

1. 다음 에 알맞은 말을 써 넣어라.

이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프와 같은 모양의 곡선을 이라고 한다. 이 그래프는 선대칭도형으로 그 대칭축을 포물선의 축이라 하고, 그래프와 축과의 교점을 이라고 한다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 포물선

▷ 정답 : 절편

해설

이차함수는 포물선이고 축을 기준으로 대칭이다.

2. 다음 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 이차함수의 그래프는 포물선이다.
- ② 이차함수는 대칭축을 기준으로 좌우 대칭이다.
- ③ 이차함수의 그래프와 축과의 교점은 원점이다.
- ④ 이차함수의 그래프는 직선이 될 수 없다.
- ⑤ 이차함수의 대칭축은 x 축이 될 수 없다.

해설

이차함수의 그래프와 축과의 교점은 절편이다.

3. 이차함수 $y = 3x^2 - 12x + 1$ 의 그래프의 축의 방정식은?

① $x = 2$

② $x = -2$

③ $x = 4$

④ $x = -4$

⑤ $x = 6$

해설

$$\begin{aligned} y &= 3x^2 - 12x + 1 \\ &= 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 1 \\ &= 3(x - 2)^2 - 11 \end{aligned}$$

따라서 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.

4. 이차함수 $y = x^2 + 6x + 5$ 의 그래프의 축의 방정식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -3$

해설

$y = x^2 + 6x + 5 = (x + 3)^2 - 4$
따라서 축의 방정식은 $x = -3$ 이다.

5. 다음 이차함수의 그래프 중 모양이 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = 2x^2 - 1$

② $y = 3x^2$

③ $y = -(x - 1)^2 + 3$

④ $y = \frac{3}{2}(x - 3)^2$

⑤ $y = -5x^2 + 2x + 3$

해설

최고차항의 계수의 절댓값이 클수록 폭이 좁으며, 음수이면 위로 볼록하다.

6. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + mx + n$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(6, -14)$ 일 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2 + mx + n \\ &= \frac{1}{2}(x-6)^2 - 14 \\ &= \frac{1}{2}x^2 - 6x + 4 \\ m &= -6, \quad n = 4 \\ \therefore m + n &= -6 + 4 = -2 \end{aligned}$$

7. 이차함수 $y = -2x^2 - 8x - 5$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)
- ① 아래로 볼록하다.
 - ② 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.
 - ③ y 축과 점 $(0, 5)$ 에서 만난다.
 - ④ 제 2, 3, 4 사분면을 지난다.
 - ⑤ 평행이동하면 $y = -2x^2 + 3$ 의 그래프와 완전히 포개어진다.

해설

$$y = -2(x^2 + 4x + 4 - 4) - 5 = -2(x + 2)^2 + 3$$

8. 이차함수 $y = 2x^2 - 8x + 2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)
- ① 위로 볼록하다.
 - ② 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.
 - ③ y 축과 점 $(0, 5)$ 에서 만난다.
 - ④ 제 2, 3, 4 사분면을 지난다.
 - ⑤ 평행이동하면 $y = 2x^2 + 1$ 의 그래프와 완전히 포개어진다.

해설

$$y = 2(x^2 - 4x + 4 - 4) + 2 = 2(x - 2)^2 - 6$$

9. 이차함수 $y = -2x^2 - 8x - 7$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

- ① 제 1사분면 ② 제 2사분면
③ 제 3사분면 ④ 제 4사분면
⑤ 모든 사분면을 지난다.

해설

$$-2 < 0, \quad -7 < 0$$

즉, 그래프가 위로 볼록하고, y 절편이 음수이기 때문에
제 1 사분면을 지나지 않는다.

10. 이차함수 $y = 4x^2 + 8x + 6$ 의 꼭짓점의 좌표는?

① (1, 1)

② (1, 2)

③ (-1, 2)

④ (-1, -2)

⑤ (2, 3)

해설

$$\begin{aligned}y &= 4x^2 + 8x + 6 \\&= 4(x^2 + 2x + 1 - 1) + 6 \\&= 4(x + 1)^2 + 2\end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 (-1, 2) 이다.

11. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 1$ 의 꼭짓점의 좌표는?

① $(-1, 4)$

② $(-1, -4)$

③ $(1, -4)$

④ $(4, -1)$

⑤ $(1, 4)$

해설

$$\begin{aligned} y &= -3x^2 + 6x + 1 \\ &= -3(x^2 - 2x + 1 - 1) + 1 \\ &= -3(x - 1)^2 + 4 \end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1, 4)$ 이다.

12. $y = -3x^2 + 6x - 2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $y = -3x^2$ 의 그래프와 모양이 같다.
- ② 제2 사분면을 지나지 않는다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 1)$ 이다.
- ④ y 축과의 교점은 $(0, -2)$ 이다.
- ⑤ 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.

해설

$$\begin{aligned} y &= -3x^2 + 6x - 2 \\ &= -3(x^2 - 2x + 1 - 1) - 2 \\ &= -3(x - 1)^2 + 1 \end{aligned}$$

③ 위로 볼록한 모양의 포물선이고 꼭짓점의 좌표가 $(1, 1)$ 이다.

13. $y = -2x^2 + 4x - 5$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?
- ① $y = -2x^2$ 의 그래프와 모양이 같다.
 - ② 제3 사분면을 지나지 않는다.
 - ③ 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -3)$ 이다.
 - ④ y 축과의 교점은 $(0, -5)$ 이다.
 - ⑤ 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.

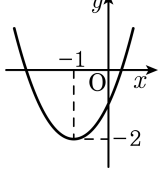
해설

$$\begin{aligned}y &= -2x^2 + 4x - 5 \\&= -2(x^2 - 2x + 1 - 1) - 5 \\&= -2(x - 1)^2 - 3\end{aligned}$$

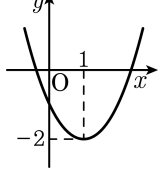
- ② 위로 볼록한 모양의 포물선이고 꼭짓점의 좌표가 $(1, -3)$, y 절편이 $(0, -5)$ 이므로 제 3 사분면을 지난다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 $(1, -3)$ 이다

14. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + 1$ 의 그래프라 할 수 있는 것은?

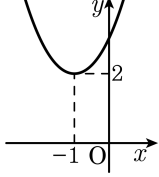
①



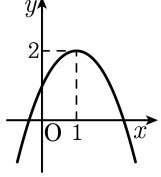
②



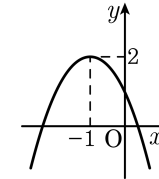
③



④



⑤



해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 - 2x + 1 \\ &= -(x^2 + 2x + 1 - 1) + 1 \\ &= -(x + 1)^2 + 2 \end{aligned}$$

15. 이차함수 $y = 3x^2 - 9x + 10$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?
- ① 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{3}{2}, \frac{13}{4}\right)$ 이다.
 - ② 축의 방정식은 $x = \frac{3}{2}$ 이다.
 - ③ y 축과 $(0, 3)$ 에서 만난다.
 - ④ $x > \frac{3}{2}$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
 - ⑤ $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{3}{2}$ 만큼, y 축의 방향으로 $\frac{13}{4}$ 만큼 평행 이동한 것이다.

해설

- ③ y 축과 $(0, 10)$ 에서 만난다.

16. $y = -2x^2 + 4x - 5$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?
- ① $y = -2x^2$ 의 그래프와 모양이 같다.
 - ② 제3 사분면을 지나지 않는다.
 - ③ 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -3)$ 이다.
 - ④ y 축과의 교점은 $(0, -5)$ 이다.
 - ⑤ 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.

해설

$$\begin{aligned} y &= -2x^2 + 4x - 5 \\ &= -2(x^2 - 2x + 1 - 1) - 5 \\ &= -2(x - 1)^2 - 3 \end{aligned}$$

- ② 위로 볼록한 모양의 포물선이고 꼭짓점의 좌표가 $(1, -3)$, y 절편이 $(0, -5)$ 이므로 제 3 사분면을 지난다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 $(1, -3)$ 이다

17. 이차함수 $y = 5x^2 + ax + 8$ 의 그래프의 축의 방정식이 $x = 1$ 일 때, 꼭짓점의 y 좌표를 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = 5x^2 + ax + 8$ 의 축이 $x = 1$ 이므로

$$y = 5(x - 1)^2 + q$$

$$y = 5x^2 + ax + 8$$

$$= 5(x - 1)^2 + q$$

$$= 5x^2 - 10x + 5 + q$$

$$5 + q = 8, \quad q = 3 \text{ 이다.}$$

따라서 식 $y = 5(x - 1)^2 + 3$ 의 꼭짓점은 $(1, 3)$ 이다.

18. 이차함수 $y = ax^2 + bx + 5$ 의 그래프의 축이 직선 $x = -1$ 일 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라. (단, $ab \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x \right) + 5 = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a} + 5 \text{ 이므로 축은}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \text{ 이다.}$$

$$-\frac{b}{2a} = -1$$

$$\therefore \frac{b}{a} = 2$$

19. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① -16 ② -32 ③ -8 ④ -4 ⑤ 4

해설

$y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 식은

$y = -2(x + 3)^2$ 이고 이 식을 전개하면

$y = -2x^2 - 12x - 18$

$a = -2, b = -12, c = -18$

$\therefore a + b + c = -2 - 12 - 18 = -32$

20. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 그래프의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면

$y = 3(x - 2)^2$ 전개하면

$y = 3(x^2 - 4x + 4)$

$y = 3x^2 - 12x + 12$

$a = 3, b = -12, c = 12$

$\therefore a - b + c = 3 + 12 + 12 = 27$

21. 이차함수 $y = 3\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 4$ 의 꼭짓점의 좌표가 직선 $y = x + a$ 의 위에 있을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{7}{2}$

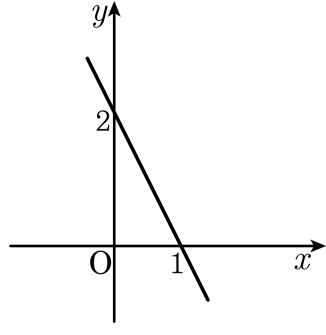
해설

$y = 3\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 4$ 의 꼭짓점의 좌표가 $\left(\frac{1}{2}, 4\right)$ 이고 직선

$y = x + a$ 위에 있으므로

$$4 = \frac{1}{2} + a \quad \therefore a = \frac{7}{2}$$

22. 일차함수 $y = mx + n$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 이차함수 $y = x^2 + mx + n$ 의 그래프의 꼭짓점의 위치는?



- ①

제 1 사분면
- ②

제 2 사분면
- ③

제 3 사분면
- ④

제 4 사분면
- ⑤

 x 축 또는 y 축 위

해설

일차함수의 그래프에서 기울기가 -2 , y 절편이 2 이므로
 $y = -2x + 2$, $m = -2$, $n = 2$
 $\therefore y = x^2 - 2x + 2$
 $\quad = (x^2 - 2x + 1 - 1) + 2$
 $\quad = (x - 1)^2 + 1$
꼭짓점의 좌표는 $(1, 1)$ 이므로 제 1 사분면 위에 있다.

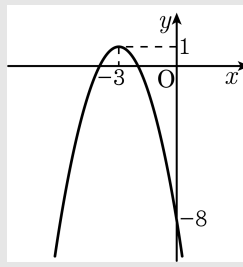
23. $y = -x^2 - 6x - 8$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은 제 몇 사분면인지 구하여라.

▶ 답 : 사분면

▷ 정답 : 제 1사분면

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 - 6x - 8 \\ &= -(x+3)^2 + 1 \end{aligned}$$



24. 포물선 $y = \frac{1}{2}x^2 + 2px + 5$ 의 축의 방정식이 $x = 2$ 일 때, p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

축이 $x = 2$ 이므로

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2 + 2px + 5 \\ &= \frac{1}{2}(x-2)^2 + q \\ &= \frac{1}{2}x^2 - 2x + 2 + q \\ 2p &= -2 \quad \therefore p = -1 \end{aligned}$$

25. 이차함수 $y = 3x^2 + 3x - 1$ 의 그래프는 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이다. 이때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{9}{4}$

해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 + 3x - 1 = 3(x^2 + x) - 1 \\&= 3\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{4} - 1 \\&= 3\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{7}{4}\end{aligned}$$

$y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{1}{2}$ 만큼, y 축의 방향으로 $-\frac{7}{4}$ 만큼 평행이동한 것이므로

$$p = -\frac{1}{2}, q = -\frac{7}{4}$$

$$\therefore p + q = -\frac{1}{2} + \left(-\frac{7}{4}\right) = -\frac{9}{4}$$

26. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x - 1$ 의 그래프는 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이다. 이때, $p + q$ 의 값을 구하면?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 + 4x - 1 \\ &= 2(x^2 + 2x) - 1 \\ &= 2(x+1)^2 - 2 - 1 \\ &= 2(x+1)^2 - 3 \end{aligned}$$

$y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 것이므로

$$p = -1, q = -3$$

$$\therefore p + q = -4$$

27. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + ax + b$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 3)$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

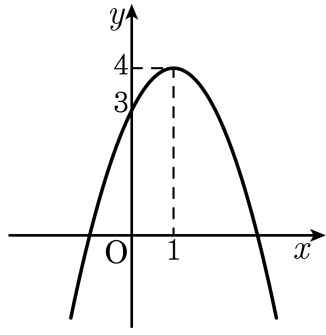
$y = \frac{1}{2}x^2 + ax + b$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 3)$ 이므로

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}(x+2)^2 + 3 \\ &= \frac{1}{2}(x^2 + 4x + 4) + 3 \\ &= \frac{1}{2}x^2 + 2x + 5 \end{aligned}$$

$$a = 2, b = 5$$

$$\therefore a - b = 2 - 5 = -3$$

28. 다음 포물선의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $3a - b + c$ 의 값을 구하여라.



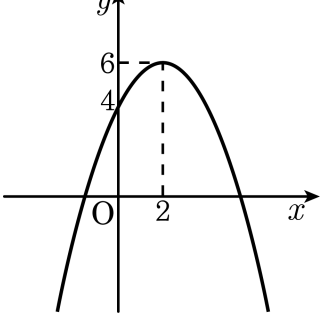
▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

꼭짓점의 좌표가 $(1, 4)$ 이므로
 $y = a(x - 1)^2 + 4$ 에 점 $(0, 3)$ 을 대입하면
 $a(0 - 1)^2 + 4 = 3$, $a + 4 = 3$, $a = -1$
 $y = -(x - 1)^2 + 4 = -x^2 + 2x + 3$
 $a = -1$, $b = 2$, $c = 3$
 $\therefore 3a - b + c = 3 \times (-1) - 2 + 3 = -2$

29. 다음 포물선의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $2a - b + c$ 의 값을 구하면?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

꼭짓점의 좌표가 (2,6) 이므로
 $y = a(x - 2)^2 + 6$ 에 점 (0,4) 를 대입하면

$$a(0 - 2)^2 + 6 = 4, 4a + 6 = 4, a = -\frac{1}{2}$$

$$y = -\frac{1}{2}(x - 2)^2 + 6 = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 4$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, b = 2, c = 4$$

$$\therefore 2a - b + c = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) - 2 + 4 = 1$$

30. 이차함수 $y = 2x^2 - 12x + 13$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식을 구하면?

- ① 꼭짓점 $(3, -5)$, 축 $x = -5$ ② 꼭짓점 $(3, -5)$, 축 $x = 3$
③ 꼭짓점 $(3, 13)$, 축 $x = 3$ ④ 꼭짓점 $(3, 13)$, 축 $x = 13$
⑤ 꼭짓점 $(3, -13)$, 축 $x = 3$

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 12x + 13 \\ &= 2(x^2 - 6x) + 13 \\ &= 2(x - 3)^2 - 5 \end{aligned}$$

31. 포물선 $y = x^2 + 4ax + 2a - 1$ 이 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 $\sqrt{3}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{4}$

해설

$x^2 + 4ax + 2a - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β ($\alpha > \beta$) 라고 하면

$$\alpha + \beta = -4a, \quad \alpha\beta = 2a - 1$$

$$\alpha - \beta = \sqrt{3}$$

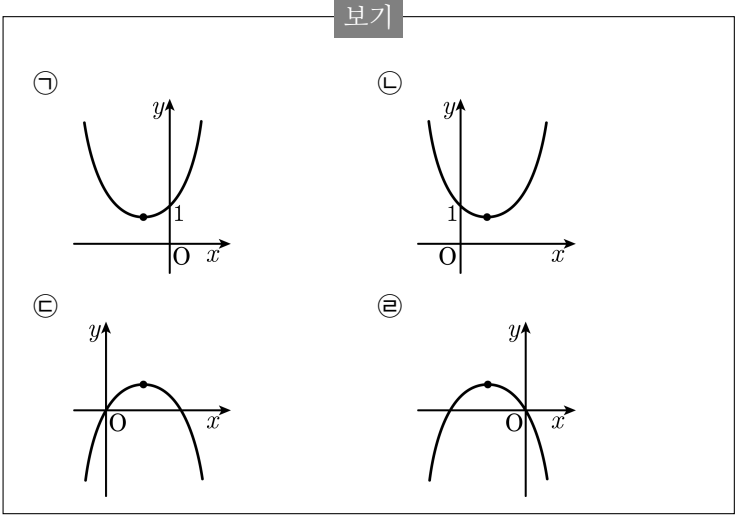
$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$$

$$3 = 16a^2 - 8a + 4, \quad 16a^2 - 8a + 1 = 0$$

$$(4a - 1)^2 = 0$$

$$\therefore a = \frac{1}{4}$$

32. 다음 이차함수의 그래프를 보기에서 골라 순서대로 써라.



(1) $y = x^2 - x + 1$

(2) $y = -2x^2 + 2x$

(3) $y = \frac{1}{3}x^2 + x + 1$

(4) $y = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉣

해설

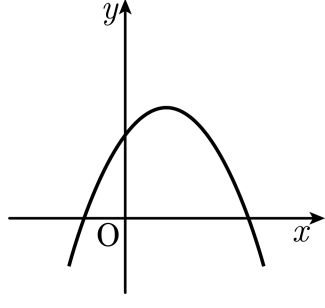
(1) $y = x^2 - x + 1$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면 $y = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$ 이고 y 절편은 1 이다. 따라서 그래프는 ㉡이다.

(2) $y = -2x^2 + 2x$ 를 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면 $y = -2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 이고 y 절편은 0 이다. 따라서 그래프는 ㉢이다.

(3) $y = \frac{1}{3}x^2 + x + 1$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면 $y = \frac{1}{3}\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}\right)$ 이고 y 절편은 1 이다. 따라서 그래프는 ㉠이다.

(4) $y = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x$ $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면 $y = -\frac{1}{4}(x + 1)^2 + \frac{1}{4}$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(-1, \frac{1}{4}\right)$ 이고 y 절편은 0 이다. 따라서 그래프는 ㉣이다.

33. 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

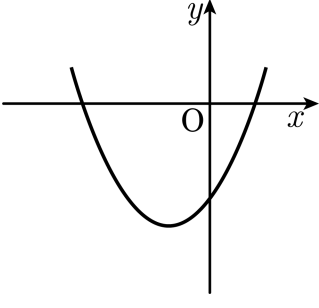


- ㉠ $b^2 - 4ac < 0$
- ㉡ $abc < 0$
- ㉢ $-\frac{c}{a} > 0$
- ㉣ $x_1 < x_2 < 0$ 일 때, $f(x_1) < f(x_2)$
- ㉤ $a - b + c > 0$

해설

- ㉠ x 축과의 교점이 두 개이므로 $D = b^2 - 4ac > 0$
 - ㉡ $a < 0, b > 0, c > 0$ 이므로 $abc < 0$
 - ㉢ $a < 0, c > 0$ 이므로 $-\frac{c}{a} > 0$
 - ㉣ $x < 0$ 인 구간에서 x 값이 증가하면 y 값도 증가하는 그래프 이므로 $x_1 < x_2 < 0$ 이면 $f(x_1) < f(x_2)$
 - ㉤ $f(-1) = a - b + c$ 의 값은 양수도 될 수 있고 음수도 될 수 있다.
- 따라서 옳지 않은 것은 ㉠, ㉤이다.

34. 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?



- ㉠ $-\frac{c}{a} < 0$
- ㉡ $a - b + c > 0$
- ㉢ $b^2 - 4ac > 0$
- ㉣ $0 < x_1 < x_2$ 일 때, $f(x_1) < f(x_2)$
- ㉤ $abc < 0$

해설

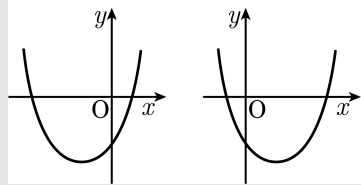
- ㉠ $a > 0, c < 0$ 이므로 $-\frac{c}{a} > 0$
 - ㉡ $f(-1) = a - b + c < 0$
 - ㉢ x 축과의 교점이 두 개이므로 $D = b^2 - 4ac > 0$
 - ㉣ 「 $x > 0$ 」인 구간에서 x 값이 증가하면 y 값은 증가하는 그래프이므로
 $0 < x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) < f(x_2)$
 - ㉤ $a > 0, b > 0, c < 0$ 이므로 $abc < 0$
- 따라서 옳지 않은 것은 ㉠, ㉡이다.

35. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 좌표평면 위의 모든 사분면을 지나도록 하는 a, c 의 조건을 모두 고르면?(정답 2개)

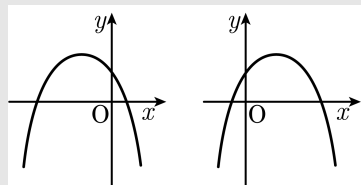
- ① $a > 0, c > 0$ ② $a > 0, c < 0$ ③ $a = 0, c = 0$
④ $a < 0, c < 0$ ⑤ $a < 0, c > 0$

해설

(1) $a > 0$ 인 경우 $c < 0$ 이다.



(2) $a < 0$ 인 경우 $c > 0$ 이다.



36. 다음 그래프처럼 꼭짓점이 점(1, -2)를 지날 때, 올바른 이차함수의 식을 고른 것은?

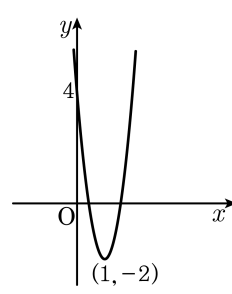
① $y = 6x^2 - 11x - 2$

② $y = 6x^2 - 12x + 4$

③ $y = -2x^2 - 12x + 4$

④ $y = 6x^2 + 12x + 4$

⑤ $y = 6x^2 - 12x - 4$



해설

꼭짓점이 점(1, -2)를 지나므로

$$y = a(x - 1)^2 - 2$$

또한, 점(0, 4)를 지나므로

$$4 = a - 2 \quad \therefore a = 6$$

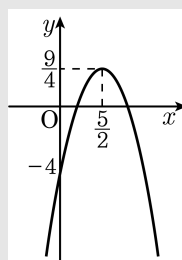
$$\therefore y = 6x^2 - 12x + 4$$

37. 이차함수 $y = -x^2 + 5x - 4$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

- ① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면 ③ 제 3 사분면
④ 제 4 사분면 ⑤ 제 2, 4 사분면

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 5x - 4 \\ &= -\left(x^2 - 5x + \frac{25}{4} - \frac{25}{4}\right) - 4 \\ &= -\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{25}{4} - 4 \\ &= -\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{9}{4} \end{aligned}$$



38. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2 + ax + b$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(2, -3)$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$y = -\frac{1}{2}x^2 + ax + b$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(2, -3)$ 이므로

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{2}(x-2)^2 - 3 \\ &= -\frac{1}{2}(x^2 - 4x + 4) - 3 \\ &= -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 5 \end{aligned}$$

$$a = 2, b = -5$$

$$\therefore a + b = 2 + (-5) = -3$$

39. 세 점 $(-1, 3), (0, 1), (1, 4)$ 를 지나는 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

- ㉠ $\left(-\frac{1}{10}, \frac{39}{40}\right)$
- ㉡ $\left(-\frac{1}{20}, \frac{39}{40}\right)$
- ㉢ $\left(-\frac{1}{30}, \frac{39}{40}\right)$
- ㉣ $\left(-\frac{1}{40}, \frac{39}{40}\right)$
- ㉤ $\left(-\frac{1}{50}, \frac{39}{40}\right)$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에서 $(0, 1)$ 을 대입하면

$$y = ax^2 + bx + 1$$

$(-1, 3)$ 을 대입하면

$$a - b + 1 = 3 \cdots \textcircled{1}$$

또, $(1, 4)$ 를 대입하면

$$a + b + 1 = 4 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a = \frac{5}{2}, b = \frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} y &= \frac{5}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 1 \\ &= \frac{5}{2}\left(x^2 + \frac{1}{5}x\right) + 1 \\ &= \frac{5}{2}\left(x + \frac{1}{10}\right)^2 - \frac{1}{40} + 1 \\ &= \frac{5}{2}\left(x + \frac{1}{10}\right)^2 + \frac{39}{40} \end{aligned}$$

따라서 꼭짓점의 좌표 $\left(-\frac{1}{10}, \frac{39}{40}\right)$

40. 다음 중 이차함수 $y = -3x^2 + 6x - 1$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?
- ① 꼭짓점의 좌표는 $(1, 1)$ 이다.
 - ② 제 2 사분면을 지나지 않는다.
 - ③ $y = -3x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것과 같다.
 - ④ $x < 1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
 - ⑤ $y = 3x^2 - 6x + 1$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(1, 2)$ 이다

41. 다음 그림을 보고 포물선의 식을 구하면?

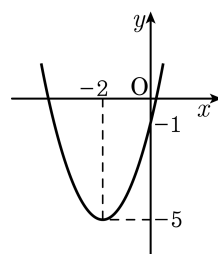
① $y = (x - 2)^2 - 5$

② $y = (x - 2)^2 + 5$

③ $y = (x + 2)^2 - 5$

④ $y = \frac{3}{2}(x - 2)^2 + 5$

⑤ $y = \frac{3}{2}(x + 2)^2 - 5$



해설

꼭짓점이 $(-2, -5)$ 이므로

$y = a(x + 2)^2 - 5$ 에 $(0, -1)$ 을 대입

$$4a - 5 = -1$$

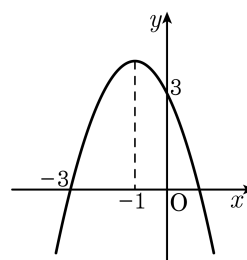
$$4a = 4$$

$$a = 1$$

$$\therefore y = (x + 2)^2 - 5$$

42. 다음 그림을 보고 이차함수의 식을 구하면?

- ① $y = -(x+1)^2 + 1$ (또는 $y = -x^2 - 2x$)
② $y = -(x+1)^2 + 2$ (또는 $y = -x^2 - 2x + 1$)
③ $y = -(x+1)^2 + 3$ (또는 $y = -x^2 - 2x + 2$)
④ $y = -(x+1)^2 + 4$ (또는 $y = -x^2 - 2x + 3$)
⑤ $y = -(x+1)^2 + 5$ (또는 $y = -x^2 - 2x + 4$)



해설

축이 $x = -1$ 이므로
 $y = a(x+1)^2 + q$
점 $(-3, 0)$, $(0, 3)$ 을 지나므로
 $0 = 4a + q$, $3 = a + q$
두 식을 연립하여 풀면
 $a = -1$, $q = 4$
 $\therefore y = -(x+1)^2 + 4 = -x^2 - 2x + 3$

43. 다음 중 이차함수 $y = -2x^2 + 4x - 1$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(1, 1)$ 이다.
- ② 제 2 사분면을 지나지 않는다.
- ③ $y = 2x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것과 같다.
- ④ $x < 1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
- ⑤ $y = 2x^2 - 4x + 1$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

③ $y = -2x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것이다.

44. 이차함수 $y = 3x^2 - 2kx + 4k$ 의 그래프가 k 의 값에 관계없이 항상 지나는 점과 (3, 14) 를 잇는 직선의 기울기를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = 3x^2 - 2kx + 4k$ 를 k 에 대해 정리하면

$$(4 - 2x)k + 3x^2 - y = 0$$

이 식이 k 에 관한 항등식이므로

$$4 - 2x = 0, 3x^2 - y = 0$$

$$\therefore x = 2, y = 12$$

따라서 점 (2, 12) 와 점 (3, 14) 를 잇는 직선의 기울기는

$$\frac{14 - 12}{3 - 2} = 2 \text{ 이다.}$$

45. 포물선 $y = \frac{1}{2}x^2 + 2px + 5$ 의 축이 $x = 2$ 일 때, p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

축이 $x = 2$ 이므로

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2 + 2px + 5 \\ &= \frac{1}{2}(x^2 + 4px + 4p^2 - 4p^2) + 5 \\ &= \frac{1}{2}(x + 2p)^2 - 4p^2 + 5 \end{aligned}$$

축의 방정식 $x = -2p = 2$

$$\therefore p = -1$$

46. 이차함수 $y = 3\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 4$ 의 꼭짓점의 좌표가 직선 $y = x + a$ 의 위에 있을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{2}$

해설

$y = 3\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 4$ 의 꼭짓점의 좌표가 $\left(\frac{1}{2}, 4\right)$ 이고 직선

$y = x + a$ 위에 있으므로

$$4 = \frac{1}{2} + a \quad \therefore a = \frac{7}{2}$$

47. 이차함수 $y = (x - p)^2 + 1$ 의 꼭짓점의 좌표가 직선 $y = \frac{1}{2}x - 2$ 의 위에 있을 때, p 의 값을 구하면?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$y = (x - p)^2 + 1$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(p, 1)$ 이고, 직선 $y = \frac{1}{2}x - 2$ 위에 있으므로

$$1 = \frac{1}{2}p - 2 \quad \therefore p = 6$$

48. 포물선 $y = -2x^2 + 2mx - 6$ 의 축의 방정식이 $x = 1$ 일 때, m 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

축의 방정식이 $x = 2$ 이므로

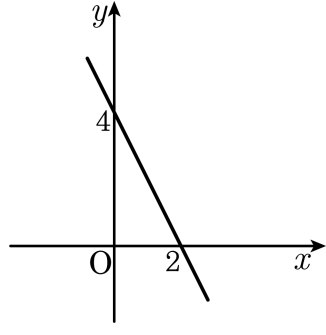
$$y = -2x^2 + 2mx - 6$$

$$= -2(x - 1)^2 + q$$

$$= -2x^2 + 4x - 2 + q$$

$$\therefore 2m = 4, m = 2$$

49. 일차함수 $y = mx + n$ 의 그래프가 다음 그래프와 같을 때, 이차함수 $y = x^2 + mx + n$ 의 그래프의 꼭짓점의 위치는?



- ①

제 1 사분면
- ②

제 2 사분면
- ③

제 3 사분면
- ④

제 4 사분면
- ⑤

 x 축 또는 y 축 위

해설

일차함수의 그래프에서 기울기가 -2 , y 절편이 4 이므로 $y = -2x + 4$, $m = -2$, $n = 4$
 $\therefore y = x^2 - 2x + 4$
 $\quad = (x^2 - 2x + 1 - 1) + 4$
 $\quad = (x - 1)^2 + 3$
꼭짓점의 좌표는 $(1, 3)$ 이므로 제 1 사분면 위에 있다.

50. 이차함수 $y = (x - 1)^2 - 2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선 식은?

① $y = (x - 1)^2 + 2$

② $y = (x + 1)^2 + 2$

③ $y = (x - 1)^2 - 2$

④ $y = -(x + 1)^2 + 2$

⑤ $y = -(x - 1)^2 + 2$

해설

x 축 대칭이므로 y 대신에 $-y$ 를 대입하면
 $-y = (x - 1)^2 - 2$, $y = -(x - 1)^2 + 2$ 이다.

51. 이차함수 $y = 2x^2 - 3x + 1$ 의 그래프와 y 축에 대하여 대칭인 그래프의 식을 구하면?

① $y = -2x^2 + 3x + 1$

② $y = 2x^2 - 3x + 1$

③ $y = 2x^2 + 3x + 1$

④ $y = 2x^2 - 3x - 1$

⑤ $y = -2x^2 + 3x - 1$

해설

$$y = 2x^2 - 3x + 1 = 2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{1}{8}$$

위의 그래프와 y 축에 대하여 대칭인 식은 꼭짓점의 x 좌표의 부호가 반대인 식이다.

$$\therefore y = 2\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{1}{8} = 2x^2 + 3x + 1$$

52. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x + k$ 의 y 의 값의 범위가 $y \leq 2$ 일 때, 상수 k 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} y &= -2x^2 + 4x + k = -2(x-1)^2 + k + 2 \\ k + 2 &= 2 \\ \therefore k &= 0 \end{aligned}$$

53. 포물선 $y = -2x^2 + 2mx - 6$ 의 축이 $x = 1$ 일 때, m 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

축의방정식 $x = 2$ 이므로

$$\begin{aligned} y &= -2x^2 + 2mx - 6 \\ &= -2\left(x^2 - mx + \frac{m^2}{4} - \frac{m^2}{4}\right) - 6 \\ &= -2\left(x - \frac{m}{2}\right)^2 + \frac{m^2}{2} - 6 \end{aligned}$$

$$\frac{m}{2} = 1$$

$$\therefore m = 2$$