

1. 다음 이차함수의 그래프가 x 축과 한 점에서 만나는 것은?

① $y = x^2 + 1$

② $y = x^2 + 2x + 1$

③ $y = x^2 - 3x - 2$

④ $y = 2x^2 + 4x + 4$

⑤ $y = 3x^2 + 7x - 1$

해설

한 점에서 만나려면 증근을 가지므로 $D = 0$ 일 때이다.

2. 직선 $y = x + m$ 과 포물선 $y = x^2 + 3x + 3$ 이 한 점에서 만날 때, m 의 값을 구하면?

① -4 ② -3 ③ -1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$x + m = x^2 + 3x + 3$ 이 중근을 가진다.

$x^2 + 2x + 3 - m = 0$ 에서 $D/4 = 1^2 - (3 - m) = 0$

$\therefore m = 2$

3. 이차함수 $y = -2x^2 - 4x + k$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나게 되는 k 의 값의 범위를 구하면?

① $k > 2$

② $k < 2$

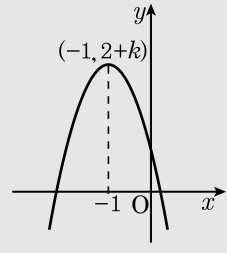
③ $k > 4$

④ $k < -2$

⑤ $k > -2$

해설

$y = -2x^2 - 4x + k = -2(x^2 + 2x) + k = -2(x + 1)^2 + 2 + k$
 다음 그림처럼 이 그래프가 x 축과 두 점에서 만나려면 꼭짓점의 y 좌표가 0 보다 커야 한다.



$$2 + k > 0$$

$$\therefore k > -2$$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만날 때 $D = b^2 - 4ac > 0$ 이 되어야 한다.

$y = -2x^2 - 4x + k$ 에서 $D = (-4)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot k > 0, 8k > -16 \therefore k > -2$

4. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x + k$ 의 그래프가 x 축과 한 점에서 만난다고 한다. k 의 값은?

① -1 ② 1 ③ 0 ④ -2 ⑤ 2

해설

x 축과 한 점에서 만나려면

$y = a(x - p)^2$ 꼴이 되어야 한다.

$$y = 2x^2 + 4x + k = 2(x^2 + 2x + 1 - 1) + k \\ = 2(x + 1)^2 - 2 + k$$

$$\therefore -2 + k = 0, k = 2$$

해설

$2x^2 + 4x + k = 0$ 이 중근을 가지므로 판별식 $D = 0$ 이다.

$$D = 4^2 - 8k = 0$$

$$\therefore k = 2$$

5. $y = -x^2 + 6x - 4 - a$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나기 위한 a 의 값의 범위를 구하면?

① $a > 5$

② $a < 5$

③ $a < -5$

④ $a > -5$

⑤ $a < 9$

해설

$g = f(x)$ 가 x 축과 두 점에서 만난다.

$\Leftrightarrow f(x) = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖는다.

$$D = 6^2 - 4(-1)(-4 - a) > 0$$

$$\therefore a < 5$$

6. 이차함수 $y = x^2 - 3x + k$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 상수 k 의 값의 범위는?

- ① $k > \frac{9}{8}$ ② $k > \frac{9}{4}$ ③ $k > \frac{9}{2}$ ④ $k < \frac{9}{4}$ ⑤ $k < \frac{9}{8}$

해설

$g = f(x)$ 가 x 축과 두 점에서 만난다.

$\Leftrightarrow f(x) = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖는다.

$$D = (-3)^2 - 4k > 0$$

$$9 - 4k > 0$$

$$\therefore k < \frac{9}{4}$$

7. 이차함수 $y = x^2 - 2x + k - 1$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나기 위한 k 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k < 2$

해설

$$D/4 = (-1)^2 - (k - 1) > 0, 1 - k + 1 > 0 \quad \therefore k < 2$$

8. 이차함수 $y = x^2 - 4x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않기 위한 k 의 범위를 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k > 4$

해설

$$D/4 = (-2)^2 - k < 0 \quad \therefore k > 4$$

9. 이차함수의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나는 것을 모두 고르면?

① $y = 4x^2 - 4x + 1$

② $y = x^2 - 3x + 2$

③ $y = 2x^2 + 3x + 4$

④ $y = -2x^2 + 4x - 3$

⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 1$

해설

② $3^2 - 4 \times 2 > 0$

⑤ $(-1)^2 - 4 \left(-\frac{1}{2}\right) > 0$

10. 이차함수 $y = x^2 - 6x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않게 되는 k 의 값의 범위는?

① $k < 6$

② $k > -6$

③ $k > 9$

④ $k < -9$

⑤ $k > 10$

해설

$$D/4 = (-3)^2 - k < 0 \quad \therefore 9 < k$$

11. 다음 이차함수의 그래프가 x 축과 만나지 않는 것은?

① $y = x^2 - 1$

② $y = x^2 - 2x - 3$

③ $y = x^2 + 4x + 4$

④ $y = x^2 - 2x$

⑤ $y = x^2 - 4x + 5$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 와 x 축과의 교점의 개수

$b^2 - 4ac > 0$: 2 개

$b^2 - 4ac = 0$: 1 개

$b^2 - 4ac < 0$: 0 개

⑤ $(-4)^2 - 4 \times 5 = -4 < 0$

따라서 x 축과 만나지 않는다.

12. 아래 이차함수 식 가운데 x 축과 교점이 한 개인 것은?

① $y = x^2 - x + 3$

② $y = x^2 + x - 2$

③ $y = x^2 + 1$

④ $y = x^2 - 3x + 4$

⑤ $y = 4x^2 - 4x + 1$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 와 x 축과의 교점의 개수

$b^2 - 4ac > 0$: 2 개

$b^2 - 4ac = 0$: 1 개

$b^2 - 4ac < 0$: 0 개

⑤ $(-4)^2 - 4 \times 4 = 0$

따라서 x 축과 한 점에서 만난다.

13. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x + 5 + k$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나기 위한 k 값의 범위는?

① $k > -3$

② $k < -3$

③ $k > -5$

④ $k < -5$

⑤ $k > -7$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 와 x 축과의 교점의 개수

$b^2 - 4ac > 0$: 2 개

$b^2 - 4ac = 0$: 1 개

$b^2 - 4ac < 0$: 0 개

$$4^2 - 4 \times (-2) \times (5 + k) = 8k + 56 > 0 \quad \therefore k > -7$$

14. 이차함수의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나는 것을 모두 고르면?

① $y = 4x^2 - 4x + 1$

② $y = x^2 - 3x + 2$

③ $y = 2x^2 + 3x + 4$

④ $y = -2x^2 + 4x - 3$

⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 1$

해설

② $D = 3^2 - 4 \times 2 > 0$

⑤ $D = (-1)^2 - 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) > 0$

15. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x - k$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 상수 k 의 값의 범위는?

- ① $k > -2$
- ② $k > -1$
- ③ $k < -2$
- ④ $k < -1$
- ⑤ $k > 0$

해설

아래로 볼록한 포물선이 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위해서는 꼭짓점의 y 좌표가 음수이어야 한다.

$$y = 2x^2 + 4x - k = 2(x^2 + 2x + 1 - 1) - k = 2(x + 1)^2 + (-2 - k)$$

꼭짓점 $(-1, -2 - k)$ 에서 $-2 - k < 0 \quad \therefore k > -2$

해설

$y = 2x^2 + 4x - k$ 가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나면 방정식 $0 = 2x^2 + 4x - k$ 이 서로 다른 두 근을 갖는다.

$$D = 4^2 + 8k > 0 \quad \therefore k > -2$$

16. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 6$ 의 꼭짓점과 y 축과의 교점을 지나는 직선의 방정식을 구하면?

- ① $y = 6x - 14$ ② $y = 2x + 4$ ③ $y = 2x + 2$
④ $y = x + 2$ ⑤ $y = x + 4$

해설

꼭짓점은 (2, 6),
 $x = 0$ 일 때 $y = 4$ 이므로
 y 축과의 교점은 (0, 4)
두 점 (2, 6), (0, 4)를 지나는 직선의 기울기는
 $\frac{6-4}{2-0} = 1$,
 y 절편은 4
따라서 구하는 직선의 식은 $y = x + 4$

17. 이차함수 $y = 3x^2 + 2x + a$ 의 그래프가 점 $(a, a^2 + 2)$ 를 지나고 x 축과 두 점에서 만나도록 a 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

해설

$$a^2 + 2 = 3a^2 + 2a + a, 2a^2 + 3a - 2 = 0,$$

$$(2a - 1)(a + 2) = 0$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}, -2$$

x 축과 두 점에서 만나므로

$$D = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot a > 0, a < \frac{1}{3}$$

$$\therefore a = -2$$

18. $y = -x^2 + 6x + k$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나고, 두 교점 사이의 거리가 8일 때, k 의 값을 구하여라.

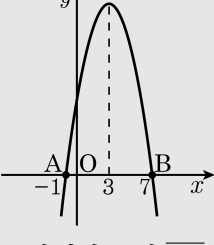
▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 6x + k \\ &= -(x^2 - 6x + 9 - 9) + k \\ &= -(x - 3)^2 + 9 + k \end{aligned}$$

축의 방정식은 $x = 3$



그림에서 보면 $\overline{AB} = 8$ 이므로 A, B는 축 $x = 3$ 에서 각각 4만큼 떨어져 있어야 한다.

따라서 A, B의 x 좌표는 각각 $-1, 7$ 이다.

즉 x 절편이 $-1, 7$ 이므로 식은 $y = -(x + 1)(x - 7)$

전개하면 $y = -x^2 + 6x + 7 \quad \therefore k = 7$

해설

x 축과의 교점의 x 좌표를 각각 α, β 라 하면 α, β 는 $0 = -x^2 + 6x + k$ 의 두 근이다.

근과 계수와의 관계에 의해 $\alpha + \beta = 6, \alpha\beta = -k$

두 점 사이의 거리

$$|\alpha - \beta| = 8, |\alpha - \beta|^2 = 8^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$$

$$64 = 36 + 4k, 4k = 28 \quad \therefore k = 7$$