

1. 다음은 이차함수 $y = -\frac{1}{4}x^2 - 2x - 2$ 을 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸는 과정이다. 처음 틀린 곳을 찾아라.

$$\begin{array}{l}
 y = -\frac{1}{4}x^2 - 2x - 2 \xrightarrow{\text{㉠}} \\
 = -\frac{1}{4}(x^2 - 8x) - 2 \xleftarrow{\text{㉡}} \\
 = -\frac{1}{4}(x^2 - 8x + 16 - 16 - 2) \xleftarrow{\text{㉢}} \\
 = -\frac{1}{4}(x^2 - 8x + 16) - \frac{18}{4} \xleftarrow{\text{㉣}} \\
 = -\frac{1}{4}(x-4)^2 - \frac{18}{4} \xleftarrow{\text{㉤}}
 \end{array}$$

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

해설

$$\begin{aligned}
 y &= -\frac{1}{4}x^2 - 2x - 2 \\
 &= -\frac{1}{4}(x^2 + 8x) - 2
 \end{aligned}$$

이 되어야 하므로 ㉠이 답이다.

2. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x + 1$ 의 꼭짓점의 좌표가 (a, b) 이고, y 절편이 c 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 + 4x + 1 \\ &= 2(x^2 + 2x + 1 - 1) + 1 \\ &= 2(x + 1)^2 - 1\end{aligned}$$

꼭짓점의 좌표는 $(-1, -1)$ 이므로 $a = b = -1$

y 절편이 c 이므로

$$c = 2 \times 0^2 + 4 \times 0 + 1$$

$$\therefore c = 1$$

$$\therefore a + b + c = -1$$

3. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x + 1$ 의 축의 방정식과 꼭짓점의 좌표를 순서대로 바르게 나타낸 것은?

① $x = -1, (1, 3)$

② $x = -1, (-1, 0)$

③ $x = 1, (-2, 3)$

④ $x = 1, (1, 3)$

⑤ $x = 1, (1, 0)$

해설

$$y = -2(x^2 - 2x + 1) + 2 + 1$$

$$y = -2(x - 1)^2 + 3$$

따라서 축의 방정식은 $x = 1$, 꼭짓점의 좌표는 $(1, 3)$ 이다.

4. 이차함수 $y = 2x^2 - 8x + 3$ 을 $y = a(x + p)^2 + q$ 의 꼴로 고칠 때, $a + p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 - 8x + 3 = 2(x^2 - 4x) + 3 \\ &= 2(x-2)^2 - 8 + 3 \\ &= 2(x-2)^2 - 5 \\ a &= 2, p = -2, q = -5 \\ \therefore a + p + q &= 2 + (-2) + (-5) = -5\end{aligned}$$

5. 이차함수 $y = 2x^2 - 12x + 5$ 을 $y = a(x + p)^2 + q$ 의 꼴로 고칠 때, $a + p + q$ 의 값을 구하면?

① -11 ② -12 ③ -13 ④ -14 ⑤ -15

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 12x + 5 = 2(x^2 - 6x) + 5 \\ &= 2(x-3)^2 - 18 + 5 \\ &= 2(x-3)^2 - 13 \end{aligned}$$

$$a = 2, p = -3, q = -13$$

$$\therefore a + p + q = 2 + (-3) + (-13) = -14$$

6. $y = 2x^2 + 4x - 1$ 을 $a(x-p)^2 + q$ 꼴로 고치는 과정 중 처음 틀린 곳을 찾아라.

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 + 4x - 1 \\ &= 2(x^2 + 2x) - 1 \quad \dots\dots\dots\text{㉠} \\ &= 2(x^2 + 2x + 1 - 1) - 1 \quad \dots\dots\dots\text{㉡} \\ &= 2(x+1)^2 - 3 - 1 \quad \dots\dots\dots\text{㉢} \\ &= 2(x+1)^2 - 4 \quad \dots\dots\dots\text{㉣} \end{aligned}$$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 + 4x - 1 \\ &= 2(x^2 + 2x) - 1 \quad \dots\dots\dots\text{㉠} \\ &= 2(x^2 + 2x + 1 - 1) - 1 \quad \dots\dots\dots\text{㉡} \\ &= 2(x+1)^2 - 2 - 1 \quad \dots\dots\dots\text{㉢} \\ &= 2(x+1)^2 - 3 \quad \dots\dots\dots\text{㉣} \end{aligned}$$

따라서 처음으로 틀린 곳은 ㉢이다.

7. 이차함수 $y = -3x^2 + 18x$ 을 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 나타낼 때, 상수 a, p, q 의 합 $a + p + q$ 의 값은?

① 17 ② 19 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

해설

$$y = -3(x^2 - 6x + 9 - 9) = -3(x - 3)^2 + 27$$

$$a = -3, p = 3, q = 27$$

$$a + p + q = 27 \text{ 이다.}$$

8. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 1$ 의 꼭짓점의 좌표는?

- ① (-1, 4) ② (-1, -4) ③ (1, -4)
④ (4, -1) ⑤ (1, 4)

해설

$$\begin{aligned} y &= -3x^2 + 6x + 1 \\ &= -3(x^2 - 2x + 1 - 1) + 1 \\ &= -3(x-1)^2 + 4 \end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 (1, 4) 이다.

9. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + 4$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(1, b)$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$y = x^2 + 2ax + 4 = (x + a)^2 - a^2 + 4$$

꼭짓점의 좌표가 $(1, b)$ 이므로

$$-a = 1, -a^2 + 4 = b \text{ 이다.}$$

$$a = -1, b = 3$$

$$\therefore a + b = 2$$

10. 이차함수 $y = x^2 + 4x + 2$ 를 $y = (x + A)^2 - B$ 의 꼴로 변형시켰을 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}y &= x^2 + 4x + 2 \\ &= (x + 2)^2 - 4 + 2 \\ &= (x + 2)^2 - 2\end{aligned}$$

$A = 2$, $B = 2$ 이므로 $A + B = 4$ 이다.

11. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x-2)(x+4)$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① (1, 3)

② (1, -3)

③ (-1, -3)

④ (-1, 3)

⑤ (-3, 3)

해설

$$\begin{aligned}y &= -\frac{1}{3}(x-2)(x+4) \\ &= -\frac{1}{3}(x^2 + 2x - 8) \\ &= -\frac{1}{3}(x^2 + 2x + 1 - 1) + \frac{8}{3} \\ &= -\frac{1}{3}(x+1)^2 + \frac{1}{3} + \frac{8}{3} \\ &= -\frac{1}{3}(x+1)^2 + 3\end{aligned}$$

12. 이차함수 $y = ax^2 + 4x + q$ 를 $y = -\frac{1}{3}(x - p)^2 + 10$ 으로 나타낼 수 있고 꼭짓점이 $(p, 10)$ 이다. 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$y = -\frac{1}{3}(x^2 - 2px + p^2) + 10$$

$$= -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2px}{3} - \frac{1}{3}p^2 + 10 \text{ 이므로}$$

$$a = -\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$$

$$p = 4, p = 6 \text{ 이고}$$

$$q = -\frac{1}{3}p^2 + 10 = -\frac{1}{3}(36) + 10 = -2 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } apq = -\frac{1}{3} \times 6 \times (-2) = 4 \text{ 이다.}$$

13. 다음 이차함수를 $y = \frac{1}{3}(x-p)^2 - 5$ 로 나타낼 수 있다. 이 때, 꼭짓점이 $(p, -5)$ 라고 할 때, apq 의 값은?

$$y = ax^2 + 6x + q$$

- ① -45 ② -54 ③ -66 ④ -76 ⑤ -80

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{3}(x-p)^2 - 5 \\ &= \frac{1}{3}(x^2 - 2px + p^2) - 5 \\ &= \frac{1}{3}x^2 - \frac{2px}{3} + \frac{p^2}{3} - 5 \end{aligned}$$

따라서 $a = \frac{1}{3}, -\frac{2}{3}$

$p = 6, p = -9, q = 22$ 이므로 $apq = -66$ 이다.

14. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + 3$ 과 $y = x^2 + ax + b$ 의 꼭짓점의 좌표가 일치할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 - 4x + 3 \\ &= 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3 \\ &= 2(x-1)^2 - 2 + 3 \\ &= 2(x-1)^2 + 1\end{aligned}$$

꼭짓점의 좌표: (1, 1)

꼭짓점의 좌표가 일치하므로

$$\begin{aligned}y = x^2 + ax + b &= (x-1)^2 + 1 \\ &= x^2 - 2x + 2\end{aligned}$$

$$\therefore a = -2, b = 2, a + b = 0$$

15. 이차함수 $y = 3x^2 - 12x + 1$ 와 $y = 2x^2 + px + q$ 와 꼭짓점이 일치할 때, $p - q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 - 12x + 1 \\ &= 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 1 \\ &= 3(x-2)^2 - 11\end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2, -11)$ 이고,

$y = 2x^2 + px + q$ 와 꼭짓점이 일치하므로

$$\begin{aligned}y &= 2(x-2)^2 - 11 \\ &= 2x^2 - 8x - 3\end{aligned}$$

이므로 $p = -8, q = -3$ 이다.

$$\therefore p - q = -5$$

16. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + 4$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(1, b)$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$y = x^2 + 2ax + 4 = (x + a)^2 - a^2 + 4$$

꼭짓점의 좌표가 $(1, b)$ 이므로

$$-a = 1, -a^2 + 4 = b \text{ 이다.}$$

$$a = -1, b = 3$$

$$\therefore a + b = 2$$

17. 이차함수 $y = 3x^2 - 6x + 7$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸었을 때, $a + p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 - 6x + 7 \\ &= 3(x^2 - 2x + 1 - 1) + 7 \\ &= 3(x^2 - 2x + 1) + 4 \\ &= 3(x - 1)^2 + 4 \\ \therefore a &= 3, p = 1, q = 4 \\ \therefore a + p + q &= 3 + 1 + 4 = 8\end{aligned}$$

18. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 3$ 을 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 나타낼 때, $p+q$ 의 값은?

- ① 6 ② 5 ③ 4 ④ 3 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2x + 3 \\ &= -(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3 \\ &= -(x-1)^2 + 4 \\ \therefore p &= 1, q = 4 \\ \therefore p+q &= 1+4 = 5 \end{aligned}$$

19. $y = x^2 + 4x - 7$ 을 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 고쳤을 때, $a + p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 4x - 7 \\ &= (x^2 + 4x + 4 - 4) - 7 \\ &= (x + 2)^2 - 11 \\ \therefore a &= 1, p = -2, q = -11 \\ \therefore a + p + q &= 1 - 2 - 11 = -12 \end{aligned}$$

20. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + 3$ 과 $y = x^2 + ax + b$ 의 꼭짓점의 좌표가 일치할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 - 4x + 3 \\ &= 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3 \\ &= 2(x-1)^2 - 2 + 3 \\ &= 2(x-1)^2 + 1\end{aligned}$$

꼭짓점의 좌표: (1, 1)

꼭짓점의 좌표가 일치하므로

$$y = x^2 + ax + b = (x-1)^2 + 1 = x^2 - 2x + 2$$

$$\therefore a = -2, b = 2, a + b = 0$$

21. 이차함수 $y = 3x^2 - 12x + 1$ 와 $y = 2x^2 + px + q$ 와 꼭짓점이 일치할 때, $p - q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 - 12x + 1 \\ &= 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 1 \\ &= 3(x-2)^2 - 11\end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 (2, -11) 이고,

$y = 2x^2 + px + q$ 와 꼭짓점이 일치하므로

$$\begin{aligned}y &= 2(x-2)^2 - 11 \\ &= 2x^2 - 8x - 3\end{aligned}$$

이므로 $p = -8$, $q = -3$ 이다.

$$\therefore p - q = -5$$