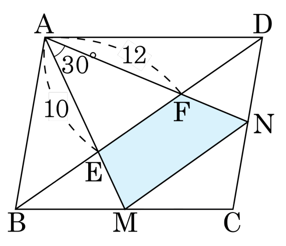
$\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{AD}} \times \cos 60^\circ = \frac{1}{2}x$

(색칠한 부분의 넓이)$= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}x^2 \times \sin(120^\circ) = 24$

$\frac{3}{8}x^2 = 24$

$\therefore x = 8(\,\mathrm{cm})$

7. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 두 변 BC, CD 의 중점을 각각 M, N 이라 하고 $\overline{AM}$, $\overline{AN}$ 과 대각선 BD 와의 교점을 E, F 라 하자. $\overline{AE} = 10$, $\overline{AF} = 12$, $\angle EAF = 30°$ 일 때, □EMNF 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

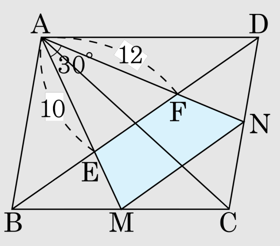
▷ 정답 : $\frac{75}{2}$

해설

점 E 와 F 는 △ABC 와 △ACD 의 무게중심이므로

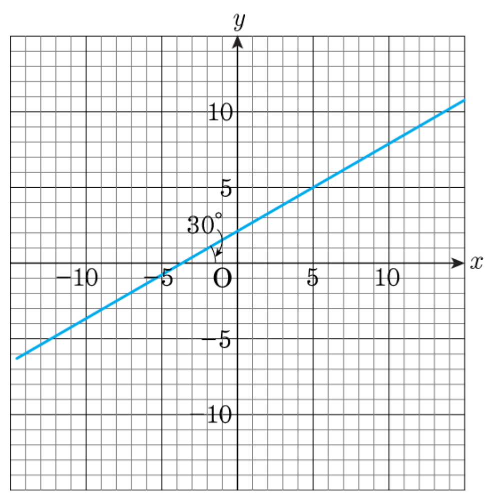
$\overline{AM} = 10 \times \frac{3}{2} = 15$

$\overline{AN} = 12 \times \frac{3}{2} = 18$



$$\square EMNF = \triangle AMN - \triangle AEF$$
$$= \frac{1}{2} \times 15 \times 18 \times \sin 30°$$
$$- \frac{1}{2} \times 10 \times 12 \times \sin 30°$$
$$= \frac{75}{2}$$

8. 다음 그림과 같이 y절편이 2이고, 직선과 x축이 이루는 각의 크기가 $30°$인 직선의 방정식을 구한 것으로 옳은 것은?



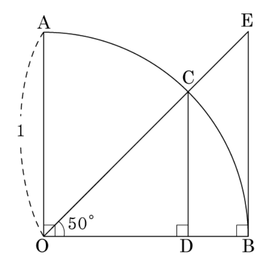
① $y = x + 2$　② $y = \dfrac{\sqrt{3}}{3}x + 2$　③ $y = 2x + 1$

④ $y = \sqrt{3}x + 2$　⑤ $y = \dfrac{\sqrt{3}}{2}x + 1$

해설

기울기 $= \tan 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ 이고 y절편이 2이므로 $y = \dfrac{\sqrt{3}}{3}x + 2$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 사분원에서 $\angle \mathrm{COD} = 50°$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

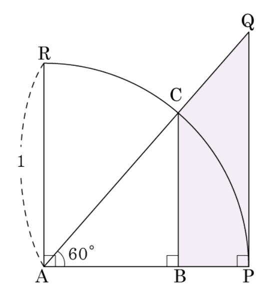


① $\sin 50° = \overline{\mathrm{CD}}$　② $\cos 50° = \overline{\mathrm{OD}}$　③ $\tan 50° = \overline{\mathrm{CD}}$
④ $\cos 40° = \overline{\mathrm{CD}}$　⑤ $\sin 40° = \overline{\mathrm{OD}}$

해설

③$\tan 50° = \dfrac{\overline{\mathrm{BE}}}{\overline{\mathrm{OB}}} = \dfrac{\overline{\mathrm{BE}}}{1} = \overline{\mathrm{BE}}$

10. 다음 그림의 부채꼴 APR는 반지름의 길이가 1 이고 중심각의 크기가 90° 이다. 빗금친 부분의 넓이는?



① $\frac{\sqrt{3}}{8}$　② $\frac{\sqrt{3}}{4}$　③ $\frac{3\sqrt{3}}{8}$　④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$　⑤ $\frac{5\sqrt{3}}{8}$

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = 1, \angle A = 60°$ 이므로 $\overline{AB} = \cos 60° = \frac{1}{2}$,

$\overline{BC} = \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\triangle APQ$ 에서 $\overline{AP} = 1, \angle A = 60°$ 이므로 $\overline{AQ} = \frac{1}{\cos 60°} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$

, $\overline{PQ} = \tan 60° = \sqrt{3}$

(빗금친 부분의 넓이)= $\triangle APQ$ 의 넓이-$\triangle ABC$ 의 넓이

$\triangle APQ$ 의 넓이$= \frac{1}{2} \times (1 \times \sqrt{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\triangle ABC$ 의 넓이$= \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{8}$

$\therefore$ (빗금친 부분의 넓이)$= \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{8} = \frac{3\sqrt{3}}{8}$

11. 다음 중 옳지 않은 것을 골라라. (단, $0° \le A \le 90°$)

㉠ A 값이 커지면 sinA 의 값도 커진다. ㉡ A 값이 커지면 $\cos A$ 의 값은 작아진다. ㉢ A 값이 커지면 $\tan A$ 의 값도 커진다. ㉣ sinA 의 최솟값은 0 , 최댓값은 1 이다. ㉤ $\tan A$ 의 최솟값은 0 , 최댓값은 1 이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

㉤ $\tan A$ 의 최솟값은 $\tan 0° = 0$ 이지만 $\tan 90°$ 의 값은 정할 수 없으므로 $\tan A$ 의 최댓값은 알 수 없다.

12. $\sin(3x-30°)=\frac{\sqrt{3}}{2}$ 을 만족시키는 x 의 값을 구하여라. (단, $0° \le x \le 90°$)

▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}$ °

▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}$ °

▷ 정답 : 30°

▷ 정답 : 50°

해설

$\sin(3x-30°)=\frac{\sqrt{3}}{2}=\sin 60°=\sin 120°$

$3x-30°=60°, 3x-30°=120°$

$\therefore x=30°, 50°$

13. $\tan(x+15°)=1$ 일 때, $\sin x+\cos x$ 의 값은? (단, $0°<x<90°$)

① $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② 1 ③ $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$
④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$

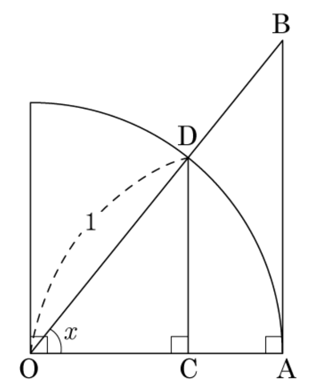
해설

$\tan 45° = 1$ 이므로 $x+15°=45°$, $x=30°$

$\sin 30° = \frac{1}{2},\ \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore\ \sin 30° + \cos 30° = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$

14. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 사분원에서 $\overline{OC} = 0.59$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하면?



각도	사인	코사인	탄젠트
53°	0.80	0.60	1.33
54°	0.81	0.59	1.38
55°	0.82	0.57	1.43
56°	0.83	0.56	1.48

① 0.57 ② 1.38 ③ 0.59 ④ 0.82 ⑤ 0.81

해설

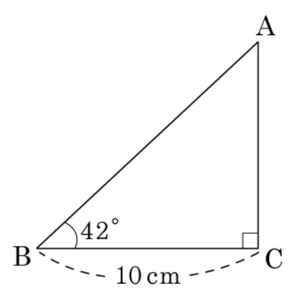
$\cos x° = \frac{\overline{OC}}{\overline{OD}} = \frac{\overline{OC}}{1}$, $\overline{OC} = 0.59$ 이므로

$x° = 54°$

$\sin 54° = \frac{\overline{CD}}{\overline{OD}} = \frac{\overline{CD}}{1} = 0.81$ 이므로

$\therefore \overline{CD} = 0.81$

15. 다음 그림에서 $\triangle$ABC 의 넓이를 구하면?



〈삼각비의 표〉

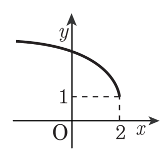
x	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$
42°	0.66	0.74	0.90
43°	0.68	0.73	0.93
44°	0.69	0.72	0.97

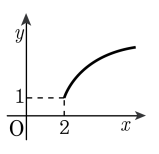
① $33\,\text{cm}^2$ ② $37\,\text{cm}^2$ ③ $45\,\text{cm}^2$
④ $72\,\text{cm}^2$ ⑤ $90\,\text{cm}^2$

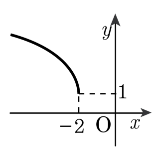
해설

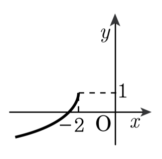
$\overline{\text{AC}} = x$라 하면
$\angle\text{B} = 42°$ 이므로 $x = 10 \times \tan 42° = 10 \times 0.9 = 9$
따라서 $\triangle$ABC 의 넓이는 $10 \times 9 \times \frac{1}{2} = 45(\text{cm}^2)$ 이다.

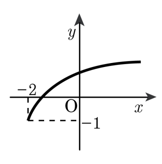
16. 함수 $y = 2\sqrt{-3x+6}+1$ 의 그래프는?

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

$y = 2\sqrt{-3(x-2)}+1$

$\Rightarrow$ 꼭짓점 : $(2, 1)$

정의역 : $x \le 2$, 치역 : $y \ge 1$

17. 함수 $y = \sqrt{2x-4} + b$ 의 정의역이 $\{ x \mid x \geq a \}$이고, 치역이 $\{ y \mid y \geq -3 \}$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 ab의 값은?

① -6　② -3　③ 1　④ 3　⑤ 6

해설

$2x - 4 \geq 0$ 에서 $2x \geq 4$

$\therefore\ x \geq 2$

주어진 함수의 정의역이 $\{ x \mid x \geq 2 \}$ 이므로

$a = 2$

함수 $y = \sqrt{2x-4} + b$ 의 치역은 $\{ y \mid y \geq b \}$ 이므로 $b = -3$

$\therefore\ ab = -6$

18. $y = \sqrt{4x-12}+5$ 의 그래프는 함수 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축으로 a, y 축으로 b만큼 평행이동한 것이다.$a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$y = 2\sqrt{x-3}+5$ 이므로,
이것은 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를
x 축 방향으로 3만큼,
y 축 방향으로 5만큼 평행이동한
그래프의 함수이다.
즉, $a = 3,\ b = 5$
$\therefore\ a+b = 8$

19. 함수 $y=\sqrt{3x+6}+1$ 의 그래프가 지나는 모든 사분면은?

① 제 1 , 2 사분면 ② 제 1 , 3 사분면

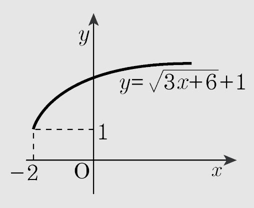
③ 제 1 , 4 사분면 ④ 제 1 , 2 , 3 사분면

⑤ 제 1 , 3 , 4 사분면

해설

$y=\sqrt{3x+6}+1=\sqrt{3(x+2)}+1$

주어진 함수의 그래프는 $y=\sqrt{3x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.



따라서 $y=\sqrt{3x+6}+1$ 의 그래프는 제 1 , 2 사분면을 지난다.

20. 무리함수 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$ 이다.

② 치역은 $\{y \mid y \geq 0\}$ 이다.

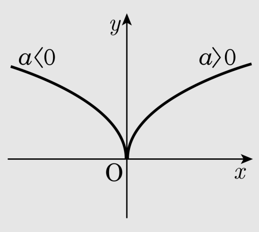
③ $y = -\sqrt{ax}$ 와 x 축에 대하여 대칭이다.

④ $y = \sqrt{-ax}$ 와 y 축에 대하여 대칭이다.

⑤ $a > 0$ 이면 원점과 제 1사분면을 지난다.

해설

$a > 0$ 일 때와 $a < 0$ 일 때의 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.



그림에서 ②,③,④,⑤는 참임을 알 수있다.
그러나 $a > 0$ 일 때의 정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$
$a < 0$ 일 때의 정의역은 $\{x \mid x \leq 0\}$ 이므로 ①은 틀린 것이다.

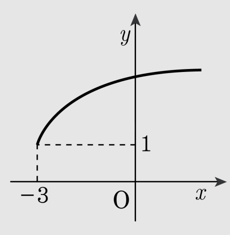
21. 함수 $y = \sqrt{2x+6}+1$ 의 그래프의 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것을 나열하면?

㉠ $y = \sqrt{2x}$를 평행이동한 것이다.
㉡ $y = \sqrt{2x}$를 대칭이동한 것이다.
㉢ 정의역 : $\{x \mid x \geq 3$인 실수$\}$
㉣ 치역 : $\{y \mid y \geq 1$인 실수$\}$

① ㉡, ㉣　② ㉠, ㉡　③ ㉠, ㉢　④ ㉡, ㉢　⑤ ㉠, ㉣

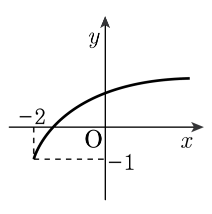
해설

$y = \sqrt{2(x+3)}+1$의 그래프는 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이므로 다음 그림과 같다.



㉠ $y = \sqrt{2x}$의 그래프를 x 축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한
것이다.
∴ 참
㉡ $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 평행이동한 것이다.
∴ 거짓
㉢ 정의역은 $\{x \mid x \geq -3$인 실수$\}$이다.
∴ 거짓
㉣ 치역은 $\{y \mid y \geq 1$인 실수$\}$이다.
∴ 참

22. 다음 그래프는 $y = \sqrt{x}$ 의 그래프를 평행 이동한 것이다. 이 그래프의 함수는?



① $y = \sqrt{x-2}+1$

② $y = \sqrt{x-2}-1$

③ $y = \sqrt{x+2}+1$

④ $y = \sqrt{x+2}-1$

⑤ $y = -\sqrt{x-2}-1$

해설

x축으로 -2만큼
y축으로 -1만큼 평행이동했으므로
x 대신 $x+2$, y 대신 $y+1$을 대입하면
$y = \sqrt{x+2}-1$

23. 무리함수 $y = \sqrt{2x+3}$ 의 그래프가 직선 $y = x + k$ 와 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 실수 k 의 값의 범위를 구하면?

① $\frac{3}{2} < k < 2$　② $\frac{3}{2} \le k < 2$　③ $\frac{3}{2} \le k \le 2$
④ $\frac{3}{2} < k \le 2$　⑤ $1 \le k < 2$

해설

(i) 두 그래프가 접할 때, $\sqrt{2x+3} = x + k$의 양변을 제곱하여 정리하면

$x^2 + 2(k-1)x + k^2 - 3 = 0$

이것이 중근을 가지므로

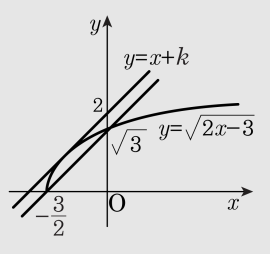
$\frac{D}{4} = (k-1)^2 - (k^2-3) = -2k + 4 = 0$

$\therefore\ k = 2$

(ii) 직선 $y = x + k$가 점 $\left(-\frac{3}{2},\ 0\right)$을 지날때

$0 = -\frac{3}{2} + k$

$\therefore\ k = \frac{3}{2}$



(i), (ii)와 위의 그림으로부터 두 그래프가 서로 다른 두 점에서 만날 k 값의 범위는

$\frac{3}{2} \le k < 2$

24. 함수 $y = \sqrt{x-1} + 2$ 의 역함수를 $g(x)$라 할 때 $g(3)$의 값은?

① 3　　② 2　　③ 0

④ $2 + \sqrt{2}$　　⑤ 4

해설

$y = \sqrt{x-1} + 2$에서

$y - 2 = \sqrt{x-1}$ 이 식의 양변을 제곱하면

$y^2 - 4y + 4 = x - 1$

$x = y^2 - 4y + 4 + 1$

따라서 $g(x) = x^2 - 4x + 5\ (x \geq 2)$이므로

$g(3) = 3^2 - 4 \cdot 3 + 5 = 9 - 12 + 5 = 2$

25. 무리함수 $y=-\sqrt{1-x}+2$의 역함수는?

① $y=(x-2)^2+1(x \le 2)$ ② $y=(x-2)^2-1(x \le 2)$

③ $y=-(x-2)^2+1(x \le 2)$ ④ $y=-(x-2)^2-1(x \le 2)$

⑤ $y=-(x+2)^2+1(x \le 2)$

해설

$y=-\sqrt{1-x}+2$에서 $1-x \ge 0$이므로 $x \le 1$

$y-2=-\sqrt{1-x} \le 0$이므로 $y \le 2$

$1-x=(y-2)^2,\ x=-(y-2)^2+1$

$x,\ y$를 바꾸면 구하는 역함수는

$\therefore y=-(x-2)^2+1(x \le 2)$