1. 5^2 에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

① 10 과 같다. ② 5 의 제곱이다. ③ 지수는 5 이다.
④ 밑은 2 이다. ⑤ 2^5 보다 크다.

해설

① $5^2 = 5 \times 5 = 25$ 이므로 10 과 같지 않다.
③ 지수는 2 이다.
④ 밑은 5 이다.
⑤ $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ 이므로 5^2 은 2^5 보다 작다.

2. 다음 보기 중 소수를 모두 찾아 기호로 써라.

보기

㉠ 5 ㉡ 9 ㉢ 11 ㉣ 15 ㉤ 49

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

해설

주어진 수에서 5 , 11 은 소수이고 나머지는 모두 합성수이다.

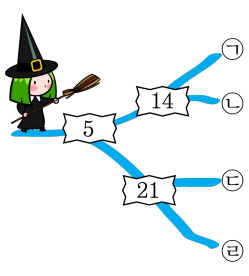
3. 다음 자연수 중 소수가 아닌 것을 모두 고르면?

① 1 ② 2 ③ 5 ④ 7 ⑤ 14

해설

① 1 은 소수도 합성수도 아니다.
⑤ 14 는 합성수이다.

4. 다음은 온라인 수학 게임의 한 장면을 나타낸 것이다. 마법사는 길을 따라 가다가 갈림길에 주어진 수가 소수이면 오른쪽 소수가 아니면 왼쪽 길을 선택한다. 마법사의 최종 도착지는 ㉠ ~ ㉣ 중 어디인지 말하여라.

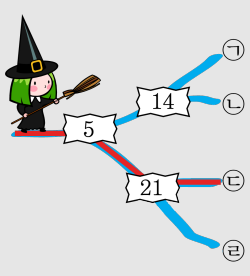


▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

5 는 소수이므로 첫 갈림길에서 오른쪽 길로 간다. 그 다음 21 은 소수가 아니므로 두 번째 갈림길에서는 왼쪽으로 간다. 따라서 최종 도착지는 ㉢이 된다.



5. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

① 161 은 소수가 아니다.

② 모든 자연수는 약수가 2 개 이상이다.

③ 1 은 소수도 아니고 합성수도 아니다.

④ 25 이하의 소수의 개수는 10 개이다.

⑤ 소수는 약수가 2 개뿐이다.

해설

② 자연수 1 은 약수가 1 개이다.
④ 25 이하의 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 이다.

6. 다음 설명 중 옳은 것은?

① 소수는 약수의 개수가 2 개이다.

② 소수는 모두 홀수이다.

③ 가장 작은 소수는 1 이다.

④ 모든 자연수는 약수의 개수가 2 개 이상이다.

⑤ 자연수에는 소수와 합성수가 있다.

해설

② 2 는 유일한 짝수인 소수이다.
③ 가장 작은 소수는 2 이다. 1 은 소수가 아니다.
④ 1 은 약수의 개수가 1 개이다.
⑤ 자연수에는 소수와 합성수 그리고 1 이 있다.

7. 40 을 소인수분해하면?

① 1×40 ② 2×20 ③ $2^2 \times 10$

④ $2^3 \times 5$ ⑤ 8×5

해설

40 을 소인수분해하면 다음과 같다. $40 = 2^3 \times 5$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 40 \\ 2 & 20 \\ 2 & 10 \\ & 5 \end{array}$$

8. 7200 을 소인수분해 했을 때, 소인수들의 곱은?

① 18 ② 30 ③ 45 ④ 60 ⑤ 72

해설

$7200 = 2^5 \times 3^2 \times 5^2$

$\therefore 2 \times 3 \times 5 = 30$

9. 다음 중 2^7 과 약수의 개수가 같은 것은?

① $2^3 \times 3^4$ ② $2^2 \times 7^5$ ③ $3^2 \times 5 \times 7$

④ $3^3 \times 7$ ⑤ 8

해설

2^7 과 약수의 개수는 $7+1=8$ (개)이고, 각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $(3+1) \times (4+1) = 20$ (개)

② $(2+1) \times (5+1) = 18$ (개)

③ $(2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 12$ (개)

④ $(3+1) \times (1+1) = 8$ (개)

⑤ 8을 소인수분해하면 $8 = 2^3$ 이므로 약수의 개수는 $3+1=4$ (개)이다.

10. 다음 수 중에서 약수가 가장 많은 수를 써라.

36 48 64 120

▶ 답 :

▷ 정답 : 120

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$ 이므로 $(2+1) \times (2+1) = 9$(개)
$48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $(4+1) \times (1+1) = 10$(개)
$64 = 2^6$ 이므로 $6+1 = 7$(개)
$120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 이므로 $(3+1) \times (1+1) \times (1+1) = 16$(개)

11. 다음 중 두 수가 서로소가 아닌 것은?

① 2, 7　② 3, 8　③ 4, 17　④ 10, 15　⑤ 11, 21

해설

④ 10 과 15 의 최대공약수는 5 이므로 두 수는 서로소가 아니다.

12. 세 자연수 8, 12, 16 의 최대공약수는?

① 2　　② 4　　③ 6　　④ 8　　⑤ 9

해설

$$\begin{array}{r|lll} 2 & 8 & 12 & 16 \\ \hline 2 & 4 & 6 & 8 \\ \hline & 2 & 3 & 4 \end{array}$$

8, 12, 16 의 최대공약수는 $2 \times 2 = 4$

13. 5와 6의 최소공배수가 30이다. 5와 6의 공배수가 아닌 것은?

① 10 ② 30 ③ 60 ④ 90 ⑤ 120

해설

두 수의 공배수중 가장 작은 수는 최소공배수이다. 최소공배수가 30 일 때, 공배수는 최소공배수의 배수이므로 $30, 60, 90, \cdots$ 이다.

14. 유나네 집 앞 아이스크림 가게의 네온사인은 10 초마다, 피시방의 네온사인은 8 초마다 불이 켜진다. 두 가게가 같은 시각에 네온사인의 불이 켜진다면 몇 초마다 동시에 불이 켜지는지 구하여라.

▶ 답 : 초

▷ 정답 : 40 초

해설

10 과 8 의 최소공배수는 40 이므로 두 가게의 네온사인은 40 초마다 동시에 불이 켜진다.

15. 다음 중 어떤 수를 5 로 나누었을 때의 나머지가 될 수 <u>없는</u> 것은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$0 \le$ (나머지) < 5

16. 다음 중 어떤 수를 7 로 나누었을 때의 나머지가 될 수 있는 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

① 0 ② 5 ③ 8 ④ 9 ⑤ 11

해설

$0 \le$ (나머지) < 7

17. 어떤 수 A 를 5 로 나누었더니 몫이 7 이고, 나머지가 2 이었다. 어떤 수 A 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 37

해설

$A = 5 \times 7 + 2 = 37$

18. 어떤 수 A 를 8 로 나누었더니 몫이 9 이고, 나머지가 3 이었다. 어떤 수 A 는?

① 70 ② 75 ③ 80 ④ 85 ⑤ 90

해설

$A = 8 \times 9 + 3 = 75$

19. 어떤 수를 5 로 나누었더니 몫이 6 이고, 나머지가 2 이었다. 이 수를 3 으로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

(어떤 수) $= 5 \times 6 + 2 = 3 \times 10 + 2$ 이므로 나머지는 2 이다.

20. 두 자연수 a, b 가 있다. a 를 b 로 나누었더니 몫이 16 , 나머지가 3 이었다. 이때, a 를 4 로 나누었을 때의 나머지는?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

$a = b \times 16 + 3 = 4 \times b \times 4 + 3$ 이다. 따라서 나머지는 3 이다.

21. $7^1+7^2+7^3+\cdots+7^{1023}$ 을 10 으로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

7^1 의 일의 자릿수=7,
7^2 의 일의 자릿수=9,
7^3 의 일의 자릿수=3,
7^4 의 일의 자릿수=1 이므로,
4 번 거듭제곱을 한 수의 일의 자릿수를 모두 더하면 0 이 되는 것을 알 수 있다.
$7^1+7^2+7^3+\cdots+7^{1023}$ 의 일의 자릿수=9
$\therefore 7^1+7^2+7^3+\cdot+7^{1023}$ 을 10 으로 나누었을 때의 나머지=9

22. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 5 는 5 의 약수이다.

② 6 은 6 의 배수이다.

③ 1 은 모든 자연수의 약수이다.

④ 15 는 15 의 배수인 동시에 약수이다.

⑤ 7 은 7 의 약수이지만 배수는 아니다.

해설

모든 자연수는 자기 자신의 약수인 동시에 배수이다. 따라서 ⑤ 이다.

23. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 10 은 10 의 약수이면서 10 의 배수이다.

② 모든 자연수는 자기 자신의 약수인 동시에 배수이다.

③ 1 은 모든 자연수의 배수이다.

④ 384 은 6 의 배수이다.

⑤ 9 는 54 의 약수이다.

해설

1 은 모든 자연수의 약수이다.

24. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

㉠ $7\times7\times7\times7\times7=7\times5$

㉡ $x\times x\times y\times x\times y=x^2\times y^3$

㉢ $4\times4=2^4$

㉣ $2\times3\times3\times3\times2=2^2+3^3$

㉤ $\frac{1}{5}\times3\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}=3\times\frac{3}{5^3}$

① 0개 ② 1개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

㉠ $7\times7\times7\times7\times7=7^5$

㉡ $x\times x\times y\times x\times y=x^3\times y^2$

㉣ $2\times3\times3\times3\times2=2^2\times3^3$

㉤ $\frac{1}{5}\times3\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}=3\times\left(\frac{1}{5}\right)^3$

25. 다음 중 3^4 을 나타낸 식은?

① 3×4　　② $3+3+3+3$　　③ $4\times4\times4$

④ $3\times3\times3\times3$　　⑤ 4×3

해설

$3\times3\times3\times3=3^4$ 이다.

26. $2^a = 64$, $3^b = 81$, $5^3 = c$ 를 만족하는 세 자연수 a, b, c 에 대하여 $c - a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 115

해설

$2^1 = 2$
$2^2 = 2 \times 2 = 4$
$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$
⋮
$2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$
이므로 $a = 6$ 이다.
$3^1 = 3$
$3^2 = 3 \times 3 = 9$
$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$
$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$
이므로 $b = 4$ 이다.
$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ 이므로 $c = 125$ 이다.
따라서 $c - a - b = 125 - 6 - 4 = 115$ 이다.

27. 7^{100} 을 계산하면 85 자리의 수가 된다. 이 수의 일의 자리의 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

7 의 거듭제곱 수마다 일의 자리 수를 구해보면 7, 9, 3, 1 이 반복되는 것을 알 수 있다.

7의 거듭제곱 수	일의 자리 수
$7^1(=7)$	7
$7^2(=7\times7=49)$	9
$7^3(=7\times7\times7=343)$	3
$7^4(=7\times7\times7\times7=2401)$	1
$7^5(=7\times7\times7\times7\times7=16807)$	7
⋮	⋮

100 은 4 로 나누어 떨어지므로 7^{100} 의 일의 자리의 수는 1 이다.

28. $2^4 = a,\ 3^b = 27$ 을 만족하는 $a,\ b$ 의 값을 각각 구하면?

① $a = 8,\ b = 2$ ② $a = 8,\ b = 3$ ③ $a = 16,\ b = 2$

④ $a = 16,\ b = 3$ ⑤ $a = 32,\ b = 4$

해설

$2^4 = 16,\ 3^3 = 27$ 이므로 $a = 16,\ b = 3$ 이다.

29. $60 \times 2^3 \times x$ 가 어떤 자연수의 제곱이 될 때, 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 30

해설

$60 \times 2^3 \times x = 2^5 \times 3 \times 5 \times x$ 이므로
가장 작은 x 는 $2 \times 3 \times 5 = 30$

30. 120 에 자연수 x 를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 다음 중 x 의 값이 될 수 없는 것은?

① $2\times3\times5$ ② $2^3\times3\times5$ ③ $2\times3^3\times5$

④ $2\times3\times5\times7^2$ ⑤ $2^2\times3\times5$

해설

$120=2^3\times3\times5$ 로 소인수분해되므로 소인수 2, 3, 5의 지수가 홀수인 수를 곱한다.

$2^2\times3\times5$ 은 2^2 을 곱하였으므로 제곱수가 될 수 없다.

31. $2^a \times 3^b$ 이 $2^2 \times 3$ 을 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 2$

▷ 정답: $b = 1$

해설

$2^a \times 3^b$ 이 $2^2 \times 3$ 을 약수로 가지므로, a 는 2 이상의 자연수, b 는 1 이상의 자연수가 되어야 한다.
그 중 최솟값은 $a = 2$, $b = 1$ 일 때이다.

32. 두 수 A 와 B 의 최대공약수가 24 일 때, 다음 중 A 와 B 의 공약수인 것은?

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 10 ⑤ 12

해설

공약수는 최대공약수의 약수이다.
⑤ 12 는 24 의 약수이다.

33. 다음 중 두 수 12 와 18 의 최소공배수로 옳은 것은?

① 12　② 18　③ 36　④ 42　⑤ 54

해설

$12 = 2^2 \times 3$, $18 = 2 \times 3^2$ 이므로, 최소공배수는 $2^2 \times 3^2$, 즉 36 이다.

34. 세 자연수 $7\times x$, $4\times x$, $10\times x$ 의 최소공배수가 420 일 때, x 의 값으로 옳은 것은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$7\times x,\ 4\times x = 2^2\times x,\ 10\times x = 2\times 5\times x$ 의 최소공배수는
$2^2\times 5\times 7\times x = 420$
따라서 $x = 3$ 이다.

35. 사생대회 상품으로 학용품을 준비했다. 공책 45 권, 샤프 38 개, 지우개 32 개를 될 수 있는 대로 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주었더니 공책 3 권, 샤프 2 개, 지우개 2 개가 남았다. 몇 명의 학생에게 나누어 주었는가?

① 4 명 ② 6 명 ③ 8 명 ④ 10 명 ⑤ 11 명

해설

학생 수는 45 – 3, 38 – 2, 32 – 2,
즉 42, 36, 30 의 최대공약수이므로 6 명

36. 가로가 18cm, 세로가 12cm 인 직사각형 모양의 종이가 여러 장 있다. 이 종이들을 이어 붙여서 가장 작은 정사각형의 모양을 만들려고 한다. 직사각형 모양의 종이는 모두 몇 장이 필요한지 구하여라.

▶ 답 : 장

▷ 정답 : 6장

해설

$6\overline{)\,18 \quad 12}$
$\quad\;\; 3 \quad\; 2$

한 변의 길이가 36 cm 인 정사각형 모양을 만들어야 하므로 $3 \times 2 = 6$ (장)이 필요하다.

37. 어떤 자연수를 3 으로 나누면 1 이 남고, 4 로 나누면 2 가 남는다고 한다. 이러한 조건을 만족하는 자연수 중 가장 작은 수를 구하면?

① 10 ② 12 ③ 8 ④ 22 ⑤ 14

해설

구하는 수는 3, 4 로 나눌 때 2 가 부족한 수이므로
(3 과 4 의 공배수)−2 인 수이다.
3, 4 의 최소공배수가 12 이므로 가장 작은 자연수는 $12-2=10$ 이다.
∴ 10

38. 어떤 수와 28 의 최대공약수는 14 이고 최소공배수는 84 일 때, 어떤 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 42

해설

(어떤수) $\times 28 = 14 \times 84$
$\therefore$ (어떤수) $= 42$

39. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

> ㉠ 9 는 35 의 약수이다.
>
> ㉡ 1 은 모든 자연수의 배수이다.
>
> ㉢ 6 은 자기 자신이 약수인 동시에 배수이다.
>
> ㉣ 392 는 4 의 배수이다.
>
> ㉤ 36 의 약수의 개수는 8 개이다.

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉣ ④ ㉡, ㉤ ⑤ ㉢, ㉣

해설

㉢. 모든 자연수는 자기 자신이 약수인 동시에 배수이다.
㉣. 392 는 4 의 배수이다.

40. 216 을 소인수분해하면 $2^a \times b^c$ 이다. 이때, $a+b+c$ 의 값은?

① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$216 = 2^3 \times 3^3$
따라서 $a=3,\ b=3, c=3$
$a+b+c=9$

41. 72 에 가장 작은 자연수 a 를 곱하여 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, a , b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 2$

▷ 정답: $b = 12$

해설

$72 \times a = b^2$ 에서
$72 = 2^3 \times 3^2$
$a = 2$
$2^3 \times 3^2 \times 2 = b^2$
$2^4 \times 3^2 = b^2$
$b = 2^2 \times 3 = 12$

42. 810 의 약수의 개수와 $3 \times 5^x \times 7$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$810 = 2 \times 3^4 \times 5$ 의 약수의 개수가 $3 \times 5^x \times 7$ 의 약수의 개수와 같으므로

$(1+1)(4+1)(1+1) = (1+1)(x+1)(1+1) = 20$

$\therefore\ x = 4$

43. 소인수가 2 개인 어떤 자연수가 있다. 이 자연수를 소인수분해한 결과 $\square \times 5^4$ 이고, 약수의 개수가 20 개 일 때, 가장 작은 자연수이다. $\square$ 안에 들어갈 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$\square \times 5^4$ 에서 $\square = a^x$ 이라 하면 약수의 개수는 $(x+1) \times (4+1) = 20$ (개) 이므로

$(x+1) \times (4+1) = (x+1) \times 5 = 20$

$x+1 = 4 \quad \therefore \ x = 3$

a 가 될 수 있는 가장 작은 소인수는 2 이므로

$\square = 2^3 = 8$

44. 200 이상 300 이하인 두 수 24 와 36 의 공배수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

24 와 36 의 공배수는 최소공배수인 72 의 배수이며, 200 이상 300 이하인 72 의 배수는 216 과 288 이다.

45. 야구장 관람권 36장과 축구장 관람권 45장, 농구장 관람권 54장을 가능한 많은 사람들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 이때, 한 명이 받게 되는 관람권은 몇 장인지 구하여라.

▶ 답 : 장

▷ 정답 : 15장

해설

36, 45, 54 의 최대공약수 : 9
∴ $(36 + 45 + 54) \div 9 = 15$(장)

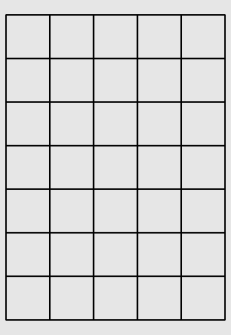
46. 가로 180cm , 세로 252cm 인 벽에 가능한 큰 정사각형 타일을 붙이려고 한다. 타일의 한 변의 길이를 $a$cm , 필요한 타일의 개수를 b 장이라고 할 때, $a+b$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 71

해설

가로 180cm , 세로 252cm 인 벽에 가능한 큰 정사각형 타일을 붙이려면, 가로와 세로의 최대공약수를 한 변으로 하는 정사각형을 구하면 된다. 180 과 252 의 최대공약수는 36 이므로, $\therefore a+b = 36+35 = 71$



47. 소인수분해 된 두 수 $2^a \times 3 \times 5^2$, $2^3 \times 5^b \times c$ 의 최대공약수가 40 , 최소공배수가 4200 일 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$40 = 2^3 \times 5$, $4200 = 2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7$
$2^a = 2^3$ 이므로 $a = 3$,
$5^b = 5$ 이므로 $b = 1$, $c = 7$ 이다.
따라서 $a - b + c = 9$ 이다.

48. 100 이하의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는?

① 31 개 ② 32 개 ③ 33 개 ④ 34 개 ⑤ 35 개

해설

100 이하의 자연수 중 5의 배수의 개수는 20개
100 이하의 자연수 중 7의 배수의 개수는 14개
100 이하의 자연수 중 5의 배수이면서 7의 배수인 것의 개수는 2개
100 이하의 자연수 중 5의 배수이거나 7의 배수인 것의 개수는 $20 + 14 - 2 = 32$

49. $\frac{24}{n}$ 와 $\frac{40}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 들을 모두 합하면?

① 8 ② 12 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

n 은 24, 40 의 공약수이고, 공약수는 최대공약수의 약수이다.
24 와 40 의 최대공약수는 8 이고,
8 의 약수는 1, 2, 4, 8 이므로
따라서 합은 $1+2+4+8=15$ 이다.

50. 두 분수 $\frac{55}{42}$, $\frac{22}{35}$ 에 같은 수를 곱하여 자연수가 되게 하려고 한다. 이러한 수 중 가장 작은 수를 곱하여 만들어진 두 자연수의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 37

해설

곱해야 할 수는 분자가 42, 35 의 최소공배수이고, 분모가 55, 22 의 최대공약수인 분수이다.

분자 : $7 \times 6 \times 5 = 210$, 분모 : 11

$\frac{55}{42} \times \frac{210}{11} = 25$, $\frac{22}{35} \times \frac{210}{11} = 12$

$\therefore\ 25 + 12 = 37$